

# 色噪声激励下的 FHN 神经元系统\*

王朝庆† 徐 伟 张娜敏 李海泉

(西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

(2007 年 3 月 2 日收到, 2007 年 5 月 16 日收到修改稿)

研究了色噪声激励下的 FHN 系统的相变问题和平均首次穿越时间, 并推导了系统的定态概率密度函数和平均首次穿越时间表达式. 结果表明, 参数  $\alpha$ ,  $\tau$  和  $\beta$  可以诱导相变, 且存在锁定现象, 各个参数对平均首次穿越时间都有很大影响, 但影响效果有很大不同.

关键词: FHN 系统, 色噪声, 平均首次穿越时间, 定态概率密度

PACC: 0547, 0570, 7620

## 1. 引 言

近年来, 噪声诱导下的相变问题及噪声对平均首次穿越时间的影响一直受到广泛关注<sup>[1-9]</sup>. Jung 等<sup>[1]</sup>最早给出了一致有色噪声近似理论. Cao 等<sup>[2,3]</sup>给出了色噪声驱动的双稳系统的概率密度的表达式. Xie 等<sup>[4]</sup>研究了白关联的色噪声和白噪声驱动的双稳模型的平均首次穿越时间. Jia 等<sup>[5]</sup>和 Mei 等<sup>[6]</sup>分别研究了由白关联和色关联加性和乘性白噪声驱动的双稳系统的平均首次穿越时间. 靳艳飞等<sup>[7]</sup>研究了色关联的色噪声驱动的双稳杜芬模型. Luo 等<sup>[8]</sup>讨论了由色关联的乘性色噪声及加性白噪声驱动的双稳系统的随机共振现象. 最近, Alarcon 等<sup>[10]</sup>提出了一维 FHN (fitz hugh-nagumo) 系统, 余思宁等<sup>[11]</sup>研究了该系统在白噪声诱导下的相变情况. 但对于色噪声作用下的 FHN 神经元系统的研究还未见诸报道.

本文研究了相互白关联的乘性色噪声和加性白噪声共同作用下的 FHN 系统的平均首次穿越时间以及色噪声诱导下的 FHN 系统的相变问题. 当  $\tau \rightarrow 0$ , 色噪声诱导下的 FHN 系统的相变问题退化为文献 [11] 的研究, 当  $D = 0$ , 乘性色噪声和加性白噪声共同作用下的 FHN 系统退化为文献 [10] 的情形. 文章首先给出了乘性色噪声和加性白噪声共同作用下的 FHN 系统的 FPK 方程 (Fokker-Planck equation)

及定态概率密度函数的表达式, 从而得到了它的平均首次穿越时间的表达式, 最后分别讨论了噪声强度、关联系数及关联时间对系统的定态概率密度、平均首次穿越时间的影响. 结果表明噪声强度、噪声之间的关联系数及关联时间对系统的定态概率密度及平均首次穿越时间都有很大影响. 然后根据 UNCA (unified colored noise approximation) 理论<sup>[1]</sup>给出了色噪声单独激励下的 FHN 系统的 FPK 方程, 得到了系统的定态概率密度函数的表达式, 通过其考察了相变问题. 结果表明色噪声的关联时间、噪声强度和系统的奇异系数对系统有着很大的影响, 但影响效果不一样.

## 2. 色噪声作用下的 FHN 神经元系统

考虑文献 [10] 提出的一维 FHN 神经元系统 (无量纲形式):

$$dv/dt = v(a - v)(v - 1) - bv + \eta(t), \quad (1)$$

其中  $a$  反映的是系统的快变程度,  $b$  为正常数, 反映的是慢变量对系统的影响, 本文参考文献 [10, 11] 取  $a = 0.5$ ,  $b = 0.01$ .  $\eta(t)$  是具有零均值的高斯白噪声, 且有统计性质  $\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = 2\alpha\delta(t - t')$ , 式中  $\alpha$  为白噪声强度. 需要指出的是, 因为相比原神经元系统省略了慢变量方程, 为了使得系统从一个定态过渡到另外一个定态情况, 在这里噪声  $\eta(t)$  是必须的. 由 (1) 式可知, 势函数  $U(v) = \frac{a+b}{2}v^2 - \frac{a+1}{3}v^3$

\* 国家自然科学基金 (批准号: 30332030, 10472091) 资助的课题.

† E-mail: wangchaoqing@mail.nwpu.edu.cn

+  $\frac{1}{4}v^4$ , 它有两个稳定不动点  $v_{s1} = 0$ ,  $v_{s2} = [a + 1 + \sqrt{(a-1)^2 - 4b}] / 2$ , 一个不稳定不动点  $v_u = [a + 1 - \sqrt{(a-1)^2 - 4b}] / 2$ .

现实中, 神经元的膜电压从激发状态迅速趋于定态的过程, 故可以合理地假设系统的内部噪声应该也具有某种色噪声性质. 现考虑如下神经元系统:

$$\begin{aligned} dv/dt &= u(a - v)(v - 1) - bv + v\xi(t) + \eta(t), \\ d\xi(t)/dt &= -\xi/\tau + \Gamma(t)\eta\tau, \end{aligned} \quad (2a)$$

其中  $\Gamma(t)$  和  $\eta(t)$  是高斯白噪声, 且满足如下统计性质:

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= \eta(t) = 0, \\ \Gamma(t)\Gamma(t') &= 2D\delta(t - t'), \\ \eta(t)\eta(t') &= 2\alpha\delta(t - t'), \\ \Gamma(t)\eta(t') &= \eta(t)\Gamma(t') = 2\lambda\sqrt{D\alpha}\delta(t - t'). \end{aligned} \quad (2b)$$

则由文献 [13—15] 知, 系统 (2) 等价于随机系统:

$$dv/dv = u(a - v)(v - 1) - bv + v\xi(t) + \eta(t), \quad (3a)$$

其中  $\xi(t)$  是零均值的高斯色噪声, 且有

$$\xi(t)\xi(t') = \frac{D}{\tau} \exp\left[-\frac{1}{\tau}|t - t'|\right], \quad (3b)$$

式中  $D$  和  $\alpha$  分别为乘性色噪声强度和加性白噪声强度,  $\lambda$  和  $\tau$  为色噪声  $\xi(t)$  和白噪声  $\eta(t)$  之间的关联系数和关联时间, 且  $-1 \leq \lambda \leq 1$ , 当  $\lambda = 0$  退化为不相关情形.

由 UNCA 理论<sup>[11]</sup>及文献 [2] 结论知方程 (2) 所对应的概率分布函数  $P(v, t)$  所满足的近似的 FPK 方程为

$$\frac{\partial P(v, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial v} A(v)P(v, t) + \frac{\partial^2}{\partial v^2} B(v)P(v, t), \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} h(v) &= u(a - v)(v - 1) - bv, \\ A(v) &= h(v)\alpha(\tau, v) + \sqrt{B(v)}(\sqrt{B(v)}), \\ B(v) &= [g(v)\alpha(\tau, v)]^2, \\ g(v) &= [Dv^2 + 2\lambda\sqrt{D\alpha}v + \alpha]^{1/2}, \\ \alpha(\tau, v) &= 1 - \tau[h(v) + h(v)\eta]. \end{aligned}$$

从而可得定态概率密度函数为

$$P(v) = \frac{N}{\sqrt{B(v)}} \exp\left\{-\frac{\tilde{V}(v)}{D}\right\}, \quad (5)$$

其中  $N$  为归一化常数, 广义势函数为

$$\begin{aligned} \tilde{V}(v) &= -\int \frac{h(v)\alpha(\tau, v)}{v^2 + 2\lambda\sqrt{\alpha/D}v + \alpha/D} dv \\ &= -A_1 v^4/4 - A_2 v^3/3 - A_3 v^2/2 - A_4 v - F(v), \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} a_1 &= a + b, a_2 = a + 1, \\ c_1 &= -a_1, c_2 = a_2 + a_1 a_2, \\ c_3 &= -(a_2^2 + 2a_1\tau + 1), \\ c_4 &= 3a_2\tau, c_5 = -2\tau, \\ d_1 &= 2\lambda\sqrt{\alpha/D}, d_2 = \alpha/D, \\ A_1 &= c_5, A_2 = c_4 - c_5 d_1, \\ A_3 &= c_3 - c_5 d_2 - A_2 d_1, \\ A_4 &= c_2 - A_2 d_2 - A_3 d_1, \\ B_1 &= c_1 - A_3 d_2 - A_4 d_1, \\ B_2 &= -A_4 d_2, \end{aligned}$$

$$F(v) = \frac{B_1}{2} (\ln|v^2 + d_1 v + d_2| - d_1 f(v)) + B_2 f(v),$$

$$f(v) = \frac{2}{\sqrt{4d_2 - d_1^2}} \arctan \frac{2v + d_1}{\sqrt{4d_2 - d_1^2}}.$$

由 (6) 式及最速下降法<sup>[12]</sup> 可求得系统平均首次穿越时间, 其表达式为

$$\begin{aligned} T_+(v_{s1} \rightarrow v_{s2}) &= \frac{2\pi |(a + b - \chi(a + 1)v_{s1} + 3v_{s1}^2)(a + b - \chi(a + 1)v_u + 3v_u^2)|^{-1/2}}{\sqrt{B(v_{s1})}} \exp\left\{\frac{\tilde{V}(v_u) - \tilde{V}(v_{s1})}{D}\right\}, \\ T_-(v_{s2} \rightarrow v_{s1}) &= \frac{2\pi |(a + b - \chi(a + 1)v_{s2} + 3v_{s2}^2)(a + b - \chi(a + 1)v_u + 3v_u^2)|^{-1/2}}{\sqrt{B(v_{s2})}} \exp\left\{\frac{\tilde{V}(v_u) - \tilde{V}(v_{s2})}{D}\right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. 噪声对 FHN 神经元系统的影响

根据 (5)–(7) 式, 讨论乘性色噪声强度  $D$  和加

性白噪声强度  $\alpha$ 、关联系数  $\lambda$  及关联时间  $\tau$  对定态概率密度分布函数和平均首次穿越时间的影响.

图 1 和图 2 给出了定态概率密度函数  $P(v)$  随噪声强度  $D$  和  $\alpha$  变化的情况. 由图 1 可看出当参数

$\lambda = 0.5, D = 0.5, \tau = 0.5$  时, 定态概率密度函数的峰出现在零点及 1.5 附近, 这恰好和系统 (1) 中势函数的两个稳定不动点的位置是一致的. 随着  $\alpha$  变大,  $P(v)$  由单峰结构变为不对称的双峰结构, 即此时系统发生了相变. 另外, 峰的高度随着  $\alpha$  变大而降低. 由图 2 可看出, 当  $\lambda = 0.5, \alpha = 0.1, \tau = 0.5$  时, 随着  $D$  变化  $P(v)$  保持单峰结构不变, 即  $D$  不能诱导相变. 图 3—7 给出了关联时间  $\tau$  对定态概率密度函数及系统平均首次穿越时间的影响. 图 3 给出了  $P(v)$

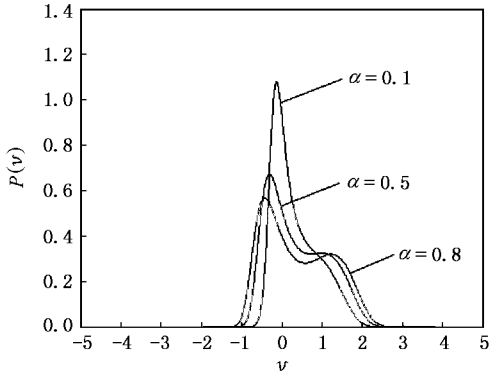


图 1  $\lambda = 0.5, D = 0.5, \tau = 0.5$  定态概率密度函数

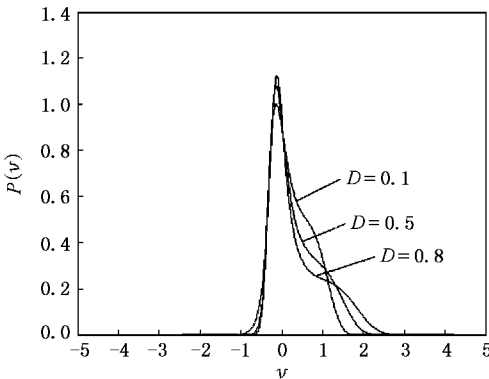


图 2  $\lambda = 0.5, \alpha = 0.1, \tau = 0.5$  定态概率密度函数

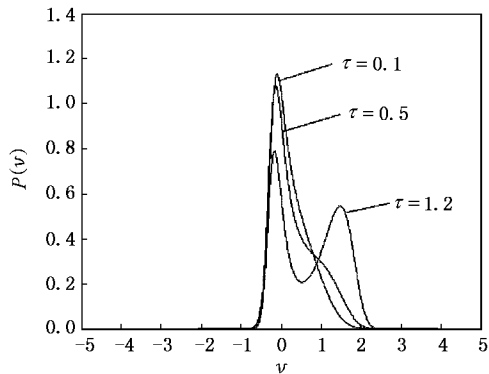


图 3  $\alpha = 0.1, D = 0.5, \lambda = 0.5$  定态概率密度函数

随关联时间  $\tau$  变化的情况. 从图 3 中可看出, 当  $\alpha = 0.1, D = 0.5, \lambda = 0.5$  时, 而  $\tau$  取 0.1 时  $P(v)$  具有单峰结构, 随着  $\tau$  变大, 当  $\tau = 1.2$  时,  $P(v)$  具有不对称的双峰结构, 即此时系统发生了相变, 且当  $P(v)$  具有单峰结构时, 峰的高度随着  $\tau$  变大而变小. 图 4—7 给出了当参数  $\alpha$  (或  $D$ ) 和  $\lambda$  固定取值时, 系统正 (负) 向平均首次穿越时间  $T_+$  ( $T_-$ ) 作为噪声强度  $D$  (或  $\alpha$ ) 的函数随关联时间  $\tau$  变化而变化的情况. 由图 4 和图 6 知当  $\alpha = 0.1, \lambda = 0.5$ , 而  $\tau$  分别取 0.1、0.3 和 0.5 时,  $T_+$  都随着  $D$  变大而变小,  $T_-$  随着  $D$  变大而先变大后变小, 而当  $\alpha = 0.1, \lambda = 0.5$  时, 固定  $D, T_+$  将随着  $\tau$  增加而稍微变大, 但影响不大,  $T_-$  将随着  $\tau$  增加而迅速变大. 由图 5 和图 7 知当  $D = 0.5, \lambda = 0.5$ , 而  $\tau$  分别取 0.1、0.3 和 0.5 时,  $T_+$  都随着  $\alpha$  变大而变小,  $T_-$  随着  $\alpha$  变大而都迅速变小, 而当  $D = 0.5, \lambda = 0.5$  时, 固定  $\alpha$ , 同图 4 情形一样  $T_+$  将随着  $\tau$  增加而稍微变大, 但影响不大,  $T_-$  将随着  $\tau$  增加而迅速变大. 图 8—12 给出了关联系数  $\lambda$  对定态概率密度及平均首次穿越时间的影响. 由图 8 可看出当  $\alpha = 0.5, D = 0.5, \tau = 0.5$  时, 随着  $\lambda$  逐渐变大, 定态概率密度函数  $P(v)$  的形状由不对称变为对称, 然后又变为不对称, 且左峰的高度不断增大, 右峰的高度不断变小, 在  $\lambda = -0.5$  左右,  $P(v)$  具有近似对称的双峰结构, 继续增大  $\lambda$ , 左峰高度明显高于右峰高度. 图 9—12 给出了当参数  $\alpha$  (或  $D$ ) 和  $\tau$  固定取值时, 系统正 (负) 向平均首次穿越时间  $T_+$  ( $T_-$ ) 作为噪声强度  $D$  (或  $\alpha$ ) 的函数随关联时间  $\lambda$  变化而变化的情况. 由图 9 和图 11 知当  $\alpha = 0.1, \tau = 0.5$ , 而  $\lambda$  分别取 0.1、0.3 和 0.5 时,  $T_+$  随着  $D$  变大而变小,  $T_-$  随着  $D$  变大而先变大后变小, 且对固定的  $D, \alpha$  和  $\tau, T_+$  随着  $\lambda$  增加而迅速变小, 而  $T_-$  对较小的  $D$  将随着  $\lambda$  增加而迅速变大, 随着  $D$  变大, 这种单调增性慢慢变为单调减性. 由图 10 和图 12 知当  $D = 0.5, \tau = 0.5$ , 而  $\lambda$  分别取 0.1、0.3 和 0.5 时,  $T_+$  随着  $\alpha$  变大而变小, 而  $T_-$  随着  $\alpha$  变大而迅速变小, 对固定的  $D, \alpha$  和  $\tau, T_+$  都将随着  $\lambda$  增加而变小,  $T_-$  将随着  $\lambda$  增加而迅速变小, 这与图 7 中  $T_-$  随着  $\tau$  的变化情况正好相反. 比较各图, 发现  $\alpha$  和  $\tau$  对定态概率密度影响比较大, 可以诱导系统发生相变, 而  $\lambda$  对系统平均首次穿越时间影响比较大.

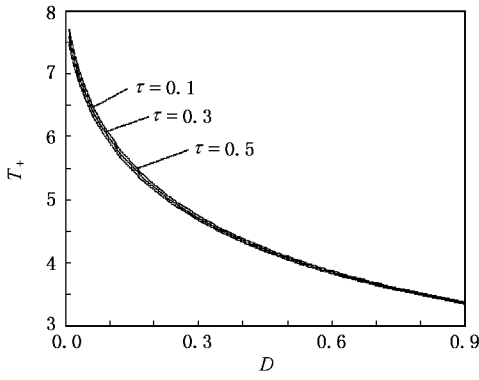


图4  $\alpha=0.1, \lambda=0.5$   $T_+$  随噪声强度  $D$  的变化图

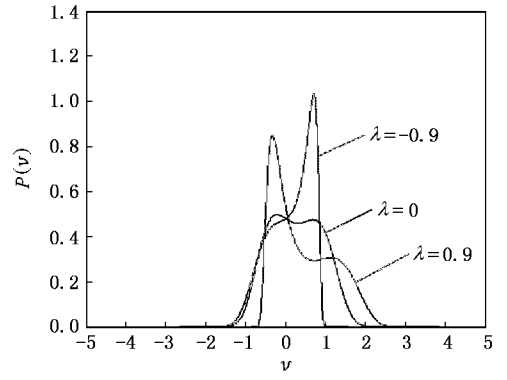


图8  $\alpha=0.5, D=0.5, \tau=0.5$  定态概率密度函数

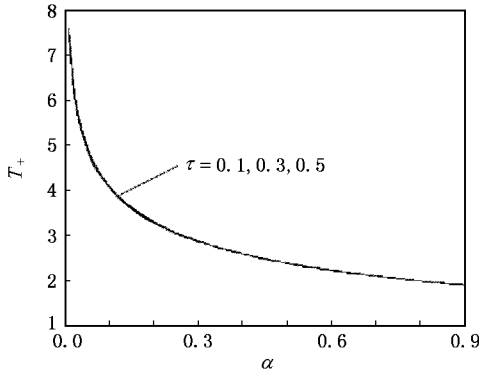


图5  $D=0.5, \lambda=0.5$   $T_+$  随噪声强度  $\alpha$  的变化图

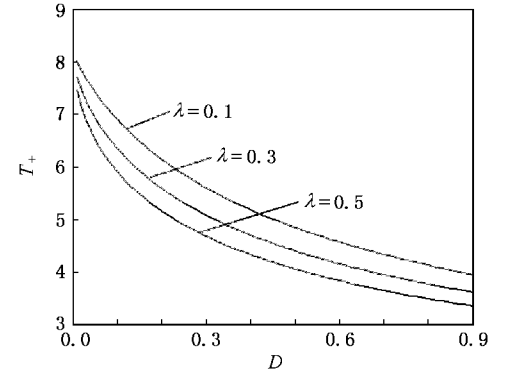


图9  $\alpha=0.1, \tau=0.5$   $T_+$  随噪声强度  $D$  的变化图

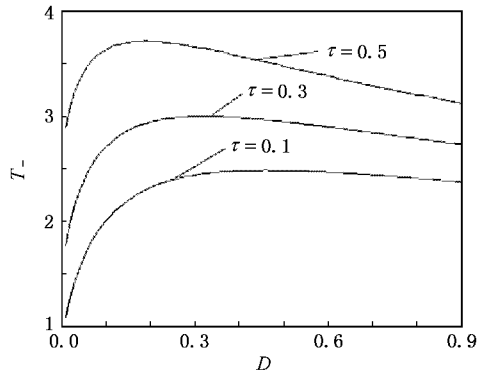


图6  $\alpha=0.1, \lambda=0.5$   $T_-$  随噪声强度  $D$  的变化图

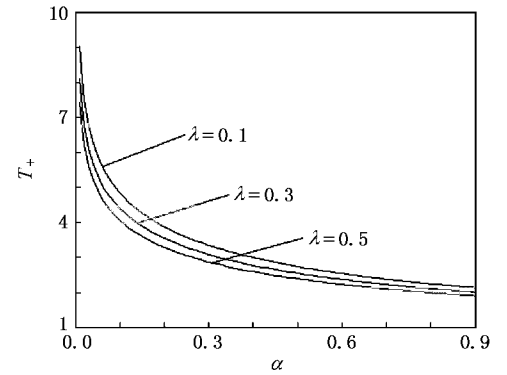


图10  $D=0.5, \tau=0.5$   $T_+$  随噪声强度  $\alpha$  的变化图

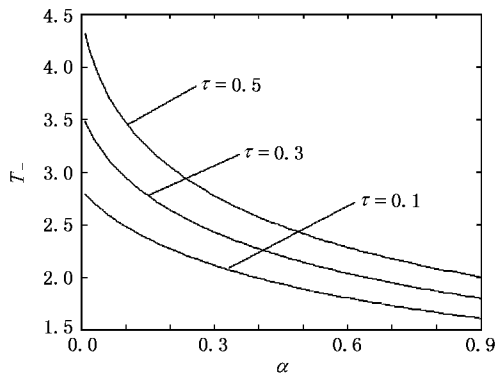


图7  $D=0.5, \lambda=0.5$   $T_-$  随噪声强度  $\alpha$  的变化图

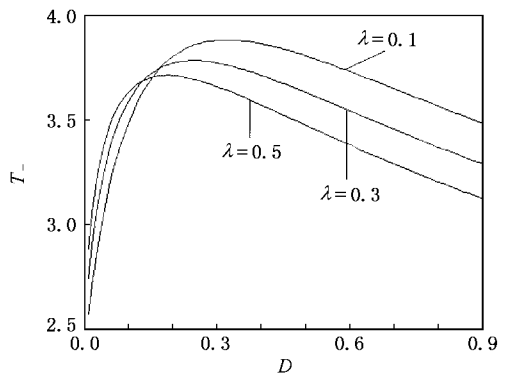


图11  $\alpha=0.1, \tau=0.5$   $T_-$  随噪声强度  $D$  的变化图

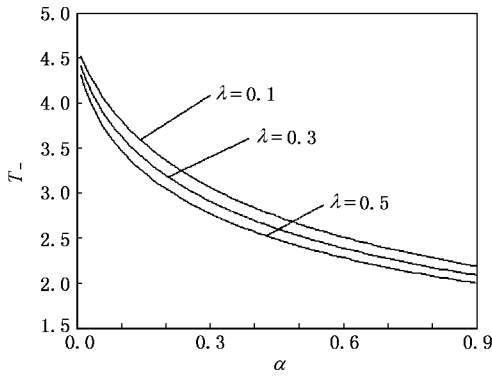


图 12  $D=0.5, \tau=0.5$   $T_-$  随噪声强度  $\alpha$  的变化图

### 4. 色噪声诱导下的 FHN 神经元系统相变

下面考察系统 (1) 的一般形式 :

$$dv/dt = a(v - v) - bv + |v|^\beta \zeta(t) \quad (8)$$

式中  $\zeta(t)$  是具有零均值的高斯色噪声, 且有统计性质  $\zeta(t)\zeta(s) = \frac{\alpha}{\tau} \exp[-\frac{|t-s|}{\tau}]$ , 式中  $\alpha$  为色噪声的噪声强度,  $\tau$  是噪声的自关联时间(为一个少量),  $|\beta| < 1$  反映了系统在  $v_1$  的奇异性程度, 当  $\beta=0, \tau \rightarrow 0$  时, 系统 (8) 退化为系统 (1), 其他参数意义同前. 为了求解其定态概率密度函数, 不同于白

噪声<sup>[11]</sup>情形, 需做如下转化 :

$$y = \begin{cases} |v|^{1-\beta} & v > 0, \\ -|v|^{1-\beta} & v < 0, \end{cases} \quad (9)$$

则 (8) 式化为

$$dy/dt = A(y) + (1 - \beta)\zeta(t), \quad (10)$$

其中

$$A(y) = \begin{cases} (1 - \beta D - (a + b)y + (a + 1)y^{\frac{2-\beta}{1-\beta}} - y^{\frac{3-\beta}{1-\beta}}] & y > 0 \\ (1 - \beta D - (a + b)y + (a + 1)y^{\frac{2-\beta}{1-\beta}} + (-y)^{\frac{3-\beta}{1-\beta}}] & y < 0 \end{cases} \quad (11)$$

由 UNCA 理论<sup>[11]</sup>及参考文献 [2, 12] 知, 可得系统 (10) 的近似 FPK 方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial P(y, t)}{\partial t} \\ &= - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{A(y)}{B(y)} P(y, t) \right) \\ &+ \alpha \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{1}{B(y)} |y|^\beta \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{B(y)} |y|^\beta P(y, t) \right) \right), \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $B(y) = 1 - \tau A'(y)$ . 从而可得定态概率密度函数为

$$\tilde{P}(y) = \frac{NB(y)}{\sqrt{D(y)}} \exp\left\{-\frac{\phi(y)}{\alpha}\right\}, \quad (13)$$

其中  $N$  为标准归一化常数,  $D(y) = \alpha(1 - \beta)^2$ , 广义势函数为

$$\begin{aligned} \phi(y) &= - \int A(y)B(y) dy \\ &= \begin{cases} -\frac{A_1 y^2}{2} - \frac{A_2 y^{b_1+1}}{b_1+1} - \frac{A_3 y^{b_1+b_2}}{b_1+b_2} + \frac{A_4 y^{2b_1}}{2b_1} + \frac{A_4 y^{2b_2}}{2b_2} + \frac{A_5 y^{b_2+1}}{b_2+1} & y > 0, \\ \frac{A_1 y^2}{2} + \frac{A_2 (-y)^{b_1+1}}{b_1+1} + \frac{A_3 y^{b_1+b_2}}{b_1+b_2} - \frac{A_4 (-y)^{2b_1}}{2b_1} - \frac{A_4 (-y)^{2b_2}}{2b_2} - \frac{A_5 (-y)^{b_2+1}}{b_2+1} & y < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $A_1 = (1 - a_1 \tau_0)a_1 + \tau_0 b_2, A_2 = a_2(1 - a_1 \tau_0) - \tau_0 a_1 a_2 b_1, A_3 = a_2 b_2 - \tau_0 a_2 b_1, A_4 = \tau_0 a_2^2 b_1, A_5 = \tau_0 b_2, A_6 = 1 - \tau_0 a_1, a_1 = -(a + b), a_2 = a + 1, b_1 = \frac{2-\beta}{1-\beta}, b_2 = \frac{3-\beta}{1-\beta}, \tau_0 = \tau(1 - \beta)$ . 由 (9) 和 (13) 式可得

$$P(v) = (1 - \beta) |v|^{-\beta} \tilde{P}(y). \quad (15)$$

### 5. 色噪声对系统的影响

根据 (14) (15) 式讨论色噪声自关联时间、噪声强度和随机力奇异性对系统的影响. 图 13—16 给出了定态概率密度函数  $P(v)$  随各参数变化的情况. 由图 13 中可以看出当  $\alpha = 0.1, \beta = 0.5, \tau$  取不同值时,  $P(v)$  具有单峰结构, 且随着  $\tau$  变大, 其峰的高度

变大,峰左移.图 14 当  $\beta = 0.5, \tau = 0.5$  时,  $P(v)$  具有单峰结构,且随着  $\alpha$  稍微变大,峰的高度迅速变小,出现峰的位置不变,都在  $v = 2.7$  附近.继续增大  $\alpha$ ,在  $v = 0$  处出现单峰结构,且随着  $\alpha$  增大峰值迅速增大.图 15 当  $\alpha = 0.1, \tau = 0.5$  时,  $P(v)$  在  $\beta = -0.9 \sim 0.5$  时具有单峰结构,且随着  $\tau$  变大,峰的高度变小,峰逐渐右移.图 16 当  $\alpha = 0.1, \tau = 0.5$  和  $\beta = 0.6 \sim 0.65$  时,  $P(v)$  变为双峰结构,且随着  $\beta$  增大,右峰高度变小,左峰高度变大,最后超过右峰高度,继续增大  $\beta, P(v)$  又变为单峰形态,但峰出现在  $v = 0$ ,且峰值高度随着  $\beta$  增大迅速增大.由上讨论知,参数  $\beta$  可以诱导相变,而  $\alpha$  和  $\tau$  不能诱导相变.值得一提的是,与文献 [11] 考察的白噪声诱导的神经元系统相比,虽然在色噪声诱导下,也出现了相变,但相变情况远没有文献 [11] 中那么复杂,即色噪声作用下的神经元系统的结构比白噪声作用下的系统的结构更加稳定.

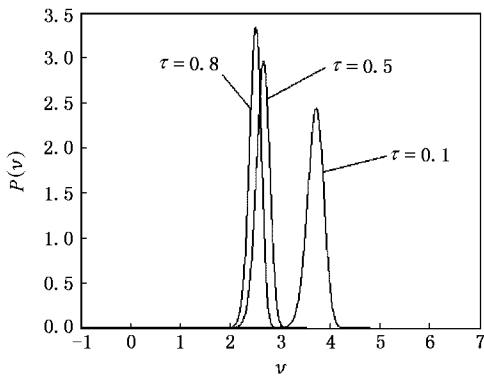


图 13  $\alpha = 0.1, \beta = 0.5$  定态概率密度函数

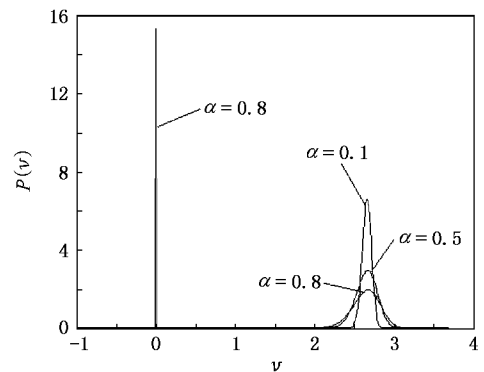


图 14  $\beta = 0.5, \tau = 0.5$  定态概率密度函数

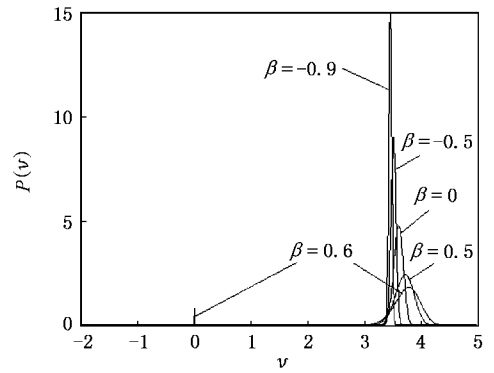


图 15  $\alpha = 0.1, \tau = 0.5$  定态概率密度函数

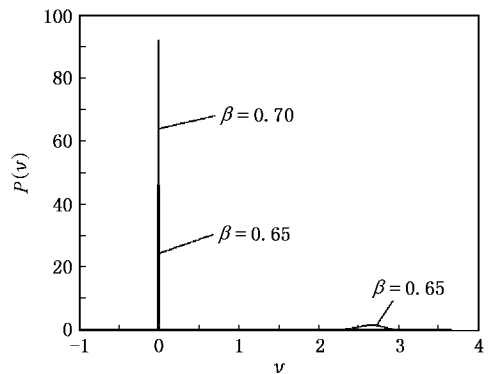


图 16  $\alpha = 0.1, \tau = 0.5$  定态概率密度函数

## 6. 结 论

本文重点讨论了噪声强度、关联系数及关联时间对相互白关联的乘性色噪声和加性白噪声共同作用下的 FHN 系统 (2) 的定态概率密度函数和两个方向的平均首次穿越时间的影响以及色噪声自关联时间、噪声强度和随机力奇异性对系统 (8) 相变的影响. 研究发现, 噪声强度、关联系数及关联时间对系统 (2) 的定态概率密度函数和平均首次穿越时间的影响很大, 但影响效果是不同的. 系统 (2) 随着参数  $\alpha$  和  $\tau$  变化, 可以诱导发生相变, 正向平均首次穿越时间作为噪声强度的函数是单调减的, 随着关联时间及强度变大而变小, 但变化速度不同. 负向平均首次穿越时间是噪声强度  $\alpha$  的单调减函数, 随  $D$  变大先变大后变小, 存在类似共振单峰现象, 且此时随着  $\tau$  和  $\lambda$  变大变化趋势相反. 系统 (8) 中, 随着参数变化, 发生了相变, 奇异参数  $\beta$  在相变过程中起着重要作用, 且系统存在锁定现象, 与文献 [11] 相比知, 色噪声作用下的神经元系统的结构比白噪声作用下的系统的结构更加稳定.

- [ 1 ] Jung P , Hanggi P 1987 *Phys. Rev. A* **35** 4464
- [ 2 ] Cao L , Wu D J , Ke S Z 1995 *Phys. Rev. E* **52** 3228
- [ 3 ] Wu D J , Cao L , Ke S Z 1994 *Phys. Rev. E* **50** 2496
- [ 4 ] Xie C W , Mei D C 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 813
- [ 5 ] Jia Y , Li J R 1996 *Phys. Rev. E* **53** 5764
- [ 6 ] Mei D C , Xie G Z , Cao L , Wu D J 1999 *Phys. Rev. E* **59** 3880
- [ 7 ] Jin Y F , Xu W , Li W , Ma S J 2005 *Journal of Dynamics and Control* **3** 60 ( in Chinese ) [ 靳艳飞、徐 伟、李 伟、马少娟 2005 动力学与控制学报 **3** 60 ]
- [ 8 ] Luo X Q , Zhu S Q 2003 *Phys. Rev. E* **67** 21104
- [ 9 ] Jin Y F , Xu W , Ma S J , Li W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3480 ( in Chinese ) [ 靳艳飞、徐 伟、马少娟、李 伟 2005 物理学报 **54** 3480 ]
- [ 10 ] Alarcon T , Perez-Madrid A , Rubi J M 1998 *Phys. Rev. E* **57** 4979
- [ 11 ] Yu S N , Jia Y 2000 *Journal of Central China Normal University ( Nat. Sci. )* **34** 281 [ 余思宁、贾 亚 2000 华中师范大学学报 ( 自然科学版 ) **34** 281 ]
- [ 12 ] Hu G 1994 *Stochastic Forces and Nonlinear Systems* ( Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House ) p35—41 , p125—138 ( in Chinese ) [ 胡 岗 1994 随机力与非线性系统 ( 上海 : 上海科技教育出版社 ) 第 35—41 页 , 第 125—138 页 ]
- [ 13 ] Hu G 1988 *Phys. Rev. A* **38** 3693
- [ 14 ] Hu G 1989 *Phys. Rev. A* **39** 1286
- [ 15 ] Hu G 1991 *Phys. Rev. A* **43** 700

## Fitz hugh-nagumo neural system driven by colored noises<sup>\*</sup>

Wang Chao-Qing<sup>†</sup> Xu Wei Zhang Na-Min Li Hai-Quan

( Department of Applied Mathematics , Northwestern Polytechnical University , Xi 'an 710072 , China )

( Received 2 March 2007 ; revised manuscript received 16 May 2007 )

### Abstract

We investigated the phase transition and the mean first-passage time of a Fitz hugh-nagumo neural system driven by colored noises , and the expressions of the stationary probability distribution and the mean first-passage time were obtained . The conclusions show that the parameters  $\alpha$  ,  $\tau$  and  $\beta$  can induce phase transition , and there is a locking phenomenon in the system . Each parameter affects the system 's mean first-passage time quite differently .

**Keywords :** Fitz hugh-nagumo neural system , colored noises , mean first-passage time , stationary probability distribution

**PACC :** 0547 , 0570 , 7620

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10332030 , 10472091 ) .

<sup>†</sup> E-mail : wangchaoqing@mail.nwpu.edu.cn