# 开关变换器离散子系统混沌点过程描述及 EMI 抑制\*

杨 汝<sup>12</sup><sup>\*</sup> 张 波<sup>1</sup> 丘东元<sup>1</sup>

1 《华南理工大学电力学院,广州 510640)
 2 《广州大学物理与电子工程学院,广州 510400)
 (2007年3月5日收到,2007年4月15日收到修改稿)

利用混杂系统理论将开关变换器描述为连续子系统和离散子系统的集合,由此根据混沌 PWM 规律,建立离散 子系统的开关混沌点过程模型.同时以常用的线性分段混沌映射实现混沌 PWM 控制,分析得出混沌 PWM 点过程 的特征函数,概率密度函数,进一步得到混沌 PWM 和周期 PWM 的频谱特性.论文的试验结果表明,输出电压稳定 情况下混沌开关变换器,实现了谐波峰值的抑制,开关变换器 EMI 特性明显改善.

关键词:混杂系统,开关变换器,混沌点过程,电磁干扰 PACC:0545

#### 1.引 言

点过程即过程特性由事件时间点决定 这种物 理现象以随机分布于一连续系统中的高度局部化事 件来表征 在模型中每一局部化事件用一理想化的 点来表示 这个点被认为与事件在连续系统中的位 置是一致的. 如放射性衰减中放射源产生  $\gamma$  光子的 时间点 插入神经纤维中的微电极检测出"尖峰放 电 '形式随机发生的电放射 :高速公路上特定点的交 通流量等都可以由点过程描述.二维事件也可以用 点过程来分析 如地震事件的时间和位置的集合 核 医疗学中血液流量、新陈代谢交换等生理现象动态 参数的检测等<sup>11</sup>.点过程能提供一个合适的数学模 型的物理现象很多,人们感兴趣的基本机理就常常 联系于被观测的点现象 因此通过点过程来研究事 物的行为是一个较好的方法<sup>2-4]</sup>.如文献 5 根据 洪灾成因分析,提出以洪水的最高水位(或最大流 量)和持续时间为标值的二元标值 Poisson 点过程模 型来描述洪水的特性,同时将防洪设施的工程风险 率作为洪水大小和持续时间的二元函数,给出了防 洪综合风险率的计算公式,并进行了实例计算.

研究表明开关变换器是一个典型的混杂动态系

统,由描述状态行为的连续子系统和描述开关过程 的离散子系统两部分组成<sup>[6]</sup>.离散子系统行为取决 于开关变换器的 PWM 控制策略,混沌化后离散子 系统部分可视为开关量或 PWM 脉冲信号构成的一 个混沌点过程,开关量的时间点特性可以用混沌点 过程理论来描述和分析.通过对混沌点过程的分 析,得到开关变换器离散子系统频谱及其分布特性.

开关变换器是一个强电磁干扰系统,开关变换器 EMI 产生的原因显然与其 PWM 的控制方式决定的周期工作状态有密切关系.现有实验分析表明, 开关变换器电磁干扰的峰值主要集中在开关频率的 倍频处,是一个以开关频率为基波的离散频谱<sup>7,8]</sup>. 而混沌系统具有连续频谱的特点,可以利用这一特 性,将开关变换器 EMI 的能量散布在一个实际运行 中可以接受的范围,达到抑制 EMI 的目的<sup>[9–11]</sup>.

为此本文将 PWM 驱动脉冲的到达时间点集合 作为一个点过程,从一个新的角度来研究开关变换 器的频谱特性,为最终解决开关变换器的 EMI 问题 提供新的思路.

## 2. 开关变换器离散子系统混沌点过程 模型

基于混杂系统理论 ,开关变换器可以用连续-离

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 150474066 50777009),广东省自然科学基金重点项目(批准号 105103540)和广州市属高校科技计划项目(批准 号 152053)资助的课题。

散子系统描述,如图 1 所示.系统可用以下方程 表示:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \phi(x,\mu), x \in X \subset \mathbb{R}^n ; t \subset \mathbb{R} ; \mu \in \mathbb{R}^l ,$$
(1)

 $\mu_{i+1} = Q(\mu_i) + H(x,t) = 0, i = 0, 1, 2, ..., (2)$ 其中(1)式为连续子系统 (2)式为离散子系统. 这 里  $\phi \ \pi G$  是非线性向量, x 是时间连续状态,  $\mu$  是离 散输入量或控制参数. 两个子系统在一个反馈控制 环路中闭合,并且具有以下特性:

1 )满足条件 H(x,t) = 0 ,离散子系统完成一次 迭代,计算出  $\mu_k$  及 PWM 脉冲时间间隔  $T_k$ ;

2)离散子系统的状态作为输入反馈到连续子 系统。



图 1 开关变换器连续-离散结构

显然 ,PWM 脉冲时间间隔 *T<sub>k</sub>* 反映出开关变量 的占空比或频率的变化. 定频 PWM 时 ,*T<sub>k</sub>* 由反馈 电流电压与定频锯齿波决定 ,混沌 PWM 时 ,*T<sub>k</sub>* 由反 馈电流电压与频率混沌变化的锯齿波决定. 锯齿波 产生和控制方式的不同使 PWM 驱动脉冲信号工作 于定频或混沌状态.

无论是定频 PWM 还是混沌 PWM ,它们的 PWM 脉冲信号频率均可用以下方程表示:

$$f = f_s + \Delta f = v_s + kv_n , \qquad (3)$$
$$v_n = \varphi(v_{n-1}),$$

其中  $v_s$  是固定电压 ,产生固定的标称开关频率  $f_s$ ;  $v_n$  是由混沌映射  $\varphi$  生成的扩频信号电压 ,决定混沌的开关频率偏移量  $\Delta f$  ;k 为混沌调制度.

从(3)式可见,混沌 PWM 驱动脉冲信号的频率 或间隔  $T_k$ 、到达时间  $\tau_k$ 都是由  $\varphi$ ( $v_r$ , t)决定的混沌 量. 混沌 PWM 决定的离散子系统驱动脉冲信号的 点过程如图 2 所示,并可用下式表示:

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A \delta(t - \tau_{k-1}), \qquad (4)$$
$$\Omega = \{\tau_k : k \ge 0\},$$

其中  $\tau_{k-1}$ 为驱动脉冲的到达时间点 ,A 为驱动脉冲 的幅值 , $\Omega$  为混沌 PWM 开关变换器离散子系统中 混沌点过程的集合 ,混沌 PWM 开关变换器频谱特 征由驱动脉冲决定 ,即由这样一个混沌点过程决定.



图 2 开关变换器离散子系统混沌点过程

线性分段仿射混沌映射是一类典型常用的混沌 映射,如 tent 映射,rény 映射,bended up-down 映射,nway bernoulli 映射等<sup>[12]</sup>,其通用表达式为

$$\varphi(x) = \{\varphi_i(x) = a_i x + b_i, \\ x \in J_i, i = 1, 2, ..., m\}, \quad (5)$$
$$\forall_i : \varphi : J_i \to X = (0, 1).$$

线性分段仿射混沌映射调制的开关变换器频率 表达式为

$$f(x) = \begin{cases} f_i(x) = f_s + \Delta f = f_s + k(a_i x + b_i) \\ \forall_i : \varphi : J_i \rightarrow F = (f_s \cdot f_{\max}) \end{cases}$$
(6)

以 rény 映射为例,

$$x_{n+1} = a(1 - x_n \mod (1)).$$
 (7)

调制的开关变换器频率如图 3 所示. 取不同的 系数 *a* 得到不同的开关变换器 PWM 频率分布.

### 3. 开关变换器离散子系统混沌点过程 量化特征

参见(4)式, $\Omega = \{\tau_k : k \ge 0\}$ 由到达时间序列构成

$$0 \leq \tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots, k \to \infty \ \text{时}, \tau_k \to \infty.$$
  
$$\tau_k \in T_k 关系为$$



图 3 Rény 映射调制的 PWM 开关频率的映射 (a)<sub>a</sub> = 1.4; (b)<sub>a</sub> = 2.2

若 
$$\tau_0 = 0$$
 ,则  $\tau_k = \sum_{i=1}^k T_i$ .

 $T_{k+1} = \varphi(T_k), \varphi$  为混沌映射,且唯一确定混沌 PWM 点过程的统计特性.

由 Frobenius-Perron 方程,可以计算两点的混沌 点过程不变分布密度<sup>[13]</sup>

$$\rho_{T_1T_2}(x_1, x_2) = \rho_{T}(x_1) \partial (x_2 - \varphi(x_1)),$$
  

$$\rho_{T}(x_2) = \int \partial (x_2 - \varphi(x_1)) \rho_{T}(x_1) dx_1. (9)$$

多点 PWM 混沌点过程集合 {*T*<sub>1</sub>,...,*T<sub>k</sub>* )的联合 不变分布密度为

$$\rho_{T_1, \dots, T_k}(x_1, \dots, x_k)$$

$$= \rho_{T_1}(x_1) \prod_{i=1}^{k-1} \delta(x_{i+1} - \varphi^{(i)}(x_1)). \quad (10)$$
混沌点过程{ $T_1, \dots, T_k$ }的特征函数为

$$\Phi_{T_1, \dots, T_k} (\omega_1, \dots, \omega_k)$$

$$= E \left( \exp\left(j \sum_{i=1}^k \omega_i \cdot x_i\right) \right)$$

$$= \int_{x} \dots \int_{x} e^{j \sum_{i=1}^k \omega_i \cdot x_i} \rho_{T_1, \dots, T_k} (x_1, \dots, x_k) dx_1 \dots dx_k (11)$$

对于(11)式内部积分可以得到线性分段仿射混 沌映射调制的开关频率的递推方程<sup>[14]</sup>

$$\Phi_{T_1, \dots, T_k}(\omega_1, \dots, \omega_k)$$

$$= \sum_{i=1}^m \frac{\mathrm{e}^{-\int \omega_1 b_l/a_l}}{|\alpha_i|} \Theta_{T_i, \dots, T_{k-1}} \times \left(\omega_2 + \frac{\omega_1}{\alpha_l}, \omega_{3, \dots}, \omega_k\right),$$
(12)

它的解为

这里

$$\Theta_{\tau_k}(\omega) = \sum_{i_1 \ i_2 \ \cdots \ i_{k-1} = 1}^m \lambda_1(f,k) e^{-j \cdot \omega \lambda_2(f,k)} \times \Theta_1(\omega \lambda_3(f,k)), \quad (13)$$

$$\Theta_{1}(\omega) = \int_{F} e^{j\omega f} p_{T}(f) df$$
$$= \int_{0}^{1} e^{j\omega f} df$$
$$= (e^{j\omega} - 1) j\omega,$$

并且

$$\lambda_{1}(f,k) = \prod_{n=1}^{k-1} \frac{1}{|\alpha_{i_{n}}|},$$

$$\lambda_{2}(f,k) = \sum_{n=1}^{k-1} \sum_{p=n}^{k-1} b_{i_{p}} \cdot \prod_{l=1}^{p} \frac{1}{|\alpha_{i_{l}}|},$$

$$\lambda_{3}(f,k) = \sum_{n=1}^{k-1} \prod_{p=n}^{k-1} \frac{1}{|\alpha_{i_{p}}|} + 1.$$

特征函数  $\Theta_{\tau_k}(\omega)$  唯一确定了 PWM 信号到达时 间  $\tau_k$  的概率密度函数 ,由(12) 式反向 Fourier 变 换 ,有

$$\rho_{\tau_k}(x) = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{k-1}=1}^m \frac{\lambda_1(f, k)}{\lambda_3(f, k)}$$

$$\times [\operatorname{sign}(x + \lambda_2(f, k)) - \lambda_3(x, k))].$$
(14)

所以 τ<sub>k</sub> 的分布密度函数是一个分段常数.

(7)式 rény 映射调制的开关频率的不变分布如 图 4 所示,可以看出,当 k→∞时线性分段仿射混沌 映射调制的开关频率的概率密度函数趋向于分段均 一分布,所以分段仿射混沌映射调制的 PWM 开关 频率的概率密度函数具有不变分布的特性.

#### 4. 逆变器混沌 PWM 点过程描述

以 DC-AC 逆变器电路为例分析三种 PWM 调制的点过程.



图 4 混沌映射调制的 PWM 开关频率的不变分布 (a) N-way bernoulli 映射;(b) Bended-up-down 映射 (c) Tent 映射;(d) Rény 映射

(4)式 PWM 脉冲集合 (*t*)可表示如下:

$$\xi(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j\theta_n}$$
, (15)

 $C_n$  和 $\theta_n$  分别是 n 次谐波的幅值和相位 ,固定载波 频率时

$$C_{n} = \frac{1}{T_{k}} \int_{0}^{T_{k}} \xi(t) e^{-j2\pi n/t} dt \qquad (16)$$

$$= \frac{1}{T_{k}} \left( \int_{0}^{DT_{k}} A e^{-j2\pi n/t} dt + \int_{DT_{k}}^{T_{k}} A e^{-j2\pi n/t} dt \right)$$

$$= \frac{j}{2\pi n/t} A \left( e^{-j2\pi n/DT_{k}} - 1 \right) . \qquad (17)$$

固定载波频率时功率谱为[15]

$$S(f) = 2\sum_{n=1}^{\infty} |C_n|^2 \delta(f - nf_s).$$
 (18)

可见,此时功率谱主要由 ∂ 函数决定的开关频 率整数倍(*nf*。)处的离散频谱构成.

周期调制载波时 功率谱为可表示如下[14,15]:

$$S(f) = 2 \left| \sum_{n=1}^{\infty} C_n \left\{ J_0(n\beta) \partial(f - nf_s) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(n\beta \mathbf{I} \partial(f - nf_s - kf_m) + (-1)^k \partial(f - nf_s + kf_m) \mathbf{I} \right\} \right|.$$
(19)

可见,正弦调制的功率谱主要由 $nf_s$ , $nf_s - kf_m$ 

和 nf<sub>s</sub> + kf<sub>m</sub> 处的离散频谱构成.固定载波和正弦调 制载波的功率谱示意图如图 5 所示.虚线是固定载 波的功率谱,实线是正弦调制载波的功率谱,正弦调 制后频谱扩散到更多的频点.



#### 图 5 固定载波和正弦调制载波的频谱

混沌载波时离散子系统混沌点过程的功率谱可 以由互相关函数 *R( τ)* 描述<sup>[16]</sup> ,即

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi f\tau} R(\tau) d\tau , \qquad (20)$$

ξ(*f*)为混沌 PWM 开关点过程 ξ(*t*)的 Fourier 变换.

由 Wiener-Khintchine 关系有

$$S(f) = \frac{1}{T} \sum_{K=-\infty}^{\infty} E[\xi_0(f)\xi_k^*(f)e^{j2\pi (\xi_k - \xi_0)}]. \quad (21)$$

根据 Poisson 恒等式

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi k/T} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T}\right) , \qquad (22)$$

变换器离散子系统混沌点过程的功率谱可以等效为 (23)式<sup>[17]</sup>,前面两项是功率谱连续部分,后面一项 由于 ∂函数的存在构成功率谱的离散部分.可见混 沌化后的变换器频谱是以连续频谱为主,在开关频 率的倍频处叠加有幅值较小的离散峰值.

$$S(f) = \frac{1}{E(t)} \left\{ E[ + U(f) |^{2}] - |E[U(f)]|^{2} + \frac{1}{[E(T)]} + E[U(f)]|^{2} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{k}{T}) \right\}.$$
(23)

元件级仿真得到逆变器分别在固定载波,正弦 调制载波和混沌调制载波下的输出电压波形和频谱 如图 6 7 8 所示,其中载波频率为 30 kHz,调制波频 率为 50 Hz.固定载波下(图 6)离散频谱分布在载波 (30 kHz)及其倍频.正弦调制的输出电压波形及其 频谱如图 7 所示,可见离散频谱的频点增加,频谱的 峰值略有降低.混沌映射调制载波的输出电压及其 频谱如图 8 所示,可以看到频谱的连续化和频谱峰 值的降低.



图 6 固定载波的输出特性 (a)输出电压波形;(b)输出电压频谱

5. 逆变器 EMI 抑制实验

在一台基于 SVPWM 的逆变器上进行了混沌抑



图 7 正弦调制载波的输出特性 (a)输出电压波形;(b)输出 电压频谱



图 8 混沌调制载波的输出特性 (a)输出电压波形;(b)输出 电压频谱

制 EMI 实验,主电路采用 500W 的集成功率模块 (IPM)IRAMS06UP60A,控制电路采用菲利浦嵌入式 芯片 LPC2132 作为算法的主控部件. 载波频率 10 kHz,调制度 0.5,调制波频率 50 Hz. 载波频率调制 范围为 0—20%.

实验得到驱动电压波形及其频谱如图 9 所示, 与采用固定载波控制的控制效果比较(见图 ( a )), 调制后驱动脉冲频谱峰值降低并且不再集中,能量 扩散到很多频点. bended up-down 调制的载波离散 性较其他三种调制方式强,可以预见它的 EMI 抑制 效果会较其他三种方式差.



图 9 逆变器驱动脉冲及其频谱 (a)固定载波;(b)Rényi映射调制载波;(c)Tent映射调制载波;(d) Bernoulli映射调制载波;(e)Bended up-down 调制载波

逆变器输出电压的波形及其频谱如图 10 所示, 可见固定载波时逆变器输出电压的频谱峰值和驱动 脉冲一样也主要集中在开关频率的倍频处,也是一 个以开关频率为基波的离散频谱,而混沌调制下输 出电压的频谱峰值得到了降低.所以离散子系统频 谱特征可以反映整个系统的频谱特征,因此研究离 散子系统的开关点过程具有指导意义.

由于仅仅控制频率变化 ,每个周期占空比仍保

持不变 输出电压的基波幅值没有变化 ,达到抑制 EMI 的同时 ,又实现了电压稳定控制.



图 10 逆变器输出电压频谱 (a)固定载波;(b)Rényi 映射调制载波;(c)Tent 映射调制载波;(d)Bernoulli 映射 调制载波;(e)Bended up-down 映射调制载波

最后实验电路还用 Rohde & Schwarz 的 EMI 测试仪在屏蔽室作了传导干扰的 EMI 测试. 传导干扰的频率测量范围是 150kHz 到 30MHz. 采用的测试标准为 CISPR 标准,上面一条基准线为 QP 值(准峰值),下面一条基准线为 AV 值(平均值).

电磁干扰测试表明,在固定频率的载波下,该逆

变器在 400 kHz—1.5 MHz 频段电磁干扰的平均值测试超标(如图 11(a)中圆圈所示),混沌载波调制后该逆变器后 EMI 得到了明显改善(如图 11(b)—(e)所示). Rény 调制, Tent 调制, Bernoulli 调制下平均值的测试值的峰值降低,基本位于平均值基准线下,该逆变器的 EMI测试合格了.



图 11 逆变器传导干扰测试结果 (a)固定载波;(b)Rényi 映射调制载波;(c)Tent 映射调制载波;(d)Bernoulli 映射调制载波; (e)Bended up-down 调制载波

Bended up-down 混沌映射调制载波的 EMI 抑制效果相对其他几种分段仿射混沌映射调制载波的 EMI 抑制效果要差些 和图 9,10 逆变器驱动脉冲及 其频谱、输出电压及其频谱得出的结论一致 因此混 沌离散子系统得出的结论反映了整个系统的频谱特 性和电磁干扰特性.

6.结 论

本文将混沌开关变换器的驱动过程用混沌点过

程来分析描述,通过混沌点过程模型,分析了常用的 线性分段仿射混沌映射调制 PWM 的特征函数及概 率密度函数,进一步得到功率谱的表达式. 仿真分 析验证了理论分析的结果. 最后实验设计了分段仿 射混沌映射调制载波的 SVPWM 逆变器,调制后 EMI 得到明显改善,基波保持不变的情况下取得了比较 好的谐波峰值抑制的效果. 实验结果进一步验证了 周期的工作状态是逆变器电磁干扰的源头,从源头 抑制电磁干扰最根本的方法就是用混沌信号调制开 关频率.

- [1] Snyder D L 1982 Random process (Beijing: Peoples Education Press)(in Chinese ] 斯奈德 D L 1982 随机点过程(北京:人民 教育出版社)]
- [2] Barbarossa S, Scaglione A, Baiocchi A, Colletti G 1997 Signals, Systems & Computers, Conference Record of the Thirty-First Asilomar Conference 2 1112
- [3] Baranovski A L , Schwarz W 2003 IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications 50 1081
- [4] Mori S , Chong C Y 2005 Information Fusion , 8th International Conference 1 25
- [5] Zhu Y H, Dong Y J 2001 Acta Mathematica Scientia 21 A 527 (in Chinese) [朱勇华、董亚鹃 2001 数学物理学报 21 A 527]
- [6] Zong G D , Wu Y Q 2004 Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation 2 15 1119
- [7] Luo X S, Chen G R 2003 Acta Phys. Sin. 52 12(in Chinese)[罗晓曙、陈关荣 2003 物理学报 52 12]
- [8] Li M, Ma X K, Dai D, Zhang H 2005 Acta Phys. Sin. 54 1084 (in Chinese)[李 明、马西魁、戴 栋、张 浩 2005 物理学报

**54** 1084 ]

- [9] Dai D, Ma X K, Li X F 2003 Acta Phys. Sin. 52 2369 (in Chinese)[戴 栋、马西魁、李小峰 2003 物理学报 52 2369]
- [10] Zhou Y F, Chen J N 2004 Acta Phys. Sin. 53 3676 (in Chinese) [周宇飞、陈军宁 2004 物理学报 53 3676]
- [11] Zhou Y L, Luo X S 2003 Acta Phys. Sin. 52 2978 (in Chinese) [邹艳丽、罗晓曙 2003 物理学报 52 2978]
- [12] Baranovski A L , Daems D 1995 Int . J. Bifurcation Chaos 5 1585
- [13] Lasota A A, Mackey M C 1994 Chaos, Fractals and Noise (Berlin, Germany)
- [14] Yang R, Zhang B 2007 Acta Phys. Sin. 56 3789(in Chinese ] 杨 汝、张 波 2007 物理学报 56 3789]
- [15] Yang R, Zhang B 2006 Acta Phys. Sin. 55 2369 (in Chinese) [杨 汝、张 波 2006 物理学报 55 5667]
- [16] Baranovski A L , Schwarz W 2003 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. London 2 25
- [17] Tse K K, Chung S H, Hui H S Y R, So H C 2000 IEEE Transactions on Industrial Electronics 47 759

## Chaotic point process description of converter discrete subsystem and EMI suppression \*

Yang Ru<sup>1</sup><sup>(2)</sup> Zhang Bo<sup>1</sup> Qiu Dong-Yuan<sup>1</sup>

1 X School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)
 2 X School of Physics and Electronic Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510400, China)

(Received 5 March 2007; revised manuscript received 15 April 2007)

#### Abstract

The converter is described as a continuous-discrete system based on hybrid system theory. According to the theory of chaotic PWM, chaotic point process model of converter is established. Chaotic PWM control is done with piece-wise chaotic maps. The characteristic function and distribution of chaotic PWM are obtained, the spectrum of chaotic PWM and periodic PWM are obtained too. Experimental results verify that the peak spectrum of chaotic converter can be suppressed with stable output, and EMI is improved distinctly.

Keywords : hybrid system , converter , chaotic point process , EMI PACC : 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60474066, 50777009), the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 05103540) and the Science and Technology Project of University of Guangzhou (Grant No. 62053).