

信号灯控制下的主道双车道入匝道系统 交通流特性研究*

滕亚帆 高自友[†] 贾 斌 李 峰

(北京交通大学交通运输学院 北京 100044)

(2007 年 7 月 14 日收到 2007 年 7 月 26 日收到修改稿)

采用元胞自动机模型研究了具有信号灯控制的主道为双车道的入匝道系统交通流特性. 将信号灯设置在入匝道口处, 通过信号灯来引导主道和匝道上的车辆通行. 分析了信号灯控制对主道与匝道的车流量、系统通行能力以及入匝道口处的车流平均速度的影响. 通过相图比较, 说明信号灯控制的双车道入匝道系统能模拟出比信号灯控制的单车道入匝道系统更加符合实际的交通流特性. 与姜锐提出的模型 [Jiang R 2003 *J. Phys. A* **36** 11713] 结果相比, 信号灯控制下的匝道系统的交通流状态得到改善并且道路通行能力有所提高.

关键词: 交通流, 元胞自动机, 入匝道系统, 信号灯

PACC: 0520, 0570F

1. 引 言

近年来, 道路交通流模型受到很多学者的关注, 其中包括车辆跟驰模型、元胞自动机模型、交通流连续模型等^[1-3]. 特别是上世纪 90 年代以来, 计算机技术的迅猛发展使元胞自动机模型广泛应用于交通流的模拟. 在交通流理论研究中, 最简单的元胞自动机模型是 Wolfram 在 1983 年提出的 184 号模型^[4-6], 1992 年 Nagel 和 Schreckenberg 将 184 号模型推广到考虑随机慢化影响的更一般情况, 提出著名的 NS 模型^[7]. NS 模型的规则虽然简单但是却可以模拟出一些实际交通现象, 该模型为元胞自动机的应用与发展打下了坚实的基础.

现实生活中, 瓶颈是影响交通畅通的一个重要因素, 大多数的交通堵塞都与它有关. 一方面是由于瓶颈本身的特性会对交通产生一定影响; 另一方面, 瓶颈处的设施建设、交通管制规则制定的不合理也加剧了瓶颈对交通的负面影响. 另外, 最近交通实测表明, 在交通瓶颈处往往会发生复杂的交通流现象, 如同步流、时走时停、回滞现象等. 因此, 对车流在瓶

颈处的动力学特性研究成为了目前交通流研究中的热点之一.

Diedrich 等人^[8]以及 Campari 和 Levi^[9]使用元胞自动机模型模拟了匝道效应, 但只考虑了匝道对主道的作用. 随后, Jiang 等人^[10, 11]使用 NS 模型研究了入匝道系统中主道与匝道之间的相互作用; Jia 等人^[12]则探讨了入匝道系统中加速道对交通系统的影响. 在此模型基础上, Li 等人^[13]研究了限速对道路通行能力的影响.

在主道与入匝道交汇处, 如果设置一个交通信号灯, 就可以通过信号灯的转换来引导和控制车辆的正常通行. Li 等人^[14]研究了信号灯控制下主道为单车道入匝道系统, 研究表明信号灯控制下的车辆在入匝道口处的行驶更加有序同时通行能力也有所提高. 然而在实际生活中, 主车道多数都是由多车道构成, 若仍采用文献 [14] 中的方法, 即当匝道前方的信号灯是绿色时, 匝道上的车辆可以自由通过入匝道口并进入主道, 同时主道上的车辆必须停下来等待绿灯, 这就严重干扰了主道车辆的正常通行. 因此, 当主道是多车道时, 信号灯的设置对多车道的交通流状态有什么影响、各个车道的通行能力有何变

* 国家重点基础研究发展规划(批准号: 2006CB705500), 国家自然科学基金(批准号: 70631001, 70501004)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: zygao@center.njtu.edu.cn

化以及如何合理设置信号灯等,同时与信号灯控制的单车道模型相比,双车道模型能否模拟出更为复杂、实际的交通流特性,针对这些问题目前还很少有人进行过较为深入的研究.基于此,本文采用元胞自动机模型,对具有信号灯控制的入匝道系统进行建模,并对信号灯控制下的交通流状态进行分析讨论.

2. 信号灯控制模型

本节介绍具有信号灯控制的入匝道系统.为使问题简单化,将直接采用文献 [11] 中的系统.如图 1 所示,主道是双车道——左车道和右车道,入匝道是单车道,假定入匝道在元胞 f 处进入主道; f 上游的右车道、匝道以及 f 下游的右车道(包括 f)分别定义为道路 $A1, B, C1$;主道上,匝道上游、下游(包含 e)的左车道部分分别记作道路 $A2$ 和 $C2$ (见图 1).信号灯设置在元胞 f 处,在阴影区域内,车辆通行将会受到信号灯控制的影响,因此主道阴影区域定义为主道控制区,匝道阴影区域定义为匝道控制区.主道上的车辆除控制区外,都采用文献 [15] 中的双车道对称换道规则,匝道 B 采用 NS 规则并行更新;主道控制区内,信号灯控制 $A1$ 道上的车辆, $A2$ 道上的车辆不受信号灯控制,所以主道控制区将采用不对称换道规则.

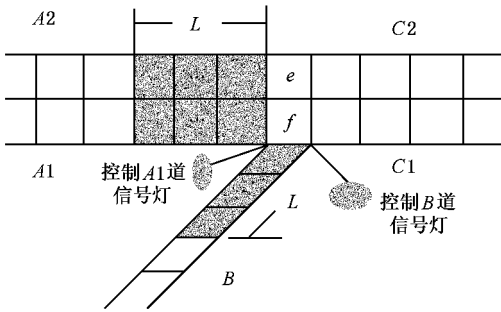


图 1 信号灯控制的入匝道系统示意图

首先对 NS 模型做简要介绍.在 NS 模型^[7]中,时间、空间以及速度都被整数离散化.道路被划分为离散的格子(即元胞),每个元胞或者是空,或者被一辆车占据,每辆车的速度可在 $0-v_{max}$ 范围内取值, v_{max} 为最大速度.在 $t \rightarrow t+1$ 的过程中,模型按如下规则并行演化:加速 $v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{max})$;减速 $v_n \rightarrow \min(v_n, d_n)$;随机慢化,以概率 $p, v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0)$;位置更新 $x_n \rightarrow x_n + v_n$.这里 x_n, v_n 分别表示第 n 车的位置和速度, $d_n = x_{n-1} - x_n - 1$ 表示第 n

车和前车 $n-1$ 之间的空格数, p 表示慢化概率.

另外,在双车道模型中,需要引入换道规则让车辆有序换道.通常是将每个时间步划分为两个子时间步:在第一个子步内,车辆按照换道规则进行换道;在第二个子步中,车辆在两条车道上按照单车道的更新规则进行更新.

模型中,主车道上除控制区外的所有车辆将按照对称性换道规则^[15]进行换道.规则如下:

$$d_n < \min(v_n + 1, v_{max}) \text{ 且 } d_{n, other} > d_n \text{ 且 } d_{n, back} > d_{safe}, \quad (1)$$

式中 $d_{n, other}$ 是第 n 辆车与旁道上的前车之间的空格数; $d_{n, back}$ 是第 n 辆车与旁道上的后车之间的空格数; d_{safe} 则是确保不会发生撞车的安全距离.

在元胞 f 处(见图 1)设置两个信号灯,分别控制右车道 $A1$ 和入匝道 B 上的车辆.信号灯显示两种颜色:红色和绿色.当右车道 $A1$ 上的信号灯为绿色时,入匝道 B 上的信号灯为红色.反之,当右车道 $A1$ 上的信号灯为红灯时,入匝道 B 上的信号灯为绿色.对于 $A1$ 道与 B 道上的车辆,如果所在车道前方的信号灯为绿色,那么车辆可以通行;红灯时,车辆禁止通行.车道 $A1$ 上的信号灯的绿灯时长为 $T_{green}^{A1} = \alpha_1 \times T$,车道 B 上的信号灯的绿灯时长为 $T_{green}^B = \alpha_2 \times T$,则车道 $A1$ 上的信号灯红灯时长为 $T_{red}^{A1} = T - T_{green}^{A1}$, B 道上的信号灯红灯时长为 $T_{red}^B = T - T_{green}^B$.其中 α_1, α_2 表示车辆进入主道 $A1$ 和入匝道 B 的进车概率, T 是控制信号灯参数.

对于主道上的车辆,当进入主道控制区后,如果 $A1$ 道前方是红灯,则此车道上的车辆禁止通过元胞 f ,同时左车道 $A2$ 不受信号灯控制, $A2$ 道上的车辆可以通过元胞 e 并向前行驶.在这种情况下,右车道 $A1$ 上的车辆更倾向于换至左车道 $A2$ 上,所以车辆进入主道控制区(长度 L)时,采取不对称换道规则,将按照以下规则更新.

1) 当道路前方信号灯为绿灯时, $A1$ 道上的车辆将按照条件(1)进行换道.

若满足条件(2)^[2], $A2$ 道上的车辆可换到 $A1$ 道上,

$$d_n = 0, d_{n, other} - d_n > 2, d_{n, back} \geq v_{max}, \quad (2)$$

其中 $d_n = 0$ 表示“下一时间步我在本车道上无法行驶”, $d_{n, other} - d_n > 2$ 表示“旁道的行驶条件要明显好于当前车道”.条件(2)同(1)相比,苛刻了很多.这意味着 $A2$ 道上的车辆尽量不要换道,除非车辆在此车道上无法正常行驶,而旁道上的行驶条件又很好

时,才会考虑换到旁道上,这也符合现实生活中驾驶员的心理.

2) 当道路前方信号灯为红灯时, A_2 道上的车辆禁止换道. A_1 道上的车辆若满足条件

$$(d_n = d_{n, other} = 0 \text{ 或 } d_{n, other} \geq 1 \text{ 且 } d_n - d_{n, other} \leq 2) \text{ 且 } d_{n, back} \geq v'_{max}, \quad (3)$$

将换到 A_2 道上. $d_n = d_{n, other} = 0$ 表示“下一时间步我在两条车道上都无法行驶”, $d_{n, other} \geq 1$ 表示“下一时间步我可以换到旁道上”, $d_n - d_{n, other} \leq 2$ 表示“本道的行驶条件并不比旁道好很多”, 这里, v'_{max} 为红灯时控制区内所允许的最大车速. 同(2)相比, 条件(3)放宽了换道条件, 即 A_1 道上的行驶条件不是比 A_2 道好很多时, A_1 道上的车辆就会考虑换道, 与现实生活中驾驶员的心理相一致.

接下来, 我们给出主道和匝道控制区内车辆的更新规则: i. 当前方信号灯为绿灯时, 将采用 NS 模型进行更新, 这时, 主道上的车辆可以通过元胞 f , e 并进入主道 C_1, C_2 (主道为绿灯时); 匝道上的车辆可以通过元胞 f 并进入主道 C_1 (匝道为绿灯时). ii. 当前方信号灯为红灯时, 按下式进行更新:

$$\begin{aligned} \text{加速 } v_n &\rightarrow \min(v_n + 1, v'_{max}); \\ \text{减速 } v_n &\rightarrow \min(v_n, d_n); \\ \text{位置更新 } x_n &\rightarrow x_n + v_n, \end{aligned} \quad (4)$$

这里取消了 NS 模型中的随机慢化概率, 是因为在现实生活中, 红灯时, 司机通常都会在匝道路口处提高警惕, 谨慎驾驶. 还需指出的是, 当第 n 辆车是道路 A_1 或匝道 B 上的头车时, $d_n = x_{signal} - x_n - 1$, x_{signal} 是设置信号灯的位置, 否则 $d_n = x_{n-1} - x_n - 1$.

在一个时间步内, 当系统中所有车辆更新完成之后, 将检查此时信号灯的绿灯时间, 以此决定信号灯颜色是否需要更新. 例如, 若 A_1 道前方信号灯是绿灯, 判断这一时间步的绿灯时间是否等于 $T_{green}^{A_1}$, 若绿灯时间等于 $T_{green}^{A_1}$, 在下一时间步信号灯将转为红灯, 同时控制匝道 B 的信号灯转为绿灯; 若匝道 B 前方的信号灯是绿灯, 判断此时间步的绿灯时间是否等于 T_{green}^B , 若绿灯时间等于 T_{green}^B , 在下一时间步信号灯将转为红灯, 同时控制 A_1 道的信号灯转为绿灯.

采取如下的边界条件, 假定 A_1, B, A_2 道上最左边的元胞对应于 $x = 1$, 且三条道路入口段均包括 v_{max} 个元胞, 即车辆可以从元胞 $1, 2, \dots, v_{max}$ 进入 A_1, B, A_2 道. 在 $t \rightarrow t + 1$ 的时间步内, 当道路上车

辆更新完成后, 监测 A_1, B, A_2 道上最后一辆车即 $x_{A_1, last}, x_{B, last}, x_{A_2, last}$ 的位置以及 C_1, C_2 道上第一辆车即 $x_{C_1, lead}, x_{C_2, lead}$ 的位置. 如果 $x_{A_1, last} (x_{A_2, last}) > v_{max}$, 则一辆速度为 v_{max} 的车将以概率 α_1 进入 A_1 (A_2) 道上的元胞 $\min(x_{A_1, last} (x_{A_2, last}) - v_{max}, v_{max})$, 如果 $x_{B, last} > v_{max}$, 则一辆速度为 v_{max} 的车以概率 α_2 进入 B 道上的元胞 $\min(x_{B, last} - v_{max}, v_{max})$. 在道路 C_1 (C_2) 出口, 如果 $x_{C_1, lead} > L_{C_1}$ ($x_{C_2, lead} > L_{C_2}$), 其中, L_{C_1} (L_{C_2}) 是 C_1 (C_2) 道上最右边元胞的位置, 则第一辆车将驶出路段, 第二辆车将成为新的头车且其将无阻碍行驶.

3. 模拟结果分析

本节, 我们将对数值模拟的结果进行分析和讨论. 模拟时采取开口边界条件, 右边界的驶出率为 1, 左边界及匝道入口的进入率分别为 α_1, α_2 . 模拟中, 道路 A_1, A_2, B, C_1, C_2 都被划分为 $600 \times v_{max}$ 个元胞, 道路 A_1, A_2, B 的阴影部分区域占据 L 个元胞. 每个元胞取 7.5 m , 一辆车占据一个元胞的长度, 每个时间步对应于 1 s . 模型的参数取值为 $v_{max} = 5 \text{ cells/s}$, $v'_{max} = 3 \text{ cells/s}$, $p = 0.1$, $L = 100$, 信号灯控制参数 $T = 200$, 前 20000 个时间步舍去以排除非稳态影响. 我们将一个虚拟探头设置在匝道口附近的信号灯处, 记录在 100000 个时间步内通过该虚拟探头的车辆数来确定流量.

3.1. 与姜锐模型^[11]的比较

我们对信号灯控制模型 (Signal_model) 的模拟结果与文献 [11] (J_model) 进行分析比较 (若无特别指出, 所提模型均指 Signal_model). 考察主道双车道入匝道系统中, 信号灯控制的引入能否进一步改善 J_model 的道路交通流状况. 首先分析道路 A_1, A_2 的流量及这两条道路的平均流量与 α_1 的变化关系. 我们将虚拟探头设置在信号灯处, 分别统计主道 A_1, A_2 上通过该探头的车辆数. 为简单化, 令 A 道表示 A_1, A_2 两条道路. 图 2 给出了固定 $\alpha_2 = 0.1$ 时, 主道 A_1, A_2 的流量 J_{A_1}, J_{A_2} 及两条道路的平均流量 J_A ($J_A = (J_{A_1} + J_{A_2})/2$) 曲线, 图 2(a) (b) 分别表示 Signal_model 和 J_model 的流量.

图 2 中, 当 α_1 增加时, 在临界点 n_0 处划分为两个不同区域. i. 当 $\alpha_1 < n_0$ 时, 主道 A_1, A_2 是自由

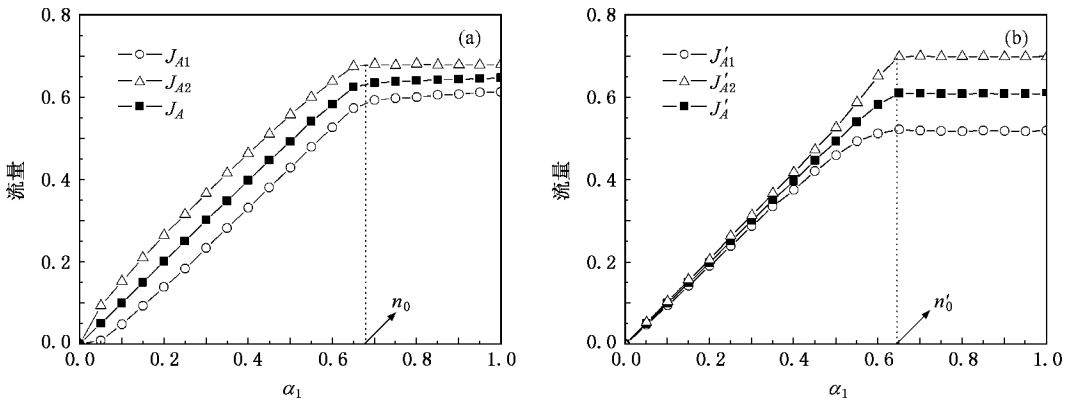


图 2 $v_{max} = 5$ 固定 $\alpha_2 = 0.1$ 流量 J_{A1}, J_{A2}, J_A 与 α_1 的关系 (a) Signal_model ;(b) J_model

流 J_{A1}, J_{A2} 随 α_1 增加而增加, 所以 J_A 也随之增加.
 ii. 当 $\alpha_1 > n_0$ 时, $A1, A2$ 道是拥挤流. 当 $\alpha_1 = n_0$ 时, $A1, A2$ 道产生相变由自由流演化为拥挤流. $\alpha_1 > n_0$ 时, 在 J_model 中, J'_{A1}, J'_{A2} 保持常数, 所以 J'_A 保持常数. 与 J_model 不同的是, Signal_model 中, J_{A2} 保持常数, J_{A1} 随 α_1 的增加仍略微增加, 所以 J_A 随 α_1 的增加也有略微增加. 这是因为信号灯控制着主道 $A1$, 当 α_1 增加时, 根据公式 $T_{green}^{A1} = \alpha_1 \times T$, T_{green}^{A1} 随之增加, 即 $A1$ 道的绿灯时间不断增加, 因此 $A1$ 道的流量也因 α_1 的增加而不断增加, 因为 $J_A = (J_{A1} + J_{A2})/2$, 所以 J_A 随 α_1 的增加仍有略微增加.

观察图 2 不难发现, 与 J_model 相比, 不同之处在于 i. 当 $\alpha_1 < n_0$ 时, 对于每一个固定的 α_1 值, $J_{A1} < J_{A2}$. 这是因为, 红灯时, $A2$ 控制区内的车辆禁止换道, $A1$ 控制区内的车辆由于受到红灯影响, 都尽可能换到旁道上行驶, 只有当本道行驶条件比旁道好得多时, 才会在本道继续行驶, 所以, 红灯时 $A2$ 道的车流量要明显高于 $A1$ 道的车流量; 绿灯时, $A2$ 控制区内的车辆都尽可能在本道行驶, 除非旁道的行驶条件比本道好得多才会考虑换道, 同时 $A1$ 控制区内的车辆采取正常换道规则, 即满足换道条件的车辆将会换到 $A2$ 道, 所以 $A2$ 道与 $A1$ 道相比, 仍会保持较高的车流量. 因此, 当 $\alpha_1 < n_0$ 时, 对于每一个固定的 α_1 值, $J_{A1} < J_{A2}$. ii. 当 $\alpha_1 > n_0$ 时, 对于每一个固定的 α_1 值, $J_{A1} < J_{A2}$, 这与 J_model 在相同条件下的道路流量相同. 但 $A1$ 道流量 J_{A1} 的最大值大于 J_model 中 J'_{A1} 的最大值 ($J_{(A1)max} = 0.6146, J'_{(A1)max} = 0.5218$), 从而主道平均流量 J_A 的最大值高于 J_model 中 J'_A 的最大值 ($J_{(A)max} = 0.6468, J'_{(A)max} = 0.6102$). 通过比较, 说明信号灯控制模型提高了 $A1$

道的车流量, 从而使主道平均流量有所改善.

接下来, 考察固定 α_2 值后, $A1, A2$ 道的平均流量, $C1, C2$ 道的平均流量, 匝道的流量与 α_1 的关系. 我们给出两个代表性的 α_2 值 ($\alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.5$) 下的流量变化曲线. 为简单化, 令 C 道表示 $C1, C2$ 两条道路, J_C 表示 $C1, C2$ 道的平均流量, 且 $J_C = (J_{C1} + J_{C2})/2$, J_B 表示匝道 B 的流量 (因为车辆数目守恒, 显然 $J_{A1} + J_{A2} + J_B = J_{C1} + J_{C2}$, 所以 $J_A + J_B/2 = J_C$).

图 3 是 $\alpha_1 = 0.1$ 时, 流量 J_A, J_B, J_C 与 α_1 的关系. 图 3(a)(b) 中, α_1 划分为两个不同区域. i. 当 $\alpha_1 < n_0$ 时, A 道、匝道 B 都处于自由流状态, J_B 保持常数而 J_A 随 α_1 增加而增加, 因此, J_C 随 α_1 增加而增加. ii. 当 $\alpha_1 > n_0$ 时, A 道、匝道 B 都处于拥挤状态. 此时, J_model 中, J'_A, J'_B 保持常数, 而在 Signal_model 中, J_A 随 α_1 增加而增加, J_B 随 α_1 增加而减小. 这由信号灯的控制作用造成的, 根据公式 $T_{green}^{A1} = \alpha_1 \times T$, T_{green}^{A1} 随之增加, 即 $A1$ 道的绿灯时间不断增加, 因此 $A1$ 道的流量也因 α_1 的增加而不断增加, 因为 $J_A = (J_{A1} + J_{A2})/2$, 所以 J_A 随 α_1 的增加仍有略微增加. 同时, T_{green}^{A1} 的增加意味着 T_{red}^B 的增加 ($T_{green}^{A1} = T_{red}^B$), 从而导致 J_B 减少.

另外, 由图 3 可知, J_C 的最大值稍大于 J'_C 的最大值 ($J_{(C)max} = 0.6778, J'_{(C)max} = 0.6596$), 我们把 C 道的最大流量定义为入匝道系统的通行能力, 即在给定 α_2 的情况下, 随 α_1 的增加 J_C 所能达到的最大值. 所以, Signal_model 的道路通行能力高于 J_model. 此外, $n_0 > n'_0$ ($n_0 = 0.662, n'_0 = 0.645$), 表明与 J_model 相比, 在信号灯控制的入匝道系统中,

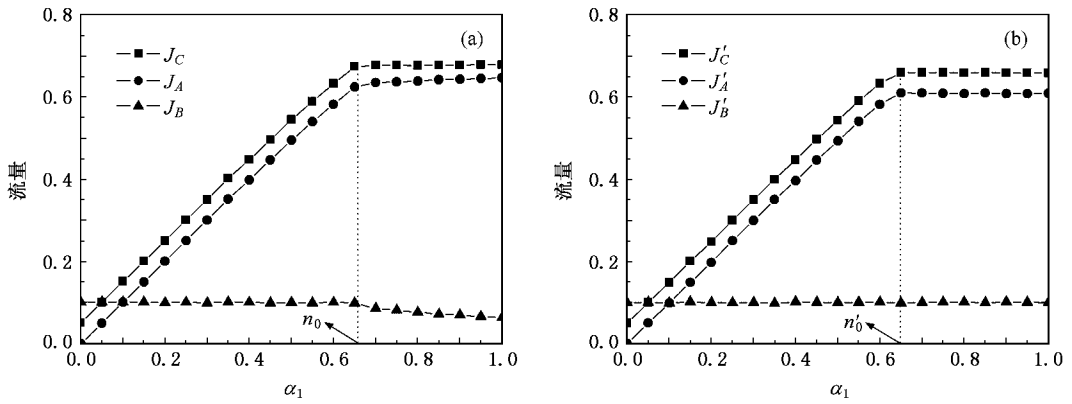


图3 $v_{max} = 5$, 固定 $\alpha_2 = 0.1$, 流量 J_A, J_B, J_C 与 α_1 的关系 (a) Signal_model ;(b) J_model

拥挤状态出现的较晚, 道路行驶条件有所改善.

更直观地, 我们给出 $\alpha_1 = 0.66, \alpha_2 = 0.1, p = 0.1$ 时的时空图, 如图 4 所示. Signal_model 中, 主道 A1 上的车辆受到信号灯控制, 红灯时, 车辆禁止通过元胞 f , 若车辆要继续向前行驶, 只能换到 A2 道上, 但此时主道进车概率是 0.66, 车流密度比较大, 换道车辆造成的扰动使得 A2 道也产生了一些轻微堵塞, 换道条件不容易满足, 所以大多数 A1 道上的车

辆只能在本道上排队等待, 因此就造成了堵塞. 绿灯时, 车辆可以通过元胞 f , 此时, 堵塞上游的流量小于下游堵塞出流的流量, 堵塞渐渐消散. 因此, 红灯时, 产生的堵塞不会向后传播, 只局限在匝道交汇处的一段区域. 主道 A2 不受信号灯控制, 但会受到旁道 A1 上的车辆干扰, 这种干扰会使 A2 道的车辆在匝道附近产生轻微堵塞, 但不会影响到车辆的正常通行, 虽然, A1, A2 道在匝道附近产生堵塞, 但没有

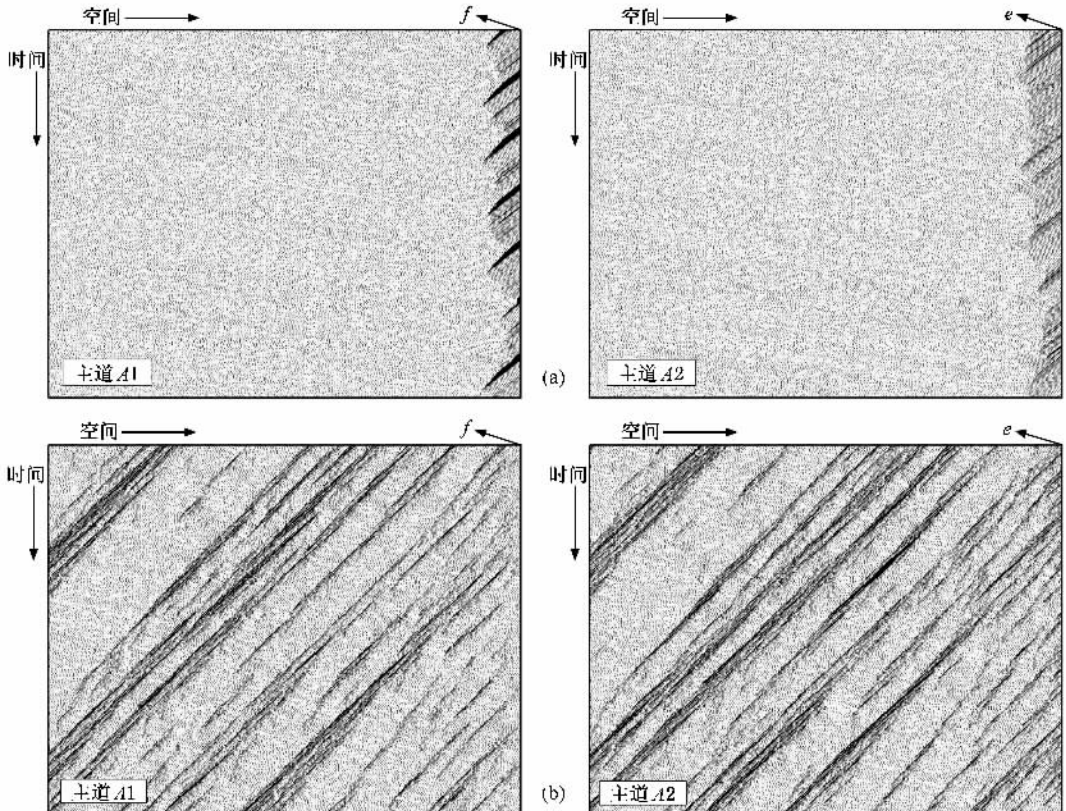


图4 两个模型的时空图(时间取从 79000 至 80000 个时间步, 记录了元胞 d, e 上游的 1000 个元胞的车流状态, 车流从左向右运动, 由下向上为时间演化方向. 参数取 $\alpha_1 = 0.66, \alpha_2 = 0.1, p = 0.1$) (a) Signal_model ;(b) J_model

向后传播,见图 4(a).而在 J_model 中, $A1, A2$ 道都处于拥挤流.这是因为,在没有信号灯控制的入匝道系统中,当主道 $A1, A2$ 进入 $C1, C2$ 道时,会受到来自匝道 B 车辆的扰动,同样匝道要进入主道 $C1, C2$,也会受到 $A1, A2$ 道车辆的干扰.随着时间向后推移,这种相互扰动在 $A1, A2$ 道和 B 道上不断产生与累积,最终将导致交通堵塞,并不断向上游传播. $Signal_model$ 中,信号灯的控制使主道 $A1, A2$ 与匝道 B 可以依次有序进入 $C1, C2$ 道,有效避免了 $A1, A2$ 道与 B 道之间的相互干扰.可见,模拟结果表明,信号灯控制模型可以缓解匝道产生的拥堵、改善主道与匝道交汇处的交通状况.

图 5 是 $\alpha_2 = 0.5$ 时,主道上游 A ,主道下游 C ,匝道 B 与 α_1 的流量关系图.图 5(a)(b)分别表示 $Signal_model$ 和 J_model 的流量.可以看出,无论是 $Signal_model$ 还是 J_model , α_1 均划分为三个区域: i. 当 $\alpha_1 < m_0(m'_0)$ 时, A 道,匝道 B, C 道流量都是自由流, $J_A(J'_A)$ 随 α_1 增加而增加, $J_B(J'_B)$ 保持常数,所以 $J_C(J'_C)$ 随 α_1 增加而增加. ii. 当 $(m'_0)m_0 < \alpha_1 < m_1(m'_1)$ 时, A 道, C 道是自由流,匝道 B 在 $\alpha_1 =$

$m_0(m'_0)$ 时产生相变,由自由流演化为拥挤流. $J_A(J'_A)$ 随 α_1 增加而增加, $J_B(J'_B)$ 随 α_1 增加而减小, $J_C(J'_C)$ 随 α_1 增加而增加. iii. 当 $\alpha_1 > m_1(m'_1)$ 时, A 道, C 道演化为拥挤流, J_A 随 α_1 增加而增加, J_B 随 α_1 增加而减小,而 J'_A, J'_B 随 α_1 增加而保持常数.当 $\alpha_1 = m_1(m'_1)$ 时, J_C 取得最大值,并随 α_1 增加而保持常数.

固定 $\alpha_1 = 0.5$, $Signal_model(J_model)$ 中,匝道的车流状态在 $\alpha_1 = m_0(m'_0)$ 时发生相变,由自由流演化为拥挤流.当 $\alpha_1 > m_0$ 时,对应于每一个固定的 α_1 值, $J_B > J'_B$ (见图 5); $Signal_model(J_model)$ 的主道上游 A 在 $\alpha_1 = m_1(m'_1)$ 时产生相变,由自由流演化为拥挤流.虽然相变点 m_1 值略小于 m'_1 值,但从流量角度考虑,当 $\alpha_1 > m_1$ 时,即当主道车流密度较大时,对应于每一个固定的 α_1 值, $J_A > J'_A$; 因此, J_C 的最大值大于 J'_C 的最大值 ($J_{(C)\max} = 0.6783, J'_{(C)\max} = 0.6311$).可见,当匝道上的车流密度较大时,在信号灯的控制作用下系统的通行能力显著提高.

我们考察 $p = 0.1$ 时,入匝道系统通行能力和匝

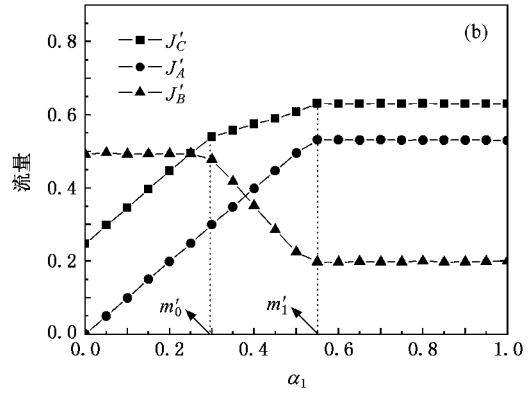
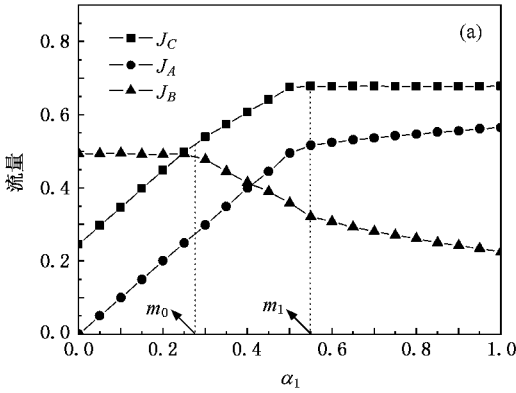


图 5 $v_{max} = 5$, 固定 $\alpha_2 = 0.5$, 流量 J_A, J_B, J_C 与 α_1 的关系 (a) $Signal_model$; (b) J_model

道进车概率 α_2 的依赖关系,这里我们将入匝道系统通行能力定义为:在给定 α_2 的情况下, α_1 从 0 开始不断增加至 1 时, J_C 取得的最大值.见图 6.

J_model 中,当 $\alpha_2 = 0$ 时,通行能力取得最大值 0.678; 当 $0 < \alpha_2 < k$ 时,通行能力随 α_2 增加而下降; 当 $\alpha_2 = k$ ($k \approx 0.198$) 时,取得最小值 0.631, 随后,通行能力不再随 α_2 的增加而改变. $Signal_model$ 中,通行能力始终保持为常数 0.678.这说明,在 $Signal_model$ 中,当慢化概率 $p = 0.1$ 时,入匝道系统的通行能力与 α_2 无关.这是因为道路 $A1, B$ 上的车辆受到

信号灯控制能够依次有序进入 C 道,当 $A1$ 道前方信号灯是绿色时,匝道车辆禁止通行, $A1$ 道上的车辆不会受到匝道车辆的干扰,此时系统相当于一个开边界条件的双车道模型; 当 $A1$ 道前方信号灯是红灯时,匝道上的车辆在交汇处不受主道车辆干扰,可以有序进入主道 $C1, C2$,所以当信号灯不断交替更新时,道路通行能力始终保持不变.因此,信号灯控制下的入匝道系统通行能力高于 J_model 的通行能力,尤其是 $\alpha_2 > k$ 时,通行能力的提高尤为明显.

下面,考察通行能力和慢化概率 p 与 α_2 的依赖

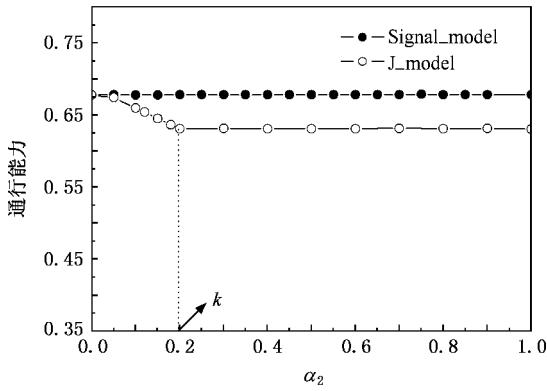


图6 $v_{max} = 5$ 在 $p = 0.1$ 时入匝道系统通行能力与 α_2 的关系

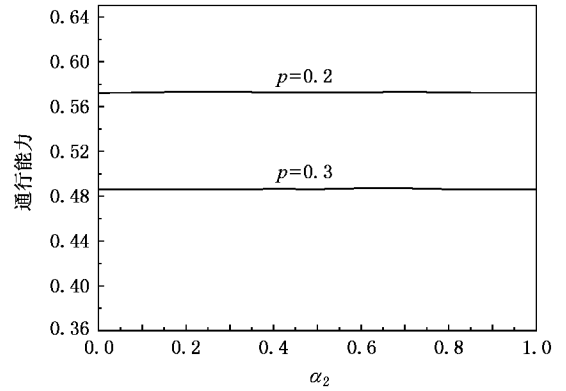


图7 $v_{max} = 5$ 不同 p 值下入匝道系统通行能力与 α_2 的关系

关系.图7是慢化概率 $p = 0.2, p = 0.3$ 时,入匝道系统通行能力随 α_2 的变化情况.随着 p 的增加,通行能力在总体上逐渐降低,但每个 p 值对应的通行能力始终保持为一个常数.因此,信号灯控制下的入匝道系统当慢化概率分别取不同的值时,通行能力在整个 α_2 范围内均保持常数值不变.

另外,我们还考察了通行能力与主道和匝道控制区长度 L 之间的关系.模拟时, L 从 10 至 100 之间依次取值,结果表明: L 取不同值时,对应的通行能力始终保持一个相同的常数 0.678,同图6中 Signal_model 的通行能力相同.这说明,主道和匝道控制区长度不会影响道路的通行能力.

最后,考察道路的平均速度与进车概率之间的关系.不失一般性,固定 $\alpha_2 = 0.5$,考察车辆平均速度随 α_1 的变化情况,见图8.其中, V_A 表示 A1, A2 道上所有车辆的平均速度, V_B 表示匝道上车辆的平均速度.图8(a)(b)分别为 V_A, V_B 的曲线图,为方便比较,将两个模型的平均速度曲线放入一个图中.

图8(a)中,当 $\alpha_1 < s_0$ (s'_0) 时, V_A (V'_A) 保持常数,且取得最大值 ($V_{max(A)} = 4.92$);当 $\alpha_1 > s_0$ (s'_0) 时, V_A (V'_A) 迅速下降,在 $\alpha_1 = s_1$ 处取得最小值 $V_{min(A)} = 3.10$ ($V'_{min(A)} = 2.94$);当 $\alpha_1 > s_1$ 时, V_A 随 α_1 的增加而增加, V'_A 随 α_1 的增加保持最小值,并且对于每一个固定的 α_1 值, $V_A > V'_A$.这是因为,根据公式 $T_{green}^{A1} = \alpha_1 \times T$ 可知, A1 道的绿灯时间不断增加,所以主道 A 的平均速度随 α_1 的增加而增加.图8(b)是匝道的平均速度曲线,当 $\alpha_1 < u_0$ 时, V_B (V'_B) 保持常数,且取得最大值 ($V_{max(B)} = 4.89$);当 $u_0 < \alpha_1 < u_1$ 时, V_B (V'_B) 迅速下降,随 α_1 的增加而减小;当 $\alpha_1 > u_1$ 时, V_B 随 α_1 的增加而减小,在 $\alpha_1 = 1$ 处取得最小值 $V_{min(B)} = 1.43$, V'_B 随 α_1 的增加保持常数,且 $V'_{min(B)} = 1.13$,因为 T_{green}^{A1} 的增加意味着 T_{red}^B 的增加 ($T_{green}^{A1} = T_{red}^B$),即匝道的红灯时间不断增加,所以匝道在绿灯时间固定,红灯时间增加的情况下,平均速度将随 α_1 的增加而减小.另外,当 $\alpha_1 > u_0$ 时,对于每一个固定的 α_1 值, $V_B > V'_B$.通过模拟结果分析,

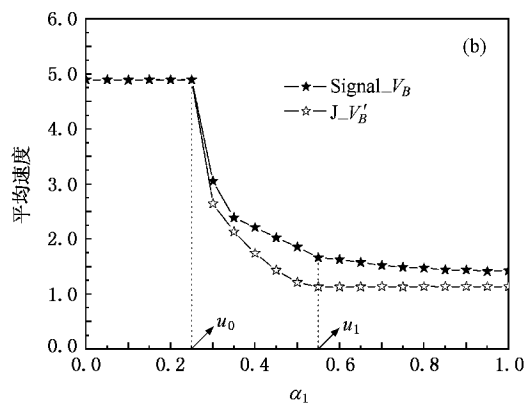
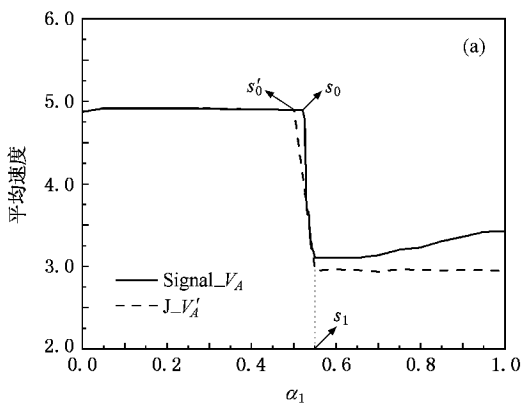


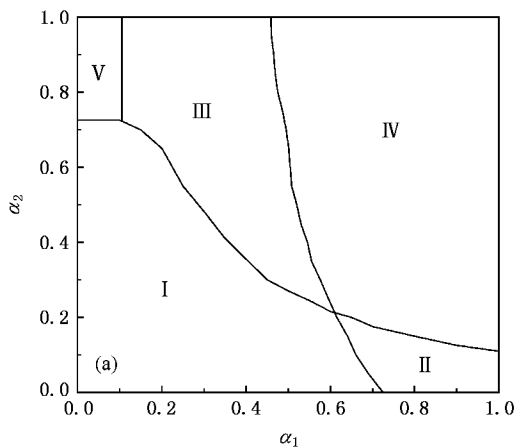
图8 $v_{max} = 5, \alpha_2 = 0.5$ 时,车辆平均速度与 α_1 的关系 (a)主道 A;(b)匝道 B

表明信号灯控制的入匝道系统与 J_model 相比,提高了主道与匝道上车辆的平均速度.

3.2. 与信号灯控制的单车道入匝道系统、J_model 相图的比较

与单车道系统相比,Signal_model 更加符合实际交通状况,同时,Signal_model 能否模拟出比单车道更为复杂的交通流特性,下面我们将对此进行考察.

图 9 是 $p = 0.1, v_{max} = 5$ 时,以 (α_1, α_2) 为相空间的相图 (a) (b) 分别表示主道为双车道与单车道系



统的相图.在单车道系统中^[14],相图共分为三个区域.在 I 区中,主道和匝道上都是自由流;在 II 区和 III 区中,匝道和主道的车流受到信号灯的控制,在匝道口处,匝道和主道分别会出现排队现象.直线 L 上, $\alpha_1 = \alpha_2$, 因此控制主道的绿灯时长等于控制匝道的绿灯时长,所以在直线 L 上主道与匝道的流量值相同;II 区和 III 区关于直线 L 对称,在 II 区中,由于 $\alpha_2 > \alpha_1$, 匝道绿灯时长大于主道绿灯时长,所以匝道流量高于主道流量.而在 III 区域中,交通流性质与之相反.

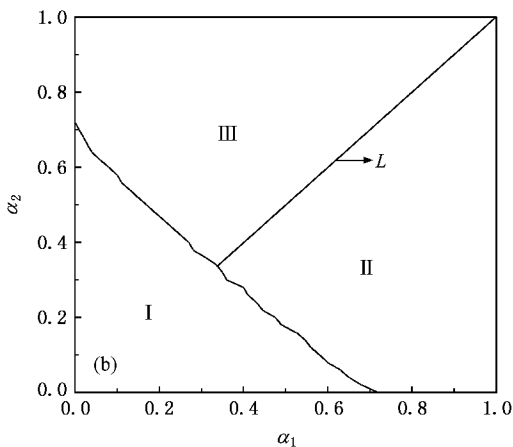


图 9 $p = 0.1, v_{max} = 5$ 时,入匝道系统的相图 (a)Signal_model 相图;(b)主道单车道入匝道系统的相图

在 Signal_model 中(见图 9(a)),相图共分为五个区域,在 I 区中, A1, A2 道和匝道 B 上都是自由流;在 II 区中,由于主道的进车概率较大,在信号灯控制作用下,主道的交通状况得到改善,但匝道车流却受到了影响;在 III 区中,情况与 II 区相反;在 IV 区中,主道和匝道上都是拥挤流.在 V 区中,入匝道上达到了最大车流量,而 A1, A2 道上的车辆仍处于自由流状态.这是因为,在主道为双车道的前提下,当 A1, A2 道的进车概率比较小时,即使匝道 B 达到了最大车流量, A1, A2, B 道的总流量也不会达到双车道的最大流量.与单车道相图相比,双车道系统的相图有很大不同.这是由于在 Signal_model 中,信号灯除控制匝道外,对于主道上的两条道路,信号灯只控制 A1 道,所以 A2 道上的车辆可以不受信号灯控制,能够始终向前行驶,同时由于车辆的换道行为而导致主道车流之间的相互干扰,因此,Signal_model 的相图体现出了更加复杂的交通流特性.

为便于比较,我们在图 10 同时给出了 $p = 0.1, v_{max} = 5$ 时,Signal_model 与 J_model 的 (α_1, α_2) 空间

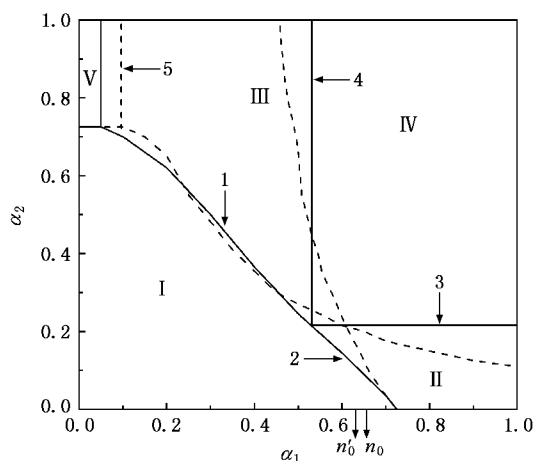


图 10 $p = 0.1, v_{max} = 5$ 时,Signal_model 与 J_model 相图比较(实线表示 J_model 相图,虚线表示 Signal_model 相图)

相图,其中,实线表示 J_model 相图,虚线表示 Signal_model 相图. J_model 相图也分为五个区域,在 I 区, A1, A2 道和匝道 B 上都是自由流;在 II 区中, B 道上自由流而 A1, A2 道是拥挤流;在 III 区中, A1, A2 道是自由流,但 B 道上拥挤流;在 IV 区中,

主道和匝道上都是拥挤流.在 V 区中,入匝道上达到了最大车流量,而 A1, A2 道上的车辆仍处于自由流状态.

与 J_model 相比,总的看来,Signal_model 相图中的 I 区稍有扩张,边界 1 和边界 2 稍微变形;II 区和 III 区分别缩减;IV 区和 V 区明显扩张,边界 3 和边界 4 产生变形,边界 5 右移.相区边界线的变形显然是由于信号灯的控制作用造成的.虽然主道与匝道的共同堵塞区扩大,但是由 3.1 节流量分析可知(见图 5),在信号灯控制的作用下,IV 区中任意给定 α_1 与 α_2 值,对应的主道与匝道的最大流量值要高于 J_model 的,即信号灯的控制提高了匝道系统的通行能力.

4. 结 论

本文在信号灯控制的单车道入匝道系统基础

上,研究了主道为双车道的设有信号灯控制的入匝道系统.基于元胞自动机模型分析了信号灯控制下的道路流量、通行能力及平均速度与进车概率的依赖关系,结果表明:当固定匝道进车概率时,系统的流量随主道进车概率的增加而增加,与文献 [1] 相比,当主道进车概率较大时,主道流量得到明显的改善;当慢化概率取定值后,通行能力与匝道进车概率 α_2 无关,始终保持最大值,说明信号灯控制系统的通行能力在车辆演化过程中具有稳定性;在匝道上的车辆较多时($\alpha_2 \geq k$),道路通行能力明显高于 J_model 的;另外,新模型的通行能力随慢化概率的增加而减小. (α_1, α_2) 空间相图与单车道系统相比,新增加了两个区域,新增的 IV 区上主道与匝道上都是拥挤流, V 区上匝道上达到最大流量,主道上仍是自由流.这说明双车道入匝道系统能够演化出更加复杂、实际的交通流特性.

- [1] Chowdhury D , Santen L , Schadschneide A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [2] Helbing D 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 1067
- [3] Nagatani T 2002 *Rep. Prog. Phys.* **65** 1331
- [4] Wolfram S 1983 *Rev. Mod. Phys.* **55** 601
- [5] Wolfram S 1986 *Theory and Applications of Cellular Automata* (World Scientific , Singapore)
- [6] Wolfram S 1986 *J. Stat. Phys.* **45** 471
- [7] Nagel K , Schreckenberg M 1992 *J. Phys.* **12** 2221
- [8] Diedrich G , Santen L , Schadschneider A *et al* 2000 *Int. J. Mod.*

Phys. **C 11** 335

- [9] Campari E G , Levi G 2000 *Eur. Phys. J. B* **17** 159
- [10] Jiang R , Wu Q S 2002 *Phys. Rev. E* **66** 36104
- [11] Jiang R , Jia B , Wu Q S 2003 *J. Phys. A* **36** 11713
- [12] Jia B , Jiang R , Wu Q S 2005 *Physica A* **345** 218
- [13] Li F , Zhang X Y , Gao Z Y 2007 *Physica A* **374** 827
- [14] Li F , Gao Z Y , Jia B 2007 *Physica A* **385** 333
- [15] Chowdhury D , Wolf D E , Schreckenberg M 1997 *Physica A* **235** 417

Study on the traffic behavior of on-ramp system with two-lane main road under signal controlling^{*}

Teng Ya-Fan Gao Zi-You[†] Jia Bin Li Feng

(School of Traffic and Transportation , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China)

(Received 14 July 2007 ; revised manuscript received 26 July 2007)

Abstract

In this paper we investigate the two-lane main road on-ramp system with signal-controlling using the cellular automata traffic flow model. The traffic signal is setup at the merging part between the main road and the on-ramp so that it can control the vehicles of both roads. We simulate the effect of traffic signal on vehicle flows of main road and on-ramp , and the traffic capacity and average velocity at the merging part are discussed. Through the analysis of the phase diagram , it can be found that the on-ramp system with two-lane main road can embody more complicated and realistic traffic flow characteristics than the on-ramp system with single-lane main road. Compared with the model introduced by Jiang Rui [Jiang R 2003 *J. Phys. A* **36** 11713], the simulation results indicate that the state of traffic flow is improved obviously and the capacity of the on ramp system has increased.

Keywords : traffic flow , cellular automata , on-ramp , traffic signal

PACC : 0520 , 0570F

^{*}Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2006CB705500), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 70631001 , 70501004).

[†] Corresponding author. E-mail : zyao@center.njtu.edu.cn