

利用一个三粒子 W 态隐形传送 N 粒子 GHZ 态*

查新未¹⁾ 张淳民²⁾

1) 西安邮电学院应用数学与应用物理系, 西安 710061)

2) 西安交通大学理学院, 西安 710049)

(2007 年 3 月 16 日收到, 2007 年 4 月 23 日收到修改稿)

杨洪钦等提出一个用两个三粒子 W 态作为量子信道将 N 粒子 GHZ 态从发送者传送给两个接收者中任意一个的量子隐形传送方案. 给出其理论分析, 并提出了一个仅用一个三粒子 W 态作为量子信道将 N 粒子 GHZ 态传送给两个接收者之一的量子隐形传送的方案.

关键词: 隐形传态, GHZ 态, W 态量子信道

PACC: 0365

1. 引 言

自 1993 年 Bennett 等人^[1]提出未知单粒子量子态的隐形传送方案以来, 对如何传送量子态人们已经进行了深入的理论和实验研究. 已经有多种方案被提出, 隐形传态已成为量子信息领域最重要的研究对象之一, 并得到了一系列很有意义的应用, 并且被认为是量子信息领域最重要的资源. 近年来, 人们提出许多可行的量子隐形传送的方案来传送未知量子态^[2-30], Zheng 等^[2]提出了传输三粒子纠缠 W 态的方案, Zhan 等^[3]提出利用 2 个非最大四粒子纠缠态或 4 个二粒子部分纠缠态来传输四粒子纠缠 W 态的方案. Shi 等^[4-7]提出利用三粒子 W 态作为量子信道也可传送单比特未知量子态; Dai 等^[8]提出利用两个三粒子 W 态作为量子信道隐形传送任意的两粒子态. 最近杨洪钦等^[9]提出利用两个三粒子 W 态作为量子信道, 可将三粒子 GHZ 态从发送者传送给两个接收者中的任意一个的方案. 并将其可推广至隐形传送 N 粒子 GHZ 态. 但正如 Rigolin^[10]指出的, 发送者 Alice 要传送任意的 N 粒子给接收者 Bob, Alice 和 Bob 需要建立一个 2N 粒子纠缠态量子信道. 而文献[9]用两个三粒子 W 态作为量子信道, 就可将三粒子 GHZ 态从发送者传送给接收者.

本文从理论上给出解释分析, 并给出用一个三粒子 W 态作为量子信道隐形传送 N 粒子 GHZ 态的简单方案.

2. 三粒子 GHZ 态的等价态

假设粒子 1, 2, 3 处于某个未知的三粒子 GHZ 态上, 即

$$|\psi\rangle_{123} = (\alpha|000\rangle + \beta|111\rangle)_{123}, \quad (1)$$

发送者(Alice)要把这个未知的三粒子 GHZ 态传送给远处的接收者 Bob, 我们知道发送者(Alice)将手中粒子 1, 2, 3 的信息态传送给远处的接收者 Bob, 其实质上是将 (α, β) 传送给远处的接收者 Bob. 因此三粒子 GHZ 态的信息等价于一个粒子任意态

$$|\psi\rangle_1 = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \quad (2)$$

的信息, 而传送一个粒子任意态, Alice 和 Bob 只需要建立一个 2 粒子纠缠态量子信道即可实现. 将 (1) 式的三粒子 GHZ 态变成等价于一个粒子任意态 (2) 式可有两种方法.

1) 首先 Alice 分别对 (1) 式的粒子 2, 3 进行 Hadamard 门变换, 即

$$|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), |1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle),$$

则 (1) 式变为

* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 40537031), 国家高技术研究发展计划(863)项目(批准号: 2006AA12Z152), 国防基础科研计划项目(批准号: A1420080187), 国家自然科学基金(批准号: 60278019, 40375010), 陕西省科技攻关项目(批准号: 2005K04-G18), 陕西省科学计划基金(批准号: 2004A15), 陕西省教育厅科学研究计划项目(批准号: 05JK288)和西安交通大学“985”信息电子平台资助的课题.

$$\begin{aligned}
 |\psi'_{123}\rangle &= H_2 H_3 |\psi_{123}\rangle \\
 &= H_2 H_3 (\alpha |000\rangle + \beta |111\rangle)_{23} \\
 &= \frac{1}{2} \alpha (|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \beta (|100\rangle - |101\rangle - |110\rangle + |111\rangle), \quad (3)
 \end{aligned}$$

然后 Alice 对粒子 2, 3 进行测量. 如果测量结果为 $|00\rangle, |11\rangle$, 则粒子 1 将坍缩为

$$|\psi_1\rangle \rightarrow (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle)_1. \quad (4)$$

如果测量结果为 $|01\rangle, |10\rangle$, 则粒子 1 将坍缩为

$$|\psi_1\rangle \rightarrow (\alpha |0\rangle - \beta |1\rangle)_1. \quad (5)$$

显然, 在这种情况下, 如果 Alice 对 (5) 式的粒子 1 作 σ_z 变换, 则 (5) 式也变为 (4) 式.

2) Alice 以粒子 1, 2 为控制位, 粒子 3 为靶位, 实行 Toffoli 门操作, 则 (1) 式变为

$$\begin{aligned}
 |\psi''_{123}\rangle &= (\alpha |000\rangle + \beta |110\rangle)_{23} \\
 &= (\alpha |00\rangle + \beta |11\rangle)_{12} |0\rangle_3, \quad (6)
 \end{aligned}$$

然后, 以粒子 1 为控制位, 粒子 2 为靶位, 实行控制非操作, 则 (6) 式变换成

$$|\psi'''_{123}\rangle = (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle)_1 |0\rangle_2 |0\rangle_3. \quad (7)$$

此时, 三粒子 GHZ 态的隐形传输就可以转化为一个粒子任意态.

3. 一个粒子任意态的隐形传送

假设 Alice 与 Bob, Charlie 事先建立了一个三粒子最大纠缠 W 态通道

$$|\psi_{456}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle)_{456}, \quad (8)$$

因此, 由粒子 1 和量子信道组成的整个系统的态为

$$\begin{aligned}
 |\psi_s\rangle &= |\psi_1\rangle |\psi_{456}\rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle)_1 (|001\rangle \\
 &\quad + |010\rangle + |100\rangle)_{456}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

粒子 4 在 Alice 处, 粒子 5 在 Bob 处, 粒子 6 在 Charlie 处. 为实现隐形传送, Alice 首先对粒子 (1, 4) 进行贝尔基测量, 经过这次测量后, 所有可能的结果如下:

$$\begin{aligned}
 |\psi_{56}^1\rangle &= \phi_{14}^+ || \psi_s \\
 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |01\rangle + \alpha |10\rangle + \beta |00\rangle)_{56}, \\
 |\psi_{56}^2\rangle &= \phi_{14}^- || \psi_s
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |01\rangle + \alpha |10\rangle - \beta |00\rangle)_{56},$$

$$|\psi_{56}^3\rangle = \phi_{14}^+ || \psi_s,$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |00\rangle + \beta |01\rangle + \beta |10\rangle)_{56},$$

$$|\psi_{56}^4\rangle = \phi_{14}^- || \psi_s,$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |00\rangle - \beta |01\rangle - \beta |10\rangle)_{56}, \quad (10)$$

其中

$$|\varphi_{14}^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle \pm |11\rangle)_{14},$$

$$|\psi_{14}^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle \pm |10\rangle)_{14}. \quad (11)$$

如果 Bob 想得到所需传送的三粒子纠缠态, 首先 Charlie 对粒子 6 进行测量, 可得出

$$|\psi_{50}^1\rangle = |0\rangle_6 |\psi_{56}^1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |1\rangle + \beta |0\rangle)_5,$$

$$|\psi_{50}^2\rangle = |0\rangle_6 |\psi_{56}^2\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |1\rangle - \beta |0\rangle)_5,$$

$$|\psi_{50}^3\rangle = |0\rangle_6 |\psi_{56}^3\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle)_5,$$

$$|\psi_{50}^4\rangle = |0\rangle_6 |\psi_{56}^4\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |0\rangle - \beta |1\rangle)_5,$$

$$|\psi_{51}^1\rangle = |1\rangle_6 |\psi_{56}^1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \alpha |0\rangle_5,$$

$$|\psi_{51}^2\rangle = |1\rangle_6 |\psi_{56}^2\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \alpha |0\rangle_5,$$

$$|\psi_{51}^3\rangle = |1\rangle_6 |\psi_{56}^3\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \beta |0\rangle_5,$$

$$|\psi_{51}^4\rangle = |1\rangle_6 |\psi_{56}^4\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}} \beta |0\rangle_5. \quad (12)$$

由上式看出, 如果 Charlie 的测量结果为 $|1\rangle$, 则隐形传态失败. 如果测量结果为 $|0\rangle$, 则隐形传态可能成功. 如果坍缩态为 $|\psi_{50}^1\rangle$, 则 Bob 对粒子 5 作 σ_x 变换

$$|\psi_5\rangle = \sigma_x |\psi_{50}^1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle)_5. \quad (13)$$

与 (2) 式只差一常数, 它们表示同一状态; 同理对 $|\psi_{50}^2\rangle$, 则 Bob 对粒子 5 作 $\sigma_z \sigma_x$ 变换, 而对 $|\psi_{50}^3\rangle$, Bob 对粒子 5 作 σ_z 变换, 则可变为 (2) 式.

4. 三粒子 GHZ 态的实现

如果要将 (2) 式变为 (1) 式, Bob 可引进一个初

态为 $|0\rangle$ 的辅助粒子 A_1 则

$$|\psi_{5A_1}\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)_{5A_1}, \quad (14)$$

然后以粒子 5 为控制位, 粒子 A_1 为靶位, 实行控制非操作, 则(14)式变换成

$$|\psi'_{5A_1}\rangle = (\alpha|0_5|0_{A_1} + \beta|1_5|1_{A_1}). \quad (15)$$

再引进一个初态为 $|0\rangle$ 的辅助粒子 A_2 则

$$|\psi'_{5A_1A_2}\rangle = (\alpha|0_5|0_{A_1}|0_{A_2} + \beta|1_5|1_{A_1}|0_{A_2}). \quad (16)$$

Bob 以粒子 5, A_1 为控制位, 粒子 A_2 为靶位, 实行 Toffoli 门操作, 则(16)式变换成

$$|\psi''_{5A_1A_2}\rangle = (\alpha|0_5|0_{A_1}|0_{A_2} + \beta|1_5|1_{A_1}|1_{A_2}). \quad (17)$$

类似地, Alice 通过经典信道将测量结果通知 Bob 和 Charlie, 如果 Charlie 想得到所需传送的粒子 GHZ 态, 首先要 Bob 对粒子 5 进行测量. 如果测量

结果为 $|1\rangle$, 则隐形传态失败. 如果测量结果为 $|0\rangle$, 则隐形传态成功.

5. 结 论

本文利用一个三粒子纠缠 W 态作为量子信道, 即可将未知的三粒子 GHZ 态从发送者传送给两个接收者中的任意一个. 另外, 只要用一个三粒子 W 态作为量子信道, 就可推广到隐形传送 N 粒子 GHZ 态. 这样与其他文献中量子信道的方案相比, 笔者利用了更少的纠缠对, 从而节约了纠缠“资源”; 另外, 从理论上看出, 如果要传送的参数为 2 个, 其方法与一个粒子任意态的隐形传送相似, 类似我们可推测, 如果要传送的参数为 2^N 个以下, 则与 N 个粒子任意态的隐形传送相似. 这样, 在量子隐形传送中, 量子信道的选取并不取决于所传送的粒子数目, 而取决于所传送的参数的数目.

- [1] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [2] Zheng Y Z, Gu Y J, Guo G C 2002 *Chin. Phys.* **11** 537
- [3] Zhan Y B, Fu H 2005 *Comm. Theor. Phys.* **43** 440
- [4] Shi B S, Tomita A 2002 *Phys. Lett. A* **296** 4161
- [5] Joo J, Park Y J 2002 *Phys. Lett. A* **296** 161
- [6] Shi B S, Tomita A 2002 *Phys. Lett. A* **300** 3324
- [7] Cao Z L, Yang M 2004 *Phys. A* **337** 1132
- [8] Dai H Y, Chen P X, Li C Z 2004 *J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt.* **6** 106
- [9] Yang H Q, Xie S S, Lu Z K, Jiang Y K 2006 *Acta Optica Sinica* **26** 300 (in Chinese) [杨洪钦、谢树森、陆祖康、江云坤 2006 光学学报 **26** 300]
- [10] Rigolin G 2006 *Phys. Rev. A* **71** 32303
- [11] Ye L, Yao C M, Guo G C 2001 *Chin. Phys.* **10** 1001
- [12] Zhou J D, Hou G, Zhang Y D 2001 *Phys. Rev. A* **64** 12301
- [13] Sun L L, Fan Q B, Zhang S 2005 *Chin. Phys.* **14** 1313
- [14] Lin X, Li H C 2005 *Chin. Phys.* **14** 1724
- [15] Can H J, Guo Y Q, Soug H S 2006 *Chin. Phys.* **15** 915
- [16] Zheng Y Z, Dai L Y, Guo G C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2678 (in Chinese) [郑亦庄、戴玲玉、郭光灿 2003 物理学报 **52** 2678]
- [17] Fang J X, Lin Y S, Zhu S Q *et al* 2003 *Phys. Rev. A* **67** 14305
- [18] Huang Y C, Liu M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4517 (in Chinese) [黄永畅、刘 敏 2005 物理学报 **54** 4517]
- [19] Dai H Y, Li C Z, Chen P X 2003 *Chin. Phys.* **12** 354
- [20] Zha X W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1875 (in Chinese) [查新未 2007 物理学报 **56** 1875]
- [21] Ye J Y, Zhang C M, Zhao B C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 67 (in Chinese) [叶健勇、张淳民、赵葆常 2008 物理学报 **57** 67]
- [22] Peng Z H, Zhang C M, Zhao B C *et al* 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6374 (in Chinese) [彭志红、张淳民、赵葆常等 2006 物理学报 **55** 6374]
- [23] Yuan Z L, Zhang C M, Zhao B C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6413 (in Chinese) [袁志林、张淳民、赵葆常 2007 物理学报 **56** 6413]
- [24] Jian X H, Zhang C M, Zhao B C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 824 (in Chinese) [简小华、张淳民、赵葆常 2007 物理学报 **56** 824]
- [25] Zhang C M, He J 2006 *Optics Express* **14** 12561
- [26] Zhang C M, Zhao B C, Xiang L B *et al* 2006 *Optik* **117** 265
- [27] Zhang C M, Zhao B C, Xiang L B 2004 *Appl. Opt.* **43** 6090
- [28] Zhang C M, Xiang L B, Zhao B C 2004 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **6** 815
- [29] Zhang C M, Zhao B C, Xiang L B 2003 *Opt. Commu.* **227** 221
- [30] Zhang C M, Zhao B C, Xiang L B 2002 *Opt. Commu.* **203** 21

Teleportation of an N -particle GHZ state via one three-particle W state^{*}

Zha Xin-Wei¹⁾ Zhang Chun-Min²⁾

¹⁾ *Department of Applied Mathematics and Physics, Xi'an Institute of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061, China*

²⁾ *School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*

(Received 16 March 2007 ; revised manuscript received 23 April 2007)

Abstract

Recently Yang Hon-qin et al proposed a scheme for teleporting a three-particle GHZ state from a sender to either of two receivers with two three-particle W state quantum channel. In this paper, the theoretical analysis is given and the new scheme for teleporting an N -particle GHZ state using only one three-particle W state quantum channel is proposed.

Keywords : teleportation, GHZ state, W state quantum channel

PACC : 0365

^{*} Project supported by the Key Program of National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40537031); National High Technology Research and Development Program of China 863 (Grant No. 2006AA12Z152); National Defence Basic Scientific Research Project (Grant No. A1420080187); the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 40375010 ; 60278019); the Key Program of Science & Technology of Shaanxi Province (Grant Nos. 2005K04-G18, 2004A15, 05JK288); " 985 " Project of Xi'an Jiaotong University.