

利用振幅光栅生成拉盖尔高斯 光束的实验研究*

李 丰 高春清† 刘义东 高明伟

(北京理工大学信息科学技术学院光电工程系, 北京 100081)

(2007 年 5 月 22 日收到, 2007 年 6 月 6 日收到修改稿)

拉盖尔高斯(Laguerre-Gaussian, LG)光束由于其独特的相位结构和轨道角动量特性在微粒旋转操纵和信息处理等方面得到了越来越多的重视. 对利用振幅型叉状衍射光栅产生 LG 光束进行了理论分析, 采用计算全息图的方法制作了振幅型叉状衍射光栅, 实验上获得了角量子数为 ± 1 的 LG 光束, 并对光束变换过程中影响光束特性的主要因素进行了讨论.

关键词: 信息光学, 拉盖尔高斯光束, 计算全息光栅, 光束轨道角动量

PACC: 4230, 6110D, 4240E

1. 引 言

光的偏振很早就为人们所认识, 其偏振特性导致光具有自旋角动量. 光的轨道角动量近年来才开始被人们认识, Allen 等人^[1]发现具有 $\exp(il\varphi)$ 形式的相位因子的光束的每个光子具有轨道角动量(OAM) $l\hbar$, 其中 l 是轨道角动量量子数, 典型光束是拉盖尔高斯(Laguerre-Gaussian, LG)光束^[2]. 具有轨道角动量的 LG 光束在微粒旋转操纵和信息处理等领域有潜在的重要应用价值^[3, 4].

目前已经有多种生成 LG 光束的方法, 如腔内加入细丝法^[5], 柱面镜系统光束变换法^[6], 螺旋相位片法^[7]和衍射光栅法^[8]. 其中腔内细丝法的效率较低, 而且很难产生高阶 LG 光束; 利用柱面镜系统虽然可以产生较纯的 LG 光束, 但是其对调整要求较高, 螺旋相位片的制作有一定难度. 衍射光栅法结构简单, 可以采用计算机制作获得所需的衍射模板^[8, 9]. 本文推导了利用光栅生成具有轨道角动量光束的衍射方程, 报道了利用自行设计制作的叉状衍射光栅产生各种 LG 光束的实验结果, 并对实验中的各种影响衍射光场的因素进行了分析.

2. 利用衍射光栅生成 LG 光束的原理

2.1. 衍射光栅的制作

利用衍射光栅产生 LG 模的方法结构简单, 可以采用计算机制模实现复杂的图形, 其生成原理可以用激光干涉生成全息图来分析. 考虑两束相干光束 E_1 和 E_2 的相干叠加. 假定 E_1 是单位幅度的均匀平面波:

$$E_1 = \exp(ikx\sin\theta + ikz\cos\theta), \quad (1)$$

其中 θ 是平面波传播方向与参考方向(z 向)之间的夹角; E_2 是沿着 z 向传播的非归一化 LG 高斯光束, 其束腰位于 $z=0$ 处, 其横向场分布为^[10]

$$E_2 = \exp\left[-\frac{ikr^2}{2R} - \frac{r^2}{w^2} - i(2p + l + 1)\varphi\right] \\ \times \exp(-il\varphi) \chi(-1)^l \left(\frac{2r^2}{w^2}\right)^{\frac{l}{2}} L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2}\right), \quad (2)$$

当两束光束非同轴入射, 即平面波 E_1 传输方向与 LG 光束 E_2 传输方向的夹角 θ 不为零时, 在 $z=0$ 处干涉场的相位分布为

$$\Phi(\rho, \varphi, z) = l\varphi + kx\sin\theta. \quad (3)$$

用 $a(\Phi(\rho, \varphi, z))$ 表示光栅图样的振幅随相位 $\Phi(\rho, \varphi, z)$ 的分布函数. 对 $a(\Phi)$ 做二值化处理, 可

* 教育部博士点基金(批准号: 20050007027)和教育部“新世纪优秀人才”资助计划资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: gao@bit.edu.cn

以得到二元振幅型光栅：

$$a(\Phi) = \begin{cases} 1 & \text{mod}(\Phi, 2\pi) \leq \pi, \\ 0 & \text{其他,} \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\text{mod}(a, b)$ 表示 a 对 b 取余的函数。

以黑白底片为介质,用胶片记录仪生成了尺寸为 $4.5 \text{ mm} \times 4.5 \text{ mm}$ 单叉叉状衍射光栅实物.整个光栅具有 9 个光栅周期,每个光栅周期宽度约 0.5 mm .实物如图 1 所示.

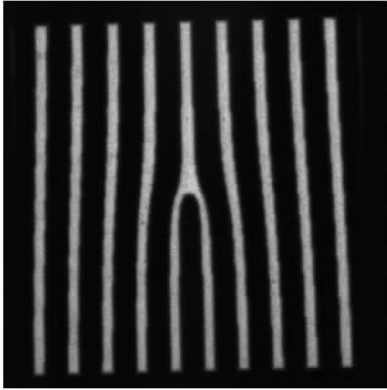


图 1 叉状二元振幅型光栅

由于目前相位型光栅制作比较复杂,不够方便

简捷,而且在研究在 LG 光束的生成上采用二元振幅型光栅可以很好地反映其产生机理,因此本文对相位型光栅暂不予以分析.

2.2. 由叉状光栅获得 LG 光束原理

将光栅图样的振幅随相位的分布函数 $a(\Phi)$ 进行傅里叶展开如下：

$$a(\Phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp(in\Phi), \quad (5)$$

其中 Φ 是由(3)式决定的相位分布,傅里叶展开系数为

$$A_n = \frac{\sin n\pi/2}{n\pi} \exp\left(-\frac{in\pi}{2}\right). \quad (6)$$

当基模高斯光束入射到光栅上后,透过光栅后的光场分布的形式为

$$u_{in}(\rho, \varphi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w_0} \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2}\right) a(\Phi). \quad (7)$$

出射光的远场分布可以看作是近场分布的傅里叶变换：

$$u_{in}(\rho', \varphi') = F_2[u_{in}(\rho, \varphi)], \quad (8)$$

其中的 (ρ', φ') 是远场的空间坐标(空间角频域极坐标), F_2 是二维傅里叶变换.可以将(8)式化简为

$$\begin{aligned} u_{far}(\rho', \varphi') &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n F_2[u_{00}(\rho, \varphi) \exp(in\varphi) \exp(-inkx \sin\theta)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n F_2[u_{00}(\rho, \varphi) \exp(in\varphi)] * F_2[\exp(-inkx \sin\theta)]. \end{aligned} \quad (9)$$

根据二维傅里叶变换可以得到

$$\begin{aligned} &F_2[\exp(-inkx \sin\theta)] \\ &= \delta\left(v_x + \frac{nk \sin\theta}{2\pi}\right) \delta(v_y), \end{aligned} \quad (10)$$

其中 (v_x, v_y) 为空间频域的直角坐标.又考虑以 LG 模为展开基的展开式为

$$u_{00}(\rho, \varphi) \exp(in\varphi) = \sum_{p=0}^{\infty} c_p u_{p,ml}(\rho, \varphi), \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} c_p &= \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} u_{00}(\rho, \varphi) \exp(in\varphi) \\ &\quad \times u_{p,ml}^*(\rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

根据 LG 模的傅里叶变换性质^[11]：

$$F[u_{p,ml}(\rho, \varphi)] = i^{2p+1nl} 2\pi u_{p,ml}(\rho', \varphi'), \quad (13)$$

通过以上推导可以将(9)式写成下面的形式：

$$u_{far}(\rho', \varphi') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \sum_{p=0}^{+\infty} i^{2p+1nl} u_{p,ml}(\rho', \varphi')$$

$$\times \delta\left(v_x + \frac{nk \sin\theta}{2\pi}\right). \quad (14)$$

从(14)式可以得出,入射基模高斯光束的远场衍射图样可以看作是所有阶次的衍射光的叠加,第 n 阶衍射为一系列的具有相同轨道角动量量子数的 LG 光束的叠加,其相对于 0 级衍射中心有 $(nk \sin\theta)/2\pi$ 的横向平移和轨道角量子数 nl 的变化.可以看出,用二元振幅型叉状光栅不能得到纯正的 LG 模,但是由于其产生简单易行,因此仍然得到广泛的应用.

3. 实验结果

3.1. 实验装置

利用二元振幅型叉状衍射光栅生成 LG 光束的实验装置如图 2 所示.整个实验装置由 He-Ne 激光器

(632 nm) 扩束系统、光阑、衍射光栅、透镜、衰减系统和 CCD 组成. 入射到光栅上的光斑半径约为 1.2 mm.

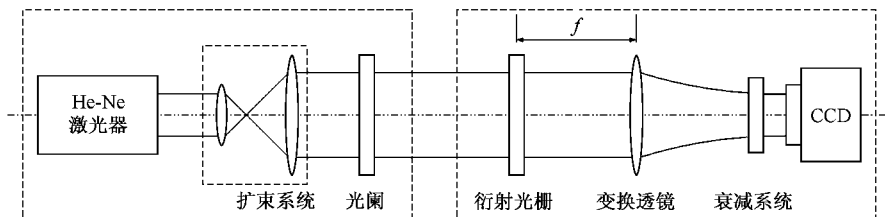


图 2 实验装置示意图

3.2. 远场衍射图样

本文利用图 2 所示的实验系统进行了实验研究. 图 3(a) 上图给出的是实验得到的衍射光场, 为了效果明显, 本文衍射图均利用反色显示. 根据 CCD 成像原理, 利用非饱和状态下, 图像灰度值与光束能量之间的线性关系, 可以得到各级衍射级能量的分布. 图 3(a) 下图是实际实验结果的归一化的能量分布. 图 3(b) 上图给出的是理论仿真得到的衍射光场, 相应的图 3(b) 下图理论仿真中归一化后的能量

分布.

比较观察图 3(a) 和图 3(b), 可以看出两幅图中衍射光场形状十分相似. 两幅图衍射图样的中心亮斑是 0 级衍射, 根据 (16) 式得知这是轨道角动量量子数为 0 的衍射光束, 0 级衍射斑的两侧依次是 ± 1 级, ± 2 级等衍射图样. 相应的轨道角动量量子数分别为 ± 1 与 ± 2 . 通过计算, 在图 3(a) 中, 0 级衍射与 $+1$ 级衍射之间的距离为 0.364 mm, 图 3(b) 理论仿真得到的距离为 0.345 mm, 在考虑调节以及计算误差的基础上, 二者相符.

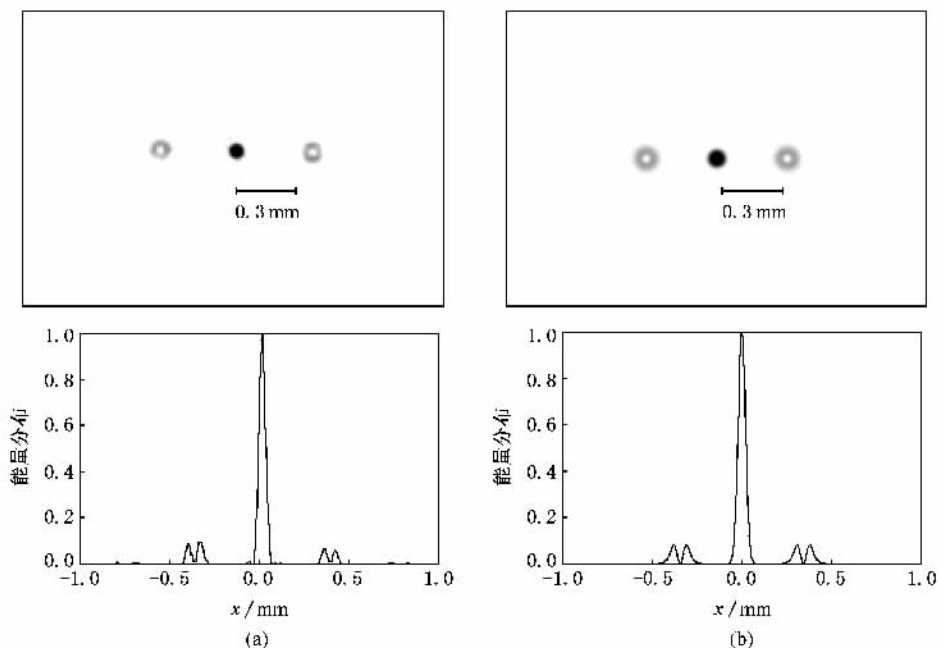


图 3 一叉二元振幅型光栅的衍射光场(上)和各衍射级的能量分布(下) (a) 实验结果 (b) 理论仿真结果

4. 实验结果的讨论

4.1. ± 2 级的衍射光斑的讨论

在实验中, 我们发现除了 ± 1 级衍射外, 还隐约

可见 ± 2 级的衍射光斑(由于 ± 2 级的衍射光斑很弱, 实验所用的 CCD 的动态范围有限, 所以在图 3(a) 中不清楚), 而数值仿真结果图 3(b) 中, 对应的位置并不存在 ± 2 级衍射. 理论分析与实验存在一定的偏差, 下面对此进行分析.

在远场衍射场的表达式 (14) 中, 对应于每个衍

射级 n 的表达式中,有一个实系数 A_n ,如果 ± 2 级衍射级强度为 0,即要求 $A_{\pm 2} = 0$.考虑一般黑白条纹并不对称情况下,实系数 A_n 的一般表达式为如下:

$$A_n \propto \frac{\sin(n\pi a(a+b))}{n\pi(a+b)} \exp\left(-\frac{ina\pi}{a+b}\right), \quad (15)$$

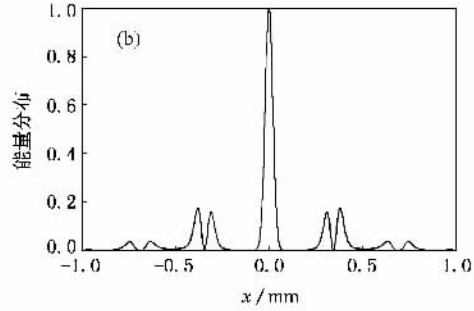
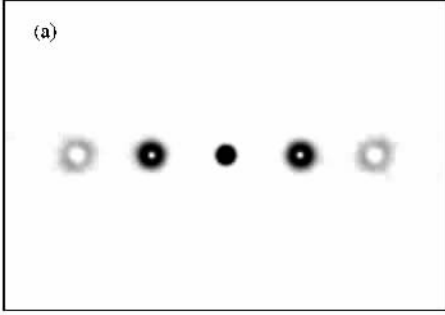


图 4 远场衍射理论仿真结果 (a)衍射光场 (b)衍射级能量分布

图 4(a)表示在 $a = 3b$ 时的远场衍射光场;图 4(b)表示在 $a = 3b$ 时远场衍射的能量分布.从图 4 中可以看出,在距离中心位置 0.7 mm 处,有明显的第二级衍射出现.因此可以得出黑白条纹加工时条纹宽度不均匀是造成第二级条纹出现的原因.

4.2. ± 1 级衍射光斑的讨论

由于 ± 1 级衍射光斑关于零级衍射光斑呈中心对称分布,本文以 $+1$ 级为例进行分析.将图 3(a)中的 $+1$ 级能量分布用三维表示,如图 5 所示,可以看出 $+1$ 级衍射的能量分布不均匀.图 5(a)的是实验

其中, a 是光栅图样中白条纹的宽度, b 是光栅图样中黑条纹宽度,理想状况下,光栅黑白条纹宽度相等,即 $a = b$,此时 $A_{\pm 2} = 0$.但是实际条件下, $a \neq b$,在 $a = 3b$ 的条件下,我们进行了理论仿真,如图 4 所示.

测得的 $+1$ 级衍射的能量分布三维图,图 5(b)是理论仿真得到的能量分布的三维图.

从图 5(a)可以看到, $+1$ 级衍射的能量整体分布呈环状,但是 x 轴两侧各出现了两个能量极值,在 y 轴两侧有两个能量凹陷,且 y 轴正向能量高于负向.图 5(b)所示理论仿真的衍射图中能量分布呈平滑的环状,其原因主要是因为光源与探测器之间准直存在一定的误差引起的,光源与探测系统间发生准直误差有以下三种情况:横向偏移,角向偏移以及入射光束的椭圆性.

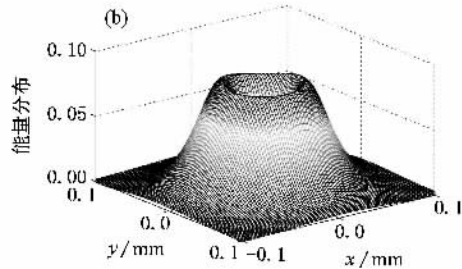
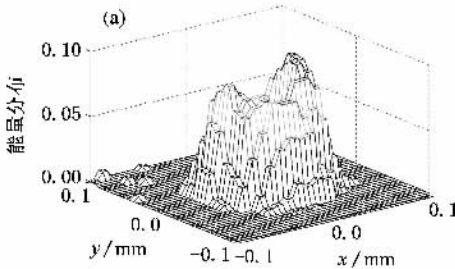


图 5 $+1$ 级衍射能量分布的三维图 (a)实验结果 (b)理论仿真结果

图 6 所示为出射光束与探测系统在 x 方向有横向偏移 D_x 的情况下, $+1$ 级衍射光场的能量分布情况.图 6(a)~(d)分别表示光场向 x 方向位移为 0, $0.2 w_0$, $0.4 w_0$ 和 $0.6 w_0$ 的 $+1$ 级衍射光场,其中 w_0 是入射光束的束腰半径.随着横向偏移的增大,光场能量已经明显不呈均匀分布,能量集中在面包圈的一侧.由此可以看出,入射光束的侧向偏移导致

了光束奇点的偏移.

图 7(a)~(d)表示当光源输出的光束有一定的椭圆度时 $+1$ 级的衍射光场能量分布,椭圆光场的长短轴之比 R 分别为 1.0, 1.5, 2.0 和 4.0.光场能量分布由面包圈形状变化成为具有对称的两个峰值形状,两个峰值所在的方向和椭圆光场的长轴的方向相对应.随着比值 R 的增大,两个峰值越明显.

角向偏移是指光源与探测系统光轴之间有夹角,角向偏移大小用一级衍射角 λ/Δ 来表示,其中 λ 是光波长, Δ 是光栅常数.图 8(a)–(c)是 γ 分别在 $x-z$ 平面内偏移为 $0, 0.1\lambda/\Delta$ 和 $0.2\lambda/\Delta$ 时的远场衍射图样.随着 x 方向入射角偏移的增大,衍射光斑在 x 轴位置对应的偏移也在增大,但衍射光斑的能量分布以及衍射各级分布的相对位置并不改变.

角向偏移导致衍射光场的偏移.

根据上述分析,本实验中图 5(a)所对应的现象可能是因为入射角有横向偏移以及入射光场的椭圆性造成的.入射光的横向偏移造成光场能量向一侧倾斜,而椭圆性导致光场能量大致上呈两瓣分布的现象.角向偏移只影响衍射光斑的位置而不影响其形状,其影响可以忽略.

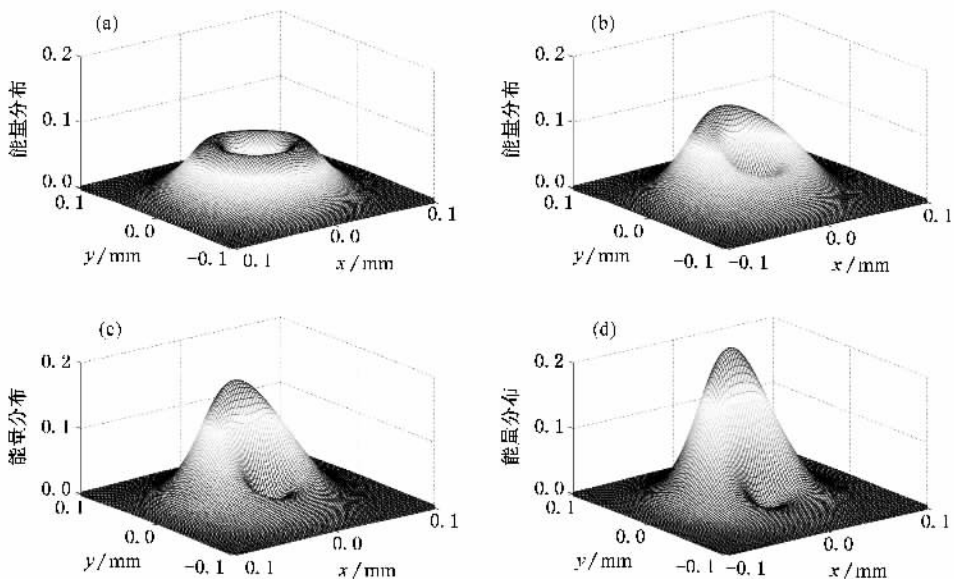


图 6 +1 级衍射横向偏移仿真结果 (a) $D_x = 0$ (b) $D_x = 0.2w_0$ (c) $D_x = 0.4w_0$ (d) $D_x = 0.6w_0$

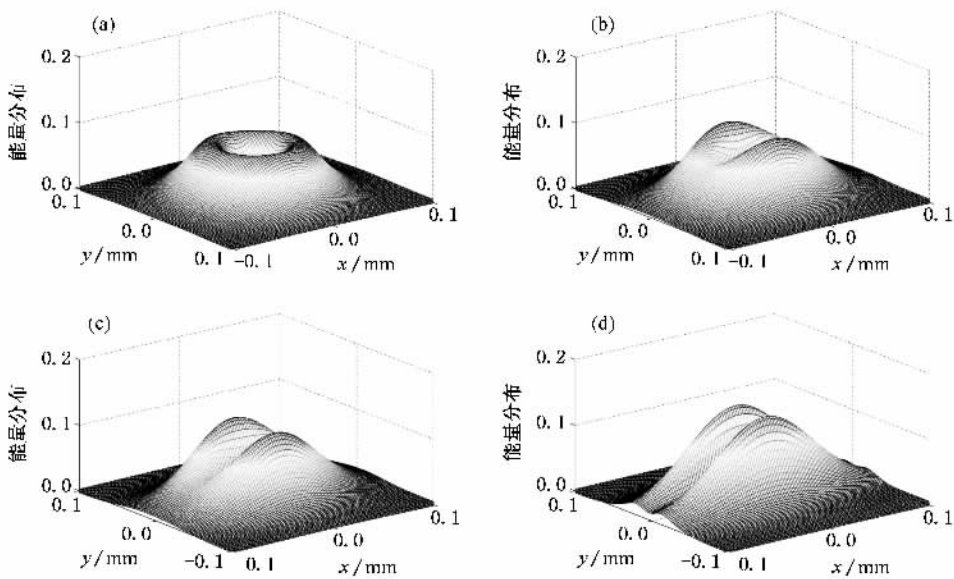


图 7 +1 级衍射椭圆光入射条件仿真结果 (a) $R = 1.0$ (b) $R = 1.5$ (c) $R = 2.0$ (d) $R = 4.0$

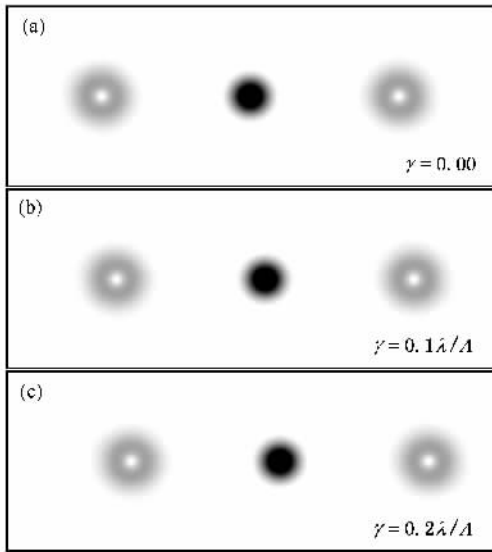


图 8 衍射角随角向偏移变化仿真结果

5. 结 论

本文分析了生成 LG 光束所用振幅型叉状光栅的制作原理,通过傅里叶展开的方法分析了利用衍射光栅生成 LG 光束的原理,发现了入射基模高斯光束的远场衍射图样可以看作是各阶次的衍射光的叠加,第 n 阶衍射为一系列的具有相同轨道角动量量子数的 LG 光束的叠加,其相对于 0 级衍射中心有 $(nk\sin\theta)2\pi$ 的横向平移和轨道角量子数 nl 的变化.利用实际制作的二元振幅型衍射光栅进行了相应实验,针对实验过程中衍射光场的 ± 2 级衍射出现问题以及 ± 1 级衍射能量不均问题进行了分析.

- [1] Allen L ,Beijersbergen M W ,Spreuw R J C ,Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [2] Gao C Q ,Wei G H ,Weber H 2000 *Sci. China Ser. A* **43** 1306 (in Chinese) [高春清、魏光辉、Horst Weber 2000 中国科学 A **43** 1306]
- [3] Gao M W ,Gao C Q ,He X Y ,Li J Z ,Wei G H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 413 (in Chinese) [高明伟、高春清、何晓燕、李家泽、魏光辉 2004 物理学报 **53** 413]
- [4] Gibson G ,Courtial J ,Vasnetsov M ,Barnett S ,Franke-Arnold S ,Padgett M 2004 *Proc. Of SPIE* **5550** 367
- [5] Tamm C 1988 *Phys. Rev. A* **38** 5960
- [6] Courtial J ,Padgett M J 1999 *Opt. Commun.* **159** 13
- [7] Turnbull G A ,Robertson D A ,Smith G M ,Allen L ,Padgett M J 1996 *Opt. Commun.* **127** 183
- [8] Heckenberg N R ,McDuff R ,Smith C P ,White A G 1992 *Opt. Lett.* **17** 221
- [9] Gao W J ,Wang W B ,Zhu S Q 1998 *Acta Opt. Sin.* **18** 1467 (in Chinese) [高建伟、王文宝、朱士群 1998 光学学报 **18** 1467]
- [10] Arlt J ,Dholakia K ,Allen L ,Padgett M J 1998 *J. Mod. Opt.* **45** 1231
- [11] Bogush A J Jr ,Elkins R E 1986 *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* AP-**34** 228

Experimental study of the generation of Laguerre-Gaussian beam using a computer-generated amplitude grating^{*}

Li Feng Gao Chun-Qing[†] Liu Yi-Dong Gao Ming-Wei

(*Department of Optical-electronics ,School of Information Science and Technology ,
Beijing Institute of Technology ,Beijing 100081 ,China*)

(Received 22 May 2007 ; revised manuscript received 6 June 2007)

Abstract

Laguerre-Gaussian (LG) beams attracts much attention in the fields of rotating micro-particle manipulation and information processing due to their special phase structures and related orbital angular momentum. In this paper the generation of LG beam by an amplitude grating was theoretically studied and the LG beams with azimuthal number of ± 1 were obtained by the amplitude grating produced by the computer-generated hologram (CGH). Influences of main factors on the beam transformation were discussed.

Keywords : information optics , Laguerre-Gaussian beam , computer-generated hologram , orbital angular momentum

PACC : 4230 , 6110D , 4240E

^{*} Project supported by the Doctoral Fund of Ministry of Education of China (Grant No. 20050007027) and the Program for New Century Excellent Talents in University (NCET).

[†] Corresponding author. E-mail : gao@bit.edu.cn