

纯相位液晶空间光调制器拟合 泽尼克像差性能分析*

蔡冬梅^{1)†} 凌 宁¹⁾ 姜文汉¹⁾

1) 中国科学院成都光电技术研究所, 自适应光学国家重点实验室, 成都 610209)

2) 中国科学院研究生院 北京 100039)

(2007 年 5 月 17 日收到, 2007 年 7 月 9 日收到修改稿)

纯相位液晶空间光调制器作为波前校正器构成的高分辨率、低能耗、价格低廉、易于控制的自适应光学系统受到越来越多的关注. 作为一种新型波前校正器件, 它对波前像差的校正能力是反映其在自适应光学系统中应用的一个重要的指标, 因此有必要仔细地研究它对各种像差的校正能力, 以确定其可能的应用范围. 波前校正器对各阶泽尼克像差的拟合效果有效地反映了该器件对不同像差的校正能力. 利用 256×256 像素的纯相位液晶空间光调制器(LC-SLM)产生不同系数的前 36 项泽尼克像差分析 LC-SLM 对不同像差的校正能力. 讨论了填充因子、离散像素结构、相邻像素的相位交连、相位回卷方法及相位调制深度对器件像差校正能力的影响.

关键词: 液晶空间光调制器, 相位调制, 自适应光学, 泽尼克多项式

PACC: 4260F, 6130, 4280K

1. 引 言

自适应光学系统利用波前校正器实时校正入射波前动态畸变, 使光学系统自动适应外界条件变化始终保持良好的工作状态. 传统的波前校正器-变形镜具有响应速度快、校正动态范围大、光程校正量与波长无关、在宽波段内具有高反射率并能承受较大功率的优点^[1, 2]. 然而目前复杂的单元制造技术、只能单件生产、价格昂贵、高能耗等缺点使变形镜的应用范围受到很大的限制. 而且变形镜单元尺寸较大, 它在校正低频波前畸变时表现出良好的校正性能, 而对于模式混合的小尺度波前畸变不能进行很好的校正. 近年液晶显示和超大规模集成电路技术的迅猛发展以及液晶材料的丰富, 纯相位液晶空间光调制器(LC-SLM)作为波前校正器件在自适应光学中的应用日益受到关注, 分辨率高、能耗低、体积小、易于控制、价格低廉等优点使其在波前校正中具有很

大的应用潜力^[3-5]. 作为一种新型波前校正器, LC-SLM 的波前像差校正能力是决定它能否工作于实际自适应系统以及确定其可能应用范围的一个关键指标. 本文设计了一个拟合产生波前像差与测量实验系统, 利用美国 BNS 公司研制的 256×256 像素的纯相位 LC-SLM 拟合产生不同系数的前 36 项泽尼克像差, 用 Veeco 干涉仪测量产生像差的大小, 评价器件对不同波前像差的校正能力, 并分析了影响 LC-SLM 像差校正能力的各个因素, 讨论了目前的 LC-SLM 器件在自适应光学中的应用范围.

2. 液晶空间光调制器拟合产生波前像差原理

畸变波前可用一系列正交泽尼克多项式的线性组合表示, 既能满足对复杂波前相位信息的描述, 同时又具有足够的精度^[6]. 在圆内泽尼克多项式通常描述为如下二维极坐标形式^[7]:

* 国家自然科学基金(批准号 60438030)资助的课题.

† E-mail: dm_cai@eyou.com

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} N_n^m R_n^{1m}(\rho) \cos(m\theta) & m \geq 0, \\ -N_n^m R_n^{1m}(\rho) \sin(m\theta) & m \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$N_n^m = \sqrt{\frac{\chi(n+1)}{1+\delta_{m0}}}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j, \\ 0 & i \neq j, \end{cases}$$

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{n-1-m/2} \times \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left(\frac{n+|m|-s}{2}\right)! \left(\frac{n-|m|-s}{2}\right)!} \rho^{n-2s},$$

式中 m, n 分别是多项式的角向频率数和径向频率数, 是反映泽尼克多项式空间频率的重要参数, 并满足关系式: $n - |m| = \text{even}, m \leq n$.

在像素电压驱动下, LC-SLM 对透过液晶像素传播的偏振光进行相位调制, 改变入射波面的相位分布. 拟合产生泽尼克像差首先要确定各像素的控制信号, 使 LC-SLM 形成与像差的相位分布对应的相位掩模. 由于 LC-SLM 中每个像素仅产生一个整体相移, 因此将要拟合产生的泽尼克像差波面划分成与像素的形状、位置一一对应的子区域阵列, 各子区域中心的相位值作为相应像素单元的相位值. 找出所有像素中的最小相位值, 求出各像素相位值相对最小相位值的相位差, 结合液晶空间光调制器的相位调制特性^[8], 利用 Matlab 编写像差拟合软件生成相应的灰度图. PC 将灰度控制信号通过驱动电路施加在 LC-SLM 的各个像素上拟合出相应的像差波前.

LC-SLM 拟合产生像差的相位分布函数为

$$\Phi(x, y) = \left\{ \left[u(x, y) \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{a}\right) \right] \times \text{rect}\left(\frac{x}{L}, \frac{y}{L}\right) \right\} \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right) \quad (2)$$

式中“comb”为狄拉克梳状函数, $\text{comb}(\beta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\beta - m)$; \otimes 表示卷积符号; $u(x, y)$ 是拟产生的理想像差波面的相位函数; a 为相邻像素中心间距; L 是 LC-SLM 的工作面尺寸. 根据液晶的相位调制特性^[8], LC-SLM 对特定波长 632.8 nm 的相位调制深度为 2π . 当波前像差的相位函数超过 2π , 器件的相位调制深度不能直接满足校正大像差时对动态范围的要求. 采用相位回卷方法 (phase wrapping technique) 可以有效扩大 LC-SLM 的相位调制幅度. 相位回卷方法是基于衍射光学元件设计中对相位函数的处理方法^[9].

对于衍射光学元件, 相位函数 $\phi(x, y)$ 主要是由局部光栅的位置和光栅的周期而生成的. 在衍射元件的设计中, 相位函数被限制在 $0-2\pi$ 整数倍的范围内. 对最大相位调值深度等于 2π 的情况, 衍射光学元件的相位分布函数为^[10]

$$\psi(x, y) = [\phi(x, y)] \text{mod} 2\pi. \quad (3)$$

公式 (3) 中, 由于光学相位以 2π 为周期, 当相位超过 2π , 对相位函数 $\phi(x, y)$ 以 2π 为周期作量化处理, 相位变化限制在 $0-2\pi$ 范围内^[10].

相位回卷方法利用衍射光学元件设计中对相位函数作 2π 量化处理的方法, 当 LC-SLM 在特定波长条件下, 相位函数减去 2π 的整数倍, 使相位函数的相位在 $0-2\pi$ 或 $-\pi-\pi$ 范围内变化, 不超过 LC-SLM 的 2π 相位调制深度. 对 (2) 式做如下相位回卷:

$$\Phi'(x, y) = \left\{ \left[u(x, y) \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{a}\right) \right] \times \text{rect}\left(\frac{x}{L}, \frac{y}{L}\right) \right\} \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right) \text{mod} 2\pi. \quad (4)$$

$\Phi'(x, y)$ 是相位回卷处理后 LC-SLM 的相位分布函数. 在公式 (4) 中限制相位的结果是相位分布函数中 2π 步长的不连续, 但不影响 LC-SLM 根据计算出来的相位分布函数 $\Phi'(x, y)$ 对理想像差波面相位函数 $u(x, y)$ 的实现. 相位回卷有效扩大了 LC-SLM 的相位调制范围.

3. 实验及结果

液晶空间光调制器产生泽尼克像差的实验装置见图 1. 图中, 从 Veeco 干涉仪出射的平面波 ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) 经 LC-SLM 调制后反射至 Veeco 干涉仪, 干涉仪测量调制后波面的相位分布. 为保证测量精度, 像差波面通过一个 5 倍扩束系统进入干涉仪, 使干

涉仪对测量波面有足够的采样点 ,同时调整偏振方向 和干涉仪焦距使干涉条纹对比度最大 .利用像差拟合软件 ,PC 和驱动电路控制 LC-SLM 产生不同系数的前 36 项泽尼克像差 .图 2 为部分实验结果的二维相位分布 ,图中各像差的理论 PV 值均为 3λ ,从拟合波面的形状看 ,LC-SLM 能够拟合出 PV 值超过一个波长的前 36 项泽尼克像差 .

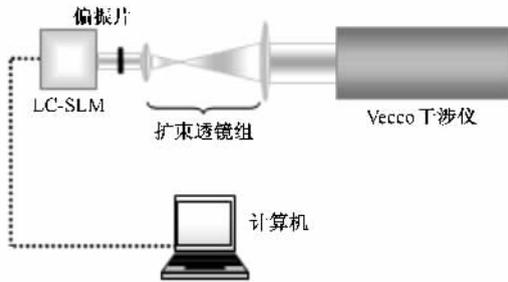


图 1 实验装置示意图

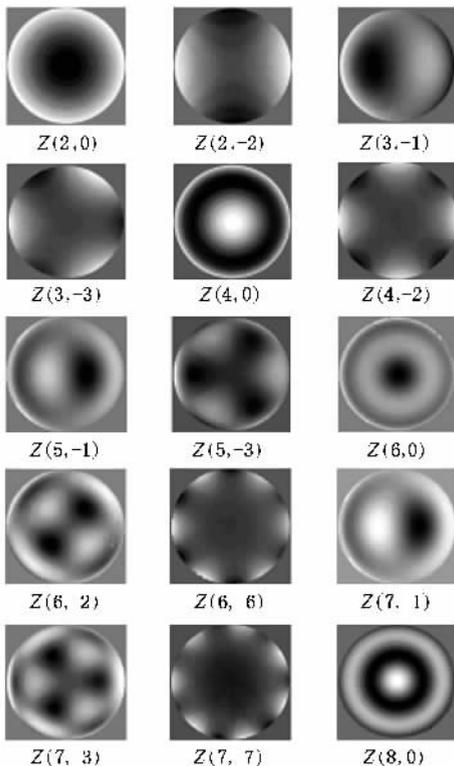


图 2 LC-SLM 产生的泽尼克像差的二维相位分布

记录 Veeco 干涉仪给出的拟合像差的测量值 ,计算拟合像差测量值与理论值的残差 ,并计算残差的均方根 (RMS) .RMS 值越小 ,产生的拟合像差越接近理想像差 ,像差拟合精度越高 ,LC-SLM 对该像差的校正效果越好 .图 3 为各像差对理想像差的拟合残差的均方根误差曲线 ,横坐标为拟合产生的泽尼

克像差的系数理论值 ,纵坐标表示拟合残差的均方根值 ,单位为波长 λ .

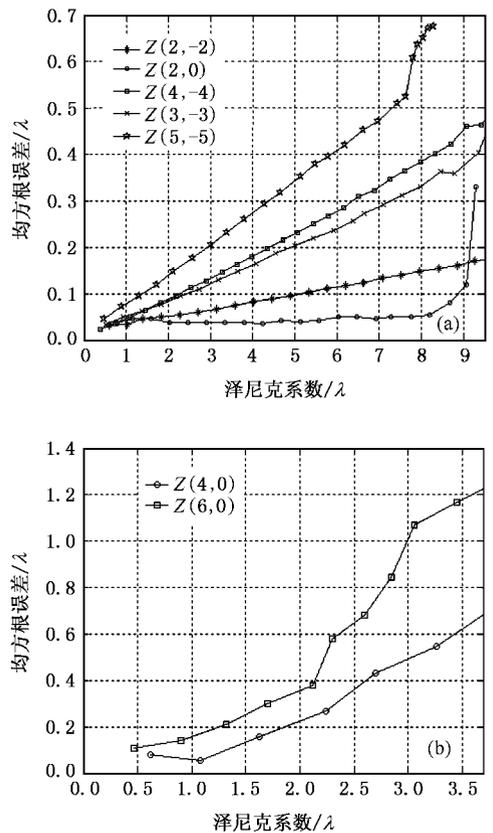


图 3 LC-SLM 产生泽尼克像差的拟合残差的均方根误差曲线 (a)像散类和离焦 (b)球差类

图 3 (a)是离焦和像散类像差的测量结果 .比较图 3 (a)中各条曲线 ,LC-SLM 对像差的拟合精度随着像差阶数的增大而下降 .低阶的像散和离焦的拟合精度最高 ,当像差系数增大到 9λ ,PV 值接近 18λ ,RMS 值小于 0.2λ .比较 $Z(3,-3)$ $Z(4,-4)$ 和 $Z(5,-5)$ 项 ,拟合残差的均方根误差随系数的增大而增加 ,且像差阶数越高 ,误差曲线的斜率越大 ,拟合误差增加得越快 .对 $Z(5,-5)$ 项当系数超过 7.8λ ,误差值从 0.52λ 迅速变为 0.68λ ,因为随着像差系数的增加 ,像差 PV 值增大 ,LC-SLM 用来拟合一个波长相位变化的像素数目偏少 ,拟合误差增大 .离焦的 RMS 曲线在系数大于 8λ 后均方根误差从 0.05λ 骤然上升到 0.34λ 同样也反映了这一点 .图 3 (b)为具有圆形对称分布的球差类像差的测量结果 ,像差系数仅为 0.6λ 、PV 值为 0.9λ 的球差 $Z(4,0)$ 的拟合残差的 RMS 值为 0.102λ ,与图 (a)的结果相比 LC-SLM 对球差类像差的拟合误差较大 ,器件对此类像差的校正能力略低 ,尤其当像差系数大于 1.5λ 后 .

图 4 是像差理论 PV 值均为 1λ , LC-SLM 拟合产生的泽尼克像差的系数测量值相对系数理论值的残差直方图. 结果表明, 除第 36 项 $Z(6, 0)$, 其余各项像差的系数拟合残差较小, 拟合残差的平均值为 0.064λ , 最大值为 0.11λ . 像差系数较小时, LC-SLM 能够很好地拟合出前 35 项泽尼克像差, 因此 LC-SLM 对于小系数像差具有很好的校正能力.

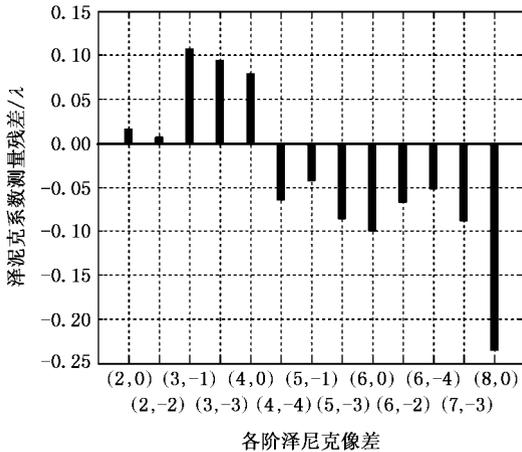


图 4 LC-SLM 产生的泽尼克像差的系数拟合残差直方图

4. 影响液晶空间光调制器拟合像差性能的因素

4.1. 像素结构的影响

在 2 节中, 公式 (2) 表示在不计相邻像素间隙情况下, LC-SLM 拟合像差的相位分布函数与理想像差相位函数的关系. 狄拉克梳状函数反映了像素结构对相位分布函数的影响, LC-SLM 的工作方式类似一个分立表面变形镜, 拟合像差仅能反映出理想像差相位函数的抽样信息. 考虑相邻像素的间隙, 定义 d 为单个像素的有效工作尺寸, 公式 (2) 可表示为

$$\Phi(x, y) = \left\{ \left[u(x, y) \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{a}\right) \right] \times \text{rect}\left(\frac{x}{L}, \frac{y}{L}\right) \right\} \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{d}, \frac{y}{d}\right) \quad (5)$$

上式中, 像素有效工作尺寸决定的矩形函数对连续相位函数抽样结果做卷积运算, 使 LC-SLM 在单个像素区域内相位值相同. LC-SLM 拟合像差的性能受到像素结构和像素有效工作尺寸的影响. 定义像素有效工作尺寸和像素间距的比值为 LC-SLM 的填充

比. 利用公式 (5) 仿真计算 256×256 单元的 LC-SLM 拟合球差时像素结构和填充比对拟合像差性能的影响. 拟合效果用像差拟合值与理论值残差的均方根误差来表示, RMS 值越小, 拟合精度越高. 图 5 为拟合残差的 RMS 值与填充比关系的仿真曲线. 忽略像素间隙, 即填充比为 1 时, 拟合残差的 RMS 值为 0.0032λ , 像差拟合精度非常高, 说明 256×256 的像素数目足以弥补分立像素结构对像差拟合效果的影响. 随着填充比的降低, 拟合像差的均方根误差增加. 对 0.85 的填充比, 拟合残差的 RMS 值约为 0.08λ , 是填充比为 1 时的 25 倍. 像素间隙对像差拟合性能影响较大, 需要尽可能提高 LC-SLM 器件的填充比.

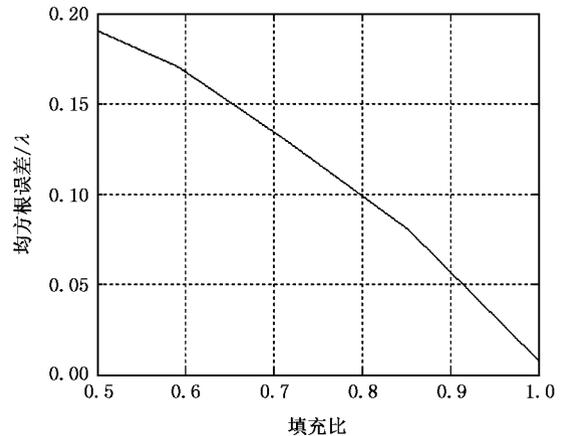


图 5 球差的拟合残差的均方根值与填充比的关系曲线

以上的仿真计算假设相邻像素间的电场相互孤立, 单个像素区域内电场完全相同. 实际上, 对于目前微米级厚的超薄液晶层, 边缘电场的影响使上述假设不再成立. 利用图 1 的实验装置, 将 LC-SLM 的工作面分成上下两部分, 保持下半部分所有像素的灰度值始终为 0, 改变施加在上半部分像素上的灰度值, 使上下两部分像素的灰度值服从阶跃分布产生阶梯状相位分布. 图 6 是对上半部分像素分别施加灰度值 40, 70, 90 和 110, 灰度值发生变化的临界区域内各像素的相位分布截面曲线. 可以看到由于边缘电场的相互影响, 相邻像素的相位发生交连, 相位分布曲线偏离阶梯分布, 曲线趋于平滑. 相位交连对像差拟合效果的影响使得 LC-SLM 在拟合高阶像差时, 像差中的高频信息损失, 拟合误差增大, 降低了器件对高阶像差的校正能力. 对于低阶像差, 相位交连形成的更加连续、平滑的相位分布减小了分立像素和填充比小于 1 造成的相位的不连续分布,

使拟合误差减小, LC-SLM 对低阶像差的校正能力提高.

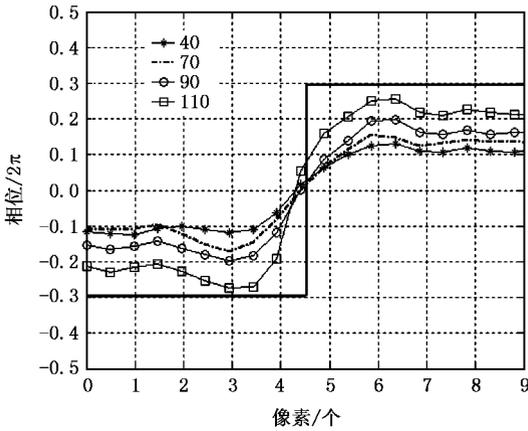


图6 边缘电场引起的相邻像素的相位交叉

4.2. 相位回卷方法的影响

相位回卷方法能有效扩大 LC-SLM 的相位调制动态范围, 克服 2π 相位调制深度对调制范围的限制. 然而随着相位差的增大, 相位回卷次数增加, 拟合一个波长相位变化的像素数目越来越少, 同时器件在 2π 调制范围内有限的相位水平数使得器件对像差的拟合精度下降. 以离焦为例, 有限的像素数目和相位水平数突出了相位回卷造成的相位分布函数中 2π 步长的不连续, 在拟合出的波面上相邻两个波长之间出现一个小的相位波动, 偏离理想波面相位分布. 图 7 是系数为 -2.5λ 的离焦的相位分布截面曲线的测量结果, 图中清晰地反映出相位差每变化一个波长波面的波动. 计算拟合像差实验曲线测量值和理想像差曲线之差的平方和, 用测量值与理论值的拟合方差反映测量曲线对理论曲线的偏离程

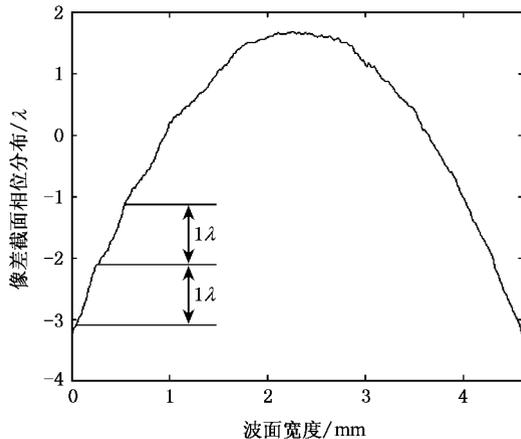


图7 LC-SLM 拟合离焦的相位分布实验曲线 相位调制深度 = 2π

度, 拟合方差的大小为 0.666λ . 对高阶像差, 由相位回卷引起的相位波动更强烈, 像差的拟合误差更大, 像差测量曲线的拟合方差随像差阶数的增大而增加.

LC-SLM 是通过外加电场改变液晶的折射率实现对入射波面的相位调制, 它的相位调制深度与入射波长有关, 它仅对特定波长满足 2π 的相位调制深度. 当入射波长大于特定波长, 器件的调制深度小于 2π , 反之大于 2π ^[11]. 作为波前校正器 LC-SLM 需要在宽谱段条件下, 对特定波长, 相位回卷能够准确将相位函数以 2π 为周期进行处理, 当波长偏离特定波长, 相位调制深度不再满足 2π , 相位回卷处理后的相位分布与 2π 的整数倍错开引入误差. 假定相位调制深度分别为 1.52π 和 2.92π , 仿真系数为 2.5λ 的离焦经相位回卷处理后的相位分布, 相位分布的截面曲线见图 8 (a) 和 (b), 每经过一次相位回卷, 相位值与理论值错开一定的相位差; 相位回卷的次数越多, 处理后的相位分布对理论值的偏离越大. 仿真结果忽略了 LC-SLM 像素结构和间隙的影响, 仅反映相位调制深度变化时采用相位回卷方法对像差拟合效果的影响. 图 9 (a) 和 (b) 分别为相位调制深度 1.76π 和 1.53π 时 LC-SLM 拟合产生系数为 2.5λ 的离焦的相位分布测量曲线. 与图 8 (a) 的仿真曲线形状相同, 图 9 中箭头所指部分的相位发生阶跃, 相位分布出现一个个小台阶. 随着相位调制幅度与 2π 偏离的增大, 台阶越明显, 误差越大. 计算两条像差测量曲线与理论曲线的拟合方差, 分别为 1.983λ 和 3.476λ , 远远大于 2π 调制深度的 0.666λ . 相位调制深度不满足 2π 时, 相位回卷方法是降低 LC-SLM 波前校正能力的主要因素.

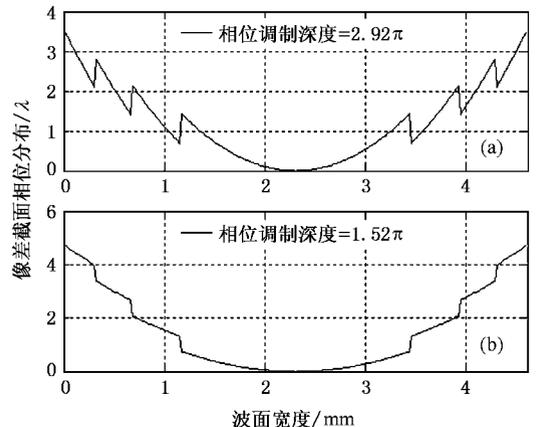


图8 不同相位调制深度利用相位回卷方法对相位分布的影响

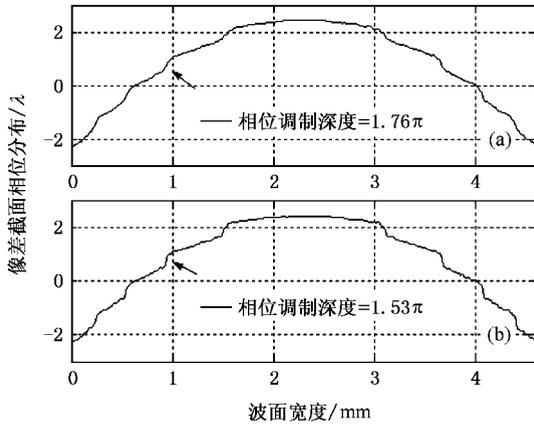


图9 LC-SLM拟合离焦的相位分布实验曲线 相位调制深度分别为 $= 1.76\pi$ (a) 和 1.53π (b)

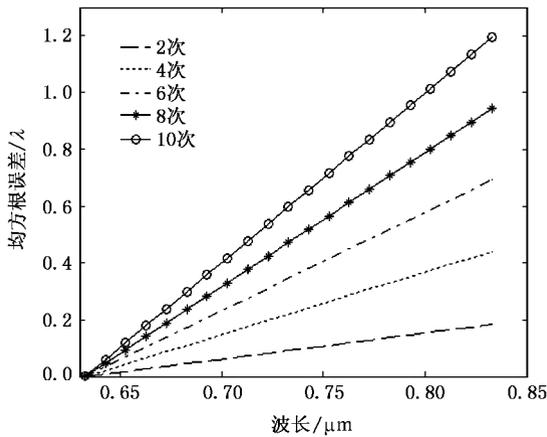


图10 相位回卷和波长对像差拟合能力的影响

图10是LC-SLM拟合离焦时的拟合波面与理想波面残差的均方根值与波长和相位回卷次数的仿真结果.同样的相位回卷次数,随着波长对特定波长

(632.8 nm)偏离的增大,RMS值增加,像差拟合能力降低.同一入射波长,随着相位回卷次数的增加,像差的拟合误差增加.图10的仿真结果忽略了材料色散对相位调制深度的影响,因为与色散引起的误差相比,相位回卷方法是影响LC-SLM工作在宽谱带范围像差校正能力的主要原因^[12].

5. 结 论

本文利用 256×256 像素的反射型纯相位调制的液晶空间光调制器拟合前36项泽尼克多项式对它作为波前校正器件的校正能力进行了理论分析和实验研究.结果表明, 256×256 的像素个数使其对于泽尼克像差理论上具有非常好的拟合能力.实验中LC-SLM能够准确地拟合出系数在 $\pm 9\lambda$ 内的离焦和像散,器件对低阶像差具有很高的校正能力,且在很大的动态范围内校正能力都非常高.对于具有圆形对称分布的高阶像差,当像差系数不大时,LC-SLM仍有较好的拟合能力,器件对像差的校正效果较好.然而边缘电场引起的相邻像素的相位交连使像差的高频分量损失,LC-SLM对高阶像差的校正能力大大降低.相位回卷方法能够有效扩大LC-SLM器件的相位调制范围,然而同时造成相位分布每经历一个波长变化出现一个小波动,偏离理想波面,随着像差阶数的增加,波动增强,拟合误差增大,校正能力下降.在宽谱段条件下,LC-SLM的相位调制深度变化影响相位回卷方法的准确应用,此时它是造成器件像差校正能力低的主要原因.相位回卷方法对LC-SLM校正能力的影响决定了目前它仅适用于窄谱段条件下对波前像差的校正.

[1] Jiang W H, Ling N, Tang G M, Li M Q, Shen F, Rao C H, Xu B 1998 *SPIE* **3353** 696
 [2] Ling N, Zhang Y D, Rao X J, Li X Y, Wang C, Hu Y Y, Jiang W H 2002 *SPIE* **4825** 99
 [3] Ge A M, Sui Z, Xu K S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2481 (in Chinese) [葛爱明、隋展、徐克寿 2003 物理学报 **52** 2481]
 [4] Piers P A, Fernandez E J, Manzanera S, Norrby S, Artal P 2004 *Investigative Ophthalmology & Visual Science* **45** 4601
 [5] Douton F D, Benito A, Pujol J, Arjona M, Guell J L, Artal P 2006 *Investigative Ophthalmology & Visual Science* **47** 1710
 [6] Born M, Wolf E 1978 *Principles of Optics* (Beijing: Science Press) p610 (in Chinese) [M 波恩、E 沃夫 1978 光学原理(北京:科

学出版社)第610页]

[7] Nam J, Rubin S J 2005 *J. Opt. Soc. Am. A* **22** 1709
 [8] Cai D M, Ling N, Jiang W H 2007 *SPIE* **6457** 64570P-1
 [9] Thibos L N, Bradley A 1997 *Optom. Vis. Sci.* **74** 581
 [10] Hans H P 2002 *Micro-Optics Elements, Systems and Application* (Beijing: National Defense Industry Press) p5 (in Chinese) [郝尔齐克 2002 微光学元件、系统和应用(北京:国防工业出版社)第5页]
 [11] Boulder Nonlinear Systems Inc 2005 *User Manual* (Colorado: BNS Inc) p5
 [12] Donald T M, Larry N T, Xin H 2005 *Opt. Express* **13** 275

The performance of phase-only liquid crystal spatial light modulator used for generating Zernike terms^{*}

Cai Dong-Mei^{1,2,†} Ling Ning¹⁾ Jiang Wen-Han¹⁾

¹ *Institute of Optics and Electronics, State Key Laboratory for Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China*

² *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*

(Received 17 May 2007 ; revised manuscript received 9 July 2007)

Abstract

The liquid crystal spatial light modulators (LC-SLM) are recently emerging as wavefront aberration correctors for use in low cost adaptive optics system (AO). As a novel aberration corrector, the wavefront generation performance of a phase-only LC-SLM is a governing factor that determines its ability for wave-front correction in an AO system. In this article, the performance of wave-front generation of LC-SLM is demonstrated by the production and quantification of the first 36 Zernike terms with different values. The factors, such as the fill factor, fringe field effect, pixel structure, the phase wrapping method and different phase strokes to impact wave-front generation are analyzed.

Keywords : liquid crystal spatial light modulator, phase modulation, adaptive optics, Zernike terms

PACC : 4260F, 6130, 4280K

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60438030).

[†] E-mail : dm_cai@eyou.com