第 57 卷 第 3 期 2008 年 3 月
1000-3290/2008/57(03)/1360-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57,No.3,March,2008

具有非对角开边界的 $SU(2)$ 不变 Thirring 模型的精确解*

唐美娟‡ 王延申†

(西安交通大学理学院应用物理系,西安 710049)

(2007 年 6 月 7 日收到;2007 年 7 月 30 日收到修改稿)

利用量子反散射方法研究了 1+1 维时空中具有非对角开边界条件下的 $SU(2)$ 不变 Thirring 模型. 于辅助空间引入独立于谱参量的规范变换,找到了适当的 Fock 真空态. 通过 Bethe Ansatz 方法得到了系统相应转移矩阵的本征值和本征态,及其谱参数所满足的 Bethe Ansatz 方程,并讨论了体系的边界自由度.

关键词:$SU(2)$ 不变 Thirring 模型, 非对角开边界, 量子反散射方法

PACC:0370, 0380, 0530, 0550

1. 引 言

1+1 维时空中 $SU(2)$ 不变 Thirring 模型($SU(2)$ ITM)源于相对论量子场论的研究[1],描述了无静质量四费米子的相互作用,其拉格朗日为[2,3]

$$L=\int \mathrm{d}x\left[\mathrm{i}\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu\psi-\frac{1}{2}g_s(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2-\frac{1}{2}g_v(\bar{\psi}\gamma_\mu\sigma^\alpha\psi)^2\right], \tag{1}$$

其中费米场 $\psi=\{\psi_i^\alpha\}$, $i=1,2$ 表示旋量指标, $\alpha=1,2$ 为螺旋度指标; γ_μ 为二维狄拉克矩阵: $\gamma_0=\sigma^X$, $\gamma_1=\mathrm{i}\sigma^y$, $\gamma_5=\sigma^z$; σ^α 为作用于螺旋度指标的泡利矩阵. 该模型无论于经典层次还是于量子水平上都具有完全可积性[3]. 在周期边界条件下其精确解由 Bethe Ansatz 方法得到[3]. 在可积开边界条件下,其边界算符通过玻色化方法给出[4],其无穷多守恒量的本征值由解析 Bethe Ansatz 方法得到[5]. 但上述开边界条件所研究的边界反射矩阵均限于对角形式,具有一定特殊性. 为给人们提供丰富而更为有效的理论信息,研究具有非对角形式边界反射矩阵的可积 $SU(2)$ ITM的精确解成为必要.

目前,处理 1+1 维时空量子场论和 2 维经典统计物理中的可积模型的一个有效方法是量子反散射法(QISM)[6—8]. 对于 $SU(2)$ ITM,周期边界条件下的核心是可因式化散射矩阵[3]

$$S_{ij}(\nu_i-\nu_j)=R_{ij}(\nu_i-\nu_j)P_{ij},$$
$$R_{ij}(\nu)=\frac{b(\nu)}{2c}[\nu+2cP_{ij}], \tag{2}$$

其中

$$b(\nu)=\frac{1}{2}\left[\frac{\nu+\mathrm{i}\lambda_1}{\nu-\mathrm{i}\lambda_1}-\frac{1+\mathrm{i}\lambda_0\nu}{1-\mathrm{i}\lambda_0\nu}\right], \nu=\nu_i-\nu_j,$$

P_{ij} 是置换算符, λ_0, λ_1 是与耦合参数相关的量,

$$\lambda_0=\tan\frac{g_s+3g_v}{2}, \lambda_1=\tan\frac{g_s+g_v}{2}, c=\frac{1}{2}\tan(2g_v).$$

矩阵 $R_{ij}(\nu_i-\nu_j)$ 满足杨-Baxter 方程

$$R_{12}(\nu_1-\nu_2)R_{13}(\nu_1-\nu_3)R_{23}(\nu_2-\nu_3)$$
$$=R_{23}(\nu_2-\nu_3)R_{13}(\nu_2-\nu_3)R_{12}(\nu_2-\nu_2), \tag{3}$$

该模型哈密顿量的 N 粒子本征态的构造及其能谱归结于如下本征值问题:

$$t(\nu)\Phi=\Lambda(\nu;\nu_1,\cdots,\nu_M)\Phi,$$

这里 $t(\nu)$ 是作用于 2^N 维螺旋度指标上的转移矩阵, $t(\nu)=\mathrm{tr}_0 T(\nu)$, $T(\nu)$ 是二维辅助空间"0"上的单值矩阵

$$T(\nu)=\prod_{j=1}^{N}L_{0j}(u_j), \tag{4}$$

* 国家自然科学基金(批准号:10375045)资助的课题.

† E-mail:yswang@mail.xjtu.edu.cn

‡ E-mail:tangmeijuan@stu.xjtu.edu.cn

$$L_{0j}(u_j)=\frac{b(u_j)}{2c}\begin{pmatrix}(u_j+c)+c\tau_j^z & 2c\tau_j^- \\ 2c\tau_j^+ & (u_j+c)-c\tau_j^z\end{pmatrix},$$

其中 $u_j=\frac{1}{2}(\nu-\sigma_j)$，$\sigma_j\in\{1,-1\}$ 代表第 j 个赝粒子的螺旋度，τ_1，τ_2 为泡利矩阵．QISM 在开边界条件下的推广由 Cherednik[9] 和 Sklyanin[10] 提出．为确保模型的可积性，除了要求 R-矩阵是杨-Baxter 方程(3)的一个解之外，同时必须使边界反射矩阵 $K^-(\nu)$ 和 $K^+(\nu)$ 分别满足反射杨-Baxter 方程

$$R_{12}(\nu_1-\nu_2)K_1^-(\nu_1)R_{21}(\nu_1+\nu_2)K_2^-(\nu_2)=K_2^-(\nu_2)R_{12}(\nu_1+\nu_2)K_1^-(\nu_1)R_{21}(\nu_1-\nu_2),\tag{5}$$

及其对偶方程

$$R_{12}(\nu_2-\nu_1)K_1^+(\nu_1)R_{21}(-\nu_1-\nu_2-2\eta)K_2^+(\nu_2)=K_2^+(\nu_2)R_{12}(-\nu_1-\nu_2-2\eta)K_1^+(\nu_1)R_{21}(\nu_2-\nu_1),\tag{6}$$

其中 $K_1(\nu)=K(\nu)\otimes 1$，$K_2(\nu)=1\otimes K(\nu)$．代替(4)式的是双行单值矩阵

$$U(\nu)=T(\nu)K^-(\nu)T^{-1}(-\nu),\tag{7}$$

其中 $T(\nu)$ 为周期边界时的单值矩阵．利用方程(3)，(5)可证明双行单值矩阵满足反射方程

$$R_{12}(\nu_1-\nu_2)U_1(\nu_1)R_{21}(\nu_1+\nu_2)U_2(\nu_2)=U_2(\nu_2)R_{12}(\nu_1+\nu_2)U_1(\nu_1)R_{21}(\nu_1-\nu_2).\tag{8}$$

根据 Sklyanin 方案[10]，系统的转移矩阵

$$\tau(\nu)=\mathrm{tr}_0K_0^+(\nu)U_0(\nu)=\mathrm{tr}_0K_0^+(\nu)T_0(\nu)K_0^-(\nu)T_0^{-1}(-\nu)\tag{9}$$

形成对易关系族 $[\tau(\nu_1),\tau(\nu_2)]=0$，保证了系统的可积性．此时哈密顿量的 N 粒子本征态的构造及其能谱归结于 $\tau(\nu)\Phi=\Omega(\nu)\Phi$ 的本征值问题．根据 R-矩阵的幺正性和交叉幺正性

$$R_{12}(\nu)R_{21}(-\nu)=b(\nu)b(-\nu)(4c^2-\nu^2)I_{12}/4c^2,\tag{10}$$

$$R_{12}^{t_1}(\nu)R_{12}^{t_1}(-\nu-4c)=-\nu(\nu+4c)b(\nu)b(-\nu-4c)/4c^2,\tag{11}$$

可知交叉参数 $\eta=2c$．利用(2)，(5)，(6)式可得 $SU(2)$ITM 的边界反射矩阵

$$K^-(\nu)=\begin{pmatrix}\nu+c+\mu & b\nu \\ p\nu & -\nu+c+\mu\end{pmatrix},\tag{12}$$

$$K^+(\nu)=\begin{pmatrix}-\nu-c+\xi & -\hat{b}(\nu+2c) \\ -\hat{p}(\nu+2c) & \nu+3c+\xi\end{pmatrix},\tag{13}$$

其中 μ,b,p 为左边界参量，$\xi,\hat{b},\hat{p}$ 为右边界参量．

本文正是针对上述具体形式的边界反射矩阵，研究了可积 $SU(2)$ITM 精确解问题．由于反射矩阵的矩阵元均为非零值，这使得模型相应转移矩阵的对角化变得异常困难．为解决该问题，本文首先采用独立于谱参量的规范变换对模型进行处理，找到了满足转移矩阵对角化要求的适当赝真空态，然后通过 Bethe Ansatz 方法得到该模型转移矩阵的本征值及其 Bethe Ansatz 方程，并讨论了系统的边界自由度问题．

2．Fock 真空态

定义规范变换矩阵

$$\bar{M}_j=\begin{pmatrix}\alpha c_j & gd_j \\ c_j & d_j\end{pmatrix},\quad M_j=\begin{pmatrix}\alpha z_j & g\omega_j \\ z_j & \omega_j\end{pmatrix},\tag{14}$$

其逆矩阵分别为

$$\bar{M}_j^{-1}=\frac{1}{(\alpha-g)c_jd_j}\begin{pmatrix}d_j & -gd_j \\ -c_j & \alpha c_j\end{pmatrix},\quad M_j^{-1}=\frac{1}{(\alpha-g)z_j\omega_j}\begin{pmatrix}\omega_j & -g\omega_j \\ -z_j & \alpha z_j\end{pmatrix}.\tag{15}$$

选取作用于第 j 个量子空间的 Fock 参考态为

$$|\omega\rangle_j=\alpha|\uparrow\rangle_j+|\downarrow\rangle_j,\tag{16}$$

其中 z_j,c_j,d_j,ω_j 为独立于谱参量和边界参量的任意函数且仅 $d_1z_1=\omega_1c_1$，参数 α 和 g 分别满足关系式

$$\alpha=\frac{1+\sqrt{1+\hat{b}\hat{p}}}{\hat{p}},\quad g=\frac{1-\sqrt{1+\hat{b}\hat{p}}}{\hat{p}},$$

$$\hat{p}(1\pm\sqrt{1+bp})=p(1+\sqrt{1+\hat{p}\hat{b}})$$

或

$$\alpha=\frac{1-\sqrt{1+\hat{b}\hat{p}}}{\hat{p}},\quad g=\frac{1+\sqrt{1+\hat{b}\hat{p}}}{\hat{p}},$$

$$p(1-\sqrt{1+\hat{b}\hat{p}})=\hat{p}(1\pm\sqrt{1+p b}).$$

利用规范变换重新定义局域单值 L_j-算符

$$\tilde{L}_j(u_j)=M_j^{-1}L_j(u_j)M_{j+1}=\begin{pmatrix}\tilde{l}_{j1} & \tilde{l}_{j2} \\ \tilde{l}_{j3} & \tilde{l}_{j4}\end{pmatrix}\tag{17}$$

作用于参考态 $|\omega\rangle_j$ 上，可得

$$\tilde{l}_{j3}|\omega\rangle_j=0,\tag{18}$$

$$\tilde{l}_{j1}|\omega\rangle_j=(u_j+2c)\frac{b(u_j)z_{j+1}}{2cz_j}|\omega\rangle_j,\tag{19}$$

$$\tilde{l}_{j4}|\omega\rangle_j = u_j \frac{b(u_j)\omega_{j+1}}{2c\omega_j}|\omega\rangle_j. \tag{20}$$

根据散射矩阵的幺正性,有 $L_j^{-1}(u_j) \cong L_j(-u_j)$,则可定义

$$\tilde{S}_j(u_j) = L_j^{-1}(-u_j) \cong L_j(u_j).$$

很容易验证 $L_j^{-1}(-u_j)$作规范变换后所得矩阵的右上元作用于真空参考态$|\omega\rangle_j$上为非零,而左下元作用于真空参考态上为零,即$|\omega\rangle_j$可被选择为$\tau(\nu)$的局域真空态. 由此,$\tau(\nu)$的 Fock 真空态可定义为

$$\Phi_0 = \sum_{j=1}^{N} \otimes |\omega\rangle_j.$$

将重新定义的单值矩阵

$$\begin{aligned}\tilde{T}(\nu) &= M_1^{-1}L_1(u_1)M_2\cdots M_N^{-1}L_N(u_N)M_{N+1}\\ &= \tilde{L}_1(u_1)\tilde{L}_2(u_2)\cdots\tilde{L}_j(u_j)\cdots\tilde{L}_N(u_N)\end{aligned} \tag{21}$$

作用到 Fock 真空态 Φ_0 上得

$$\tilde{T}_0(\nu)\Phi_0 = \begin{pmatrix} a(\nu) & m(\nu)\\ c(\nu) & d(\nu)\end{pmatrix}\Phi_0. \tag{22}$$

由(18),(19),(20)式可知

$$a(\nu)\Phi_0 = \prod_{j=1}^{N}(u_j+2c)\frac{b(u_j)z_{N+1}}{2cz_1}\Phi_0, \tag{23}$$

$$d(\nu)\Phi_0 = \prod_{j=1}^{N}u_j\frac{b(u_j)\omega_{N+1}}{2c\omega_1}\Phi_0, \tag{24}$$

$$c(\nu)\Phi_0 = 0. \tag{25}$$

为了在形式上对称,将经规范变换了的双行单值矩阵的谱参量平移 $-c$ 后,双行单值矩阵可写为

$$\tilde{U}(\nu) = \tilde{T}(\nu-c)\tilde{K}^-(\nu)\tilde{T}^{-1}(-\nu+c). \tag{26}$$

很容易验证上式仍然满足反射方程式(8). 其中

$$\tilde{K}^-(\nu) = M_{N+1}^{-1}K^-(\nu-c)\bar{M}_{N+1} = \begin{pmatrix}\tilde{K}_1^-(\nu) & \tilde{K}_2^-(\nu)\\ \tilde{K}_3^-(\nu) & \tilde{K}_4^-(\nu)\end{pmatrix},$$

若将(26)式作用到 Fock 真空 Φ_0 上,

$$\tilde{U}_0(\nu)\Phi_0 = \tilde{U}_0(\nu)\prod_{j=1}^{N}\otimes|\omega\rangle_j = \begin{pmatrix}A(\nu) & B(\nu)\\ C(\nu) & D(\nu)\end{pmatrix}\Phi_0. \tag{27}$$

同时利用(4)式满足杨-Baxter 方程所得对易关系和(23)—(25)式,可得

$$C(\nu)\Phi_0 = 0, \tag{28}$$

$$A(\nu)\Phi_0 = \prod_{j=1}^{N}\left(u_j+\frac{3}{2}c\right)\left(-u_j-\frac{1}{2}c\right)\tilde{K}_1^-(\nu) \times\frac{b\left(u_j-\frac{c}{2}\right)c_1z_{N+1}}{b\left(-u_j+\frac{c}{2}\right)c_{N+1}z_1}\Phi_0, \tag{29}$$

$$\begin{aligned}D(\nu)\Phi_0 = \Bigg[&\prod_{j=1}^{N}\left(u_j-\frac{1}{2}c\right)\left(-u_j+\frac{3}{2}c\right)\tilde{K}_4^-(\nu)\\ &\times\frac{d_1\omega_N}{d_{N+1}\omega_1}-\prod_{j=1}^{N}\left(u_j-\frac{1}{2}c\right)\\ &\times\left(-u_j+\frac{3}{2}c\right)\tilde{K}_1^-(\nu)\frac{c}{\nu}\frac{d_1z_N}{\omega_1c_{N+1}}\\ &+\prod_{j=1}^{N}\left(u_j+\frac{3}{2}c\right)\left(-u_j-\frac{1}{2}c\right)\tilde{K}_1^-(\nu)\\ &\times\frac{c}{\nu}\frac{d_1z_N}{c_{N+1}\omega_1}\Bigg]\prod_{j=1}^{N}\frac{b\left(u_j-\frac{c}{2}\right)}{b\left(-u_j+\frac{c}{2}\right)}\\ &\times\Phi_0.\end{aligned} \tag{30}$$

若定义

$$\tilde{D}(\nu) = D(\nu)-\frac{c}{\nu}A(\nu), \tag{31}$$

则

$$\begin{aligned}\tilde{D}(\nu)\Phi_0 = &\prod_{j=1}^{N}\left(u_j-\frac{1}{2}c\right)\left(-u_j+\frac{3}{2}c\right)\\ &\times\frac{b\left(u_j-\frac{c}{2}\right)}{b\left(-u_j+\frac{c}{2}\right)}\frac{d_1\omega_{N+1}}{d_{N+1}\omega_1}\Big[\tilde{K}_4^-(\nu)\\ &-\frac{d_1z_{N+1}}{c_{N+1}\omega_1}\tilde{K}_1^-(\nu)\frac{c}{\nu}\Big]\Phi_0,\end{aligned} \tag{32}$$

故证明了 Φ_0 既为 $A(\nu)$,$\tilde{D}(\nu)$的共同本征态,同时也是开边界下 $\tau(\nu)$的真空参考态.

3. 转移矩阵的本征值和 Bethe Ansatz 方程

为了便于利用 Bethe Ansatz 方法[11]求解转移矩阵的本征值和 Bethe Ansatz 方程,我们将双行单值矩阵 $\tilde{U}_0(\nu)$代入反射方程式(8)并利用(31)式,得到如下对易关系式:

$$\begin{aligned}A(\nu_1)B(\nu_2) = &\frac{(\nu_1-\nu_2-2c)(\nu_1+\nu_2-2c)}{(\nu_1-\nu_2)(\nu_1+\nu_2)}\\ &\times B(\nu_2)A(\nu_1)+\frac{2c(\nu_2-c)}{\nu_2(\nu_1-\nu_2)}\\ &\times B(\nu_1)A(\nu_2)\\ &-\frac{2c}{\nu_1+\nu_2}B(\nu_1)\tilde{D}(\nu_2),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{D}(\nu_1)B(\nu_2) = &\frac{(\nu_1-\nu_2+2c)(\nu_1+\nu_2+2c)}{(\nu_1-\nu_2)(\nu_1+\nu_2)}\\ &\times B(\nu_2)\tilde{D}(\nu_1)-\frac{2c(\nu_1+c)}{\nu_1(\nu_1-\nu_2)}\end{aligned}$$

$$\times B(\nu_1)\widetilde{D}(\nu_2) + \frac{2c(\nu_1+c)(\nu_2-c)}{\nu_1\nu_2(\nu_1+\nu_2)}B(\nu_1)A(\nu_2). \tag{33}$$

根据规范变换性质且利用(31)式,转移矩阵可写成

$$\tau(\nu) = \left(\widetilde{K}_1^+(\nu) + \frac{c}{\nu}\widetilde{K}_4^+(\nu)\right)A(\nu) + \widetilde{K}_4^+(\nu)\widetilde{D}(\nu), \tag{34}$$

其中

$$\widetilde{K}^+(\nu) = \bar{M}_1^{-1}K^+(\nu-c)M_1 = \begin{pmatrix} \widetilde{K}_1^+(\nu) & \widetilde{K}_2^+(\nu) \\ \widetilde{K}_3^+(\nu) & \widetilde{K}_4^+(\nu) \end{pmatrix}.$$

再利用开边界条件下 Fock 真空态的性质,可以将转移矩阵的本征态构造为

$$\Phi = B(\nu_1)B(\nu_2)\cdots B(\nu_m)\cdots B(\nu_M)\Phi_0. \tag{35}$$

把转移矩阵 $\tau(\nu)$ 作用到本征态 Φ 上,并利用对易关系式(33)及(29)式和(32)式,可得开边界条件下转移矩阵于本征态 Φ 上的本征值

$$\begin{aligned}
&\Omega(\nu;\nu_1,\cdots,\nu_M) \\
&= \tilde{a}(\nu)\left(\widetilde{K}_1^+(\nu) + \frac{c}{\nu}\widetilde{K}_4^+(\nu)\right) \times \prod_{m=1}^{M}\frac{(\nu-\nu_m-2c)(\nu+\nu_m-2c)}{(\nu-\nu_m)(\nu+\nu_m)} \\
&\quad + \tilde{d}(\nu)\widetilde{K}_4^+(\nu) \times \prod_{m=1}^{M}\frac{(\nu-\nu_m+2c)(\nu+\nu_m+2c)}{(\nu-\nu_m)(\nu+\nu_m)},
\end{aligned} \tag{36}$$

其中

$$\tilde{a}(\nu) = \prod_{j=1}^{N}\left(u_j+\frac{3}{2}c\right)\left(-u_j-\frac{1}{2}c\right)\widetilde{K}_1^-(\nu) \times \frac{b\left(u_j-\frac{c}{2}\right)c_1z_N}{b\left(-u_j+\frac{c}{2}\right)c_{N+1}z_1},$$

$$\tilde{d}(\nu) = \prod_{j=1}^{N}\left(u_j-\frac{1}{2}c\right)\left(-u_j+\frac{3}{2}c\right) \times \frac{b\left(u_j-\frac{c}{2}\right)}{b\left(-u_j+\frac{c}{2}\right)}\left[\widetilde{K}_4^-(\nu)\frac{d_1\omega_{N+1}}{d_{N+1}\omega_1} - \frac{d_1z_{N+1}}{\omega_1c_{N+1}}\widetilde{K}_1^-(\nu)\frac{c}{\nu}\right],$$

谱参数 $\{\nu_m\}$ 为满足关系式

$$\prod_{n=1}^{M}\frac{(\nu_m-\nu_n-2c)(\nu_m+\nu_n-2c)}{(\nu_m-\nu_n+2c)(\nu_m+\nu_n+2c)} = \frac{\tilde{d}(\nu_m)\nu_m(\nu_m+c)\widetilde{K}_4^+(\nu_m)}{\tilde{a}(\nu_m)[\nu_m(\nu_m-c)\widetilde{K}_1^+(\nu_m)+(\nu_m-c)\widetilde{K}_4^+(\nu_m)]} \tag{37}$$

(即 Bethe Ansatz 方程)的解. 类似于周期边界条件[3],当取 $\nu=\sigma_j$ 时可得 $SU(2)$ ITM 于开边界条件下表征体系波矢的本征值 K_j':

$$e^{iK_j'L} = \Omega(\sigma_j;\nu_1,\cdots,\nu_M). \tag{38}$$

再将 K_j' 代入能量表达式 $E=\sum_{j=1}^{N}\sigma_j^zK_j'$,可确定体系于开边界条件下的物理行为. 然而体系波矢的本征值及其 Bethe Ansatz 方程除了受谱参数影响外,还受到反射矩阵非对角元上边界参数的约束

$$\hat{p}(1\pm\sqrt{1+bp}) = p(1+\sqrt{1+\hat{p}\hat{b}})$$

或

$$p(1-\sqrt{1+\hat{b}\hat{p}}) = p(1\pm\sqrt{1+pb}),$$

即当设定系统左右两边任一边的边界参数时,约束方程限制了系统的另一边界上的参数,这表明本文所用的局域规范变换方法仍具有一定的局限性,并不能处理具有任意非对角边界参量的可积模型.

4. 结　论

本文应用了量子反散射方法研究可积开边界条件下的 $SU(2)$ ITM,在非对角边界反射矩阵的情形下构造了转移矩阵的本征态,得到了相应的本征值、Bethe Ansatz 方程. 为了求得转移矩阵的本征值和 Bethe Ansatz 方程,文中引入了更为一般的独立于谱参量的规范变换对系统进行处理[7,12—14],得到了限制系统边界自由度的约束关系,与文献[5]所得结果相比一定程度上体现了边界反射矩阵中非对角元对系统的重要影响. 由于边界自由度于一定程度上影响着表征系统波矢的本征值,势必影响整个系统的性质. 如何在边界自由度无约束条件下精确求解一般开边界可积系统将成为一种挑战. 人们证明了连续极限条件下有质量 Thirring 模型与海森伯 XYZ 自旋链是等价的[15],而对于无质量 Thirring 模型与自旋链的关系仍是人们近来关注的热点之一[16],对 $SU(2)$ ITM 的研究在一定程度上给人们提供了有关无质量 Thirring 模型的丰富有效的理论信息. 从转移矩阵的本征值和 K_j' 的表达式可以看出耦合常数 g_v 的影响占主要,而流流相互作用 g_s 的影响并不显著,这表明本文的 $SU(2)$ ITM 仅是无质量 Thirring 模型的一种理想情形,也就是说当进一步考虑流流相互作用时系统将更能真实的反映无质量 Thirring 模型.

[1] Thirring W E 1958 *Ann*. *Phys*. **3** 91

[2] Kirillov A N, Smirnov F A 1987 *Phys*. *Lett*. B **198** 506

[3] Belavin A A 1979 *Phys*. *Lett*. B **87** 117

[4] Chao L, Hou B Y, Shi K J, Wang Y S, Yang W L 1995 *Int*. *J*. *Mod*. *Phys*. A **104** 4469

[5] Wang Y S 2000 *J*. *Phys*. *A*: *Math*. *Gen*. **33** 2963

[6] Takhtajan L A, Faddeev L D 1979 *Russ*. *Math*. *Surv*. **34** 11

[7] Ribeiro G A P, Martins M J 2005 *Nucl*. *Phys*. B **705** 521

[8] Faddeev L D 1995 Les Houches lectures hep-th/9605187

[9] Cherednik I V 1983 *Theor*. *Math*. *Phys*. **17** 77
Cherednik I V 1984 *Theor*. *Math*. *Phys*. **61** 911

[10] Sklyanin E K 1988 *J*. *Phys*. A **21** 2375

[11] Bethe H A 1931 *Z*. *Phys*. **49** 205

[12] Cao J P, Lin H Q, Shi K J, Wang Y P 2003 *Nucl*. *Phys*. B **663** 487

[13] Melo C S, Ribero G A P, Martins M J 2005 *Nucl*. *Phys*. B **711** 565

[14] Galleas W, Martins M J 2005 *Phys*. *Lett*. A **335** 167

[15] Luther A 1976 *Phys*. *Rev*. B **14** 2153

[16] Fujita T, Kobayashi T, Hiramoto M, Takahashi H 2005 *Eur*. *Phys*. *J*. *C* **39** 511

Exact solution of *SU*(2)-invariant Thirring model with non-diagonal open boundaries*

Tang Mei-Juan‡ Wang Yan-Shen†

(*Department of Applied Physics*, *Xi'an Jiaotong University*, *Xi'an* 710049, *China*)

(Received 7 June 2007; revised manuscript received 30 July 2007)

Abstract

The *SU*(2)-invariant Thirring model with non-diagonal open boundaries in one spatial and one time dimensions is studied in the framework of quantum inverse scattering method. With the help of guage transformation independent of spectral parameter in the auxiliary space, suitable Fock vacuum state is constructed. The eigenvalues and its Bethe Ansatz equations of the transfer matrix are obtained by mean of Bethe Ansatz, and finally the boundary freedom degrees of the system are discussed.

Keywords: *SU*(2)-invariant Thirring model, non-diagonal open boundaries, quantum inverse scattering method

PACC: 0370, 0380, 0530, 0550

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10375045).

† E-mail: yswang@mail.xjtu.edu.cn

‡ E-mail: tangmeijuan@stu.xjtu.edu.cn