

基于线性反馈控制的不确定混沌系统的参数辨识

李 农^{1)†} 李建芬²⁾ 刘宇平¹⁾ 马 健¹⁾

1) (空军工程大学工程学院, 西安 710038)

2) (空军工程大学理学院, 西安 710051)

(2007 年 4 月 21 日收到, 2007 年 6 月 28 日收到修改稿)

基于线性反馈控制方法和 Lyapunov 稳定性理论, 研究了参数不确定系统的混沌同步和参数辨识, 设计了普遍适用的参数自适应控制律, 理论证明设计的控制器可使得两个结构相同但参数不同的混沌系统渐近地达到同步, 并且可以辨识出响应系统的未知参数. Lorenz 系统和蔡氏电路的数值仿真进一步表明了该方法的有效性.

关键词: 不确定混沌系统, 同步, 参数辨识, Lyapunov 函数

PACC: 0545

1. 引 言

由于混沌控制及同步在信息科学、医学、生物、工程等领域具有很大的应用潜力及发展前景, 引起了人们的广泛关注与兴趣. 自 Pecora 和 Carroll 提出了一种混沌同步方法实现两个相同混沌系统的恒等同步以来^[1,2], 许多混沌同步的方法和技术已被介绍^[3-7]. 如状态反馈同步法, 自适应同步法, 观测器同步法, 神经网络同步法, 模糊同步法等. 然而, 对于参数未知的不确定混沌系统, 上述控制方法却不再有效. 而参数未知的不确定混沌系统的同步问题更具有实际意义. 为此, 近年来国内外一些学者对此作了深入的研究^[8-16]. 文献[8]研究了不确定 Chen 系统的自适应同步和参数辨识; 文献[9]设计了一种参数观测器, 对不确定 Rossler 系统中的未知参数进行了识别; 文献[10]基于自适应控制实现了不确定 Rossler 系统的同步控制; 文献[11-16]通过非线性反馈实现了对未知参数的估计与系统的同步. 本文针对一般的不确定连续混沌系统, 设计了普遍适用的参数自适应控制律, 以 Lorenz 系统和蔡氏电路为例实现了参数不确定系统的混沌同步和未知参数辨识. 理论分析和数值仿真均证明了该方法的有效性.

2. 参数自适应控制律的设计

考虑两个结构相同但参数不同的混沌系统, 分别作为驱动系统和响应系统

$$\dot{x} = f(x, p), \quad (1)$$

$$\dot{y} = f(y, q) + u, \quad (2)$$

其中 $x \in R^n$ 是驱动系统的状态变量, $y \in R^n$ 是响应系统的状态变量, $f(\cdot) \in R^n$ 为状态变量的函数向量, u 为同步控制器, 它控制驱动系统(1)和响应系统(2)渐近地达到同步. $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ 是驱动系统参数, 可以是常数或慢时变的, $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ 为响应系统的参数, 是在驱动-响应系统同步过程中需要辨识的未知参数. 为方便起见, 先讨论系统的每个发展方程最多只含一个需要辨识的参数.

设驱动系统和响应系统的参数矩阵分别为 $P = \text{diag}[p_i > 0]$, $Q = \text{diag}[q_i > 0]$, $i = 1, 2, \dots, n$. 则(1)式和(2)式可写为

驱动系统

$$\dot{x} = f(x, p) = h(x) + Pg(x); \quad (3)$$

响应系统

$$\dot{y} = f(y, q) = h(y) + Qg(y) + u. \quad (4)$$

式中 $h(\cdot)$, $g(\cdot) \in R^n$ 为状态变量的函数向量, Q 是在混沌同步过程中需要辨识的未知参数矩阵.

† E-mail: ln2807@163.com, ln2807@sohu.com

令驱动-响应系统之间的误差变量为 $e = x - y = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$, 参数误差矩阵为 $E = P - Q = \text{diag}[\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n]$ 故由 (3) 式和 (4) 式, 可得到误差系统如下:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= h(x) + Pg(x) - h(y) - Qg(y) - u \\ &= h(x) - h(y) + P[g(x) - g(y)] - u + (P - Q)g(y) \\ &= f(x, p) - f(y, p) - u + Eg(y). \end{aligned} \quad (5)$$

基于线性反馈控制的混沌同步控制器为 $u = K(x - y) = Ke$, 其中 $K = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_n]$ 是反馈系数矩阵. 对于参数矩阵 Q 的不确定性, 本文采用自适应控制的方法, 使驱动系统和响应系统达到同步, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$.

选择未知参数 Q 的更新规则为

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= re_1 g_1(y), \\ \dot{q}_2 &= re_2 g_2(y), \\ &\dots \\ \dot{q}_n &= re_n g_n(y). \end{aligned} \quad (6)$$

定理 驱动系统(3)与包含不确定参数的响应系统(4), 若参数的更新规则为(6)式, 则从任意初始值出发均可以达到混沌同步.

证明 选择 Lyapunov 函数 $V(t) = \frac{1}{2} e^T e +$

$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2r} \epsilon_i^2 \geq 0$, 其中 r 为自适应增益系数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e^T \dot{e} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \dot{\epsilon}_i \\ &= e^T (f(x, p) - f(y, p) - Ke + Eg(y)) \\ &\quad + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \dot{\epsilon}_i \\ &= e^T (f(x, p) - f(y, p) - Ke) + e^T Eg(y) \\ &\quad + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \dot{\epsilon}_i. \end{aligned} \quad (7)$$

由中值定理, 得 $f(x, p) - f(y, p) = D(y + \theta e, p)e$, 其中 $0 < \theta < 1$, $D(y + \theta e, p)$ 为 f 的雅克比矩阵, 因此有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -e^T (K - D(y + \theta e, p))e + e^T Eg(y) \\ &\quad + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \dot{\epsilon}_i. \end{aligned}$$

若选取合适的 K , 使 $e^T (K - D(y + \theta e, p))e \geq 0$ 成立, 当 $e^T Eg(y) + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \dot{\epsilon}_i = 0$ 时, 即可使 $\dot{V}(t) \leq$

0 ; 显然, 若 $e^T Eg(y) + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^n \epsilon_i \dot{\epsilon}_i = 0$ 成立, 当且仅

当 $\|e\| = 0$, 有 $\dot{V}(t) = 0$. 因此, 当

$$\begin{aligned} e_1 g_1(y) + \frac{1}{r} \dot{\epsilon}_1 &= 0, \\ e_2 g_2(y) + \frac{1}{r} \dot{\epsilon}_2 &= 0, \dots, \\ e_n g_n(y) + \frac{1}{r} \dot{\epsilon}_n &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

时, 可使 $\dot{V}(t) < 0$ 成立, 据 Lyapunov 稳定性理论, 此时误差系统(5)在原点渐近稳定, 即驱动系统(3)和响应系统(4)可达到渐近同步. 由于 $\dot{\epsilon}_1 = \dot{p}_1 - \dot{q}_1 = -\dot{q}_1$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$, p_i 为常数), 则由(8)式得响应系统的不确定参数的更新规则为

$$\dot{q}_1 = re_1 g_1(y), \dot{q}_2 = re_2 g_2(y), \dots, \dot{q}_n = re_n g_n(y).$$

证毕.

3. 仿真示例

Lorenz 系统描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -p_1(x_1 - x_2), \\ \dot{x}_2 &= p_2 x_1 - x_1 x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - p_3 x_3. \end{aligned} \quad (9)$$

当参数 p_1, p_2, p_3 分别为 10, 28 和 8/3 时, 系统表现为混沌状态, 其混沌三维相图见图 1. 将系统(9)作为驱动系统, 则响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -q_1(y_1 - y_2) + k(x_1 - y_1), \\ \dot{y}_2 &= q_2 y_1 - y_1 y_3 - y_2, \\ \dot{y}_3 &= y_1 y_2 - q_3 y_3. \end{aligned} \quad (10)$$

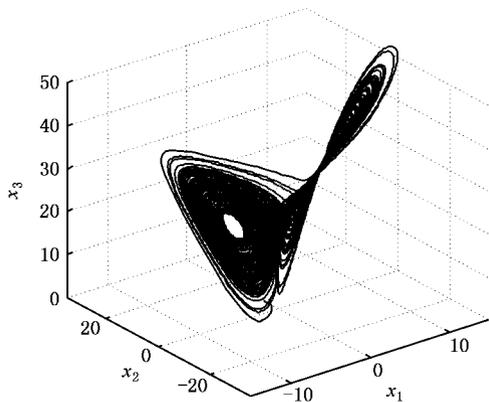


图 1 Lorenz 系统混沌三维相图

由(10)式, 得

$$h(y) = \begin{bmatrix} 0 \\ -y_1 y_3 - y_2 \\ y_1 y_2 \end{bmatrix},$$

$$g(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} -(y_1 - y_2) \\ y_1 \\ -y_3 \end{bmatrix}.$$

根据本文提出的方法,选取响应系统(10)的参数更新规则为

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= -r(y_1 - y_2)e_1, \\ \dot{q}_2 &= ry_1e_2, \\ \dot{q}_3 &= -ry_3e_3. \end{aligned}$$

取 $k = 40, r = 1$, 驱动系统(9)与响应系统(10)的初

始值分别选取为 $x_1(0) = -2.0, x_2(0) = -0.2, x_3(0) = 3.0$ 和 $y_1(0) = 0, y_2(0) = 0, y_3(0) = 0$; 选取初始参数 $q_1 = q_2 = q_3 = 0$. 驱动系统(9)与响应系统(10)的同步过程模拟结果如图2所示,未知参数 $q_1(t), q_2(t), q_3(t)$ 的辨识过程如图3所示. 由模拟结果知,随着时间的增加,含有不确定参数的两系统的同步误差逐渐趋于零,参数 $q_1(t), q_2(t)$ 和 $q_3(t)$ 的值分别稳定在 10, 28 和 8/3 左右,可见利用参数更新规则可以辨识出响应系统的未知参数.

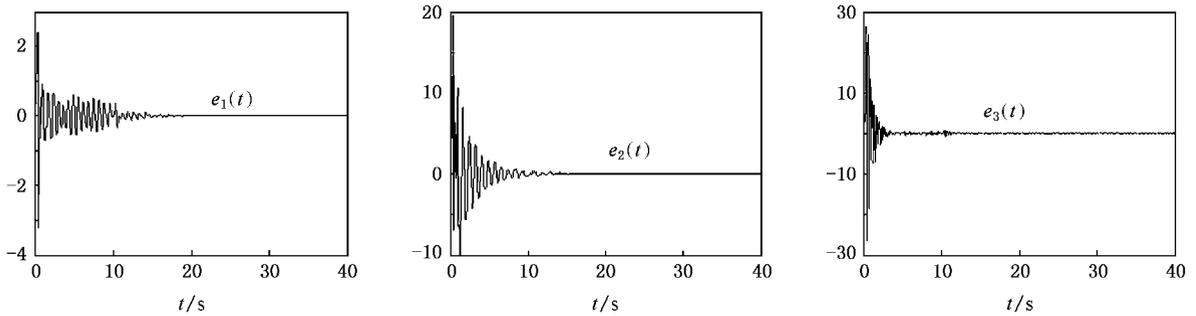


图2 系统(10)和(9)的同步误差曲线

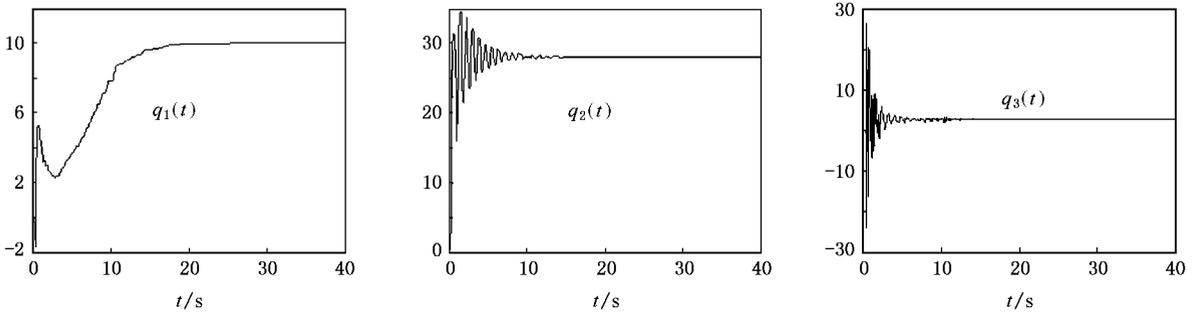


图3 响应系统(10)的参数 $q_1(t), q_2(t), q_3(t)$ 的辨识过程

以上讨论了每个发展方程只含一个参数的情况,同理也可推出每个发展方程含一个以上参数的情况,令驱动系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= h_1(\mathbf{x}) + p_{11}g_{11}(\mathbf{x}) + p_{12}g_{12}(\mathbf{x}) \\ &\quad + \dots + p_{1j}g_{1j}(\mathbf{x}), \\ \dot{x}_2 &= h_2(\mathbf{x}) + p_{21}g_{21}(\mathbf{x}) + p_{22}g_{22}(\mathbf{x}) \\ &\quad + \dots + p_{2k}g_{2k}(\mathbf{x}), \\ &\dots\dots \\ \dot{x}_n &= h_n(\mathbf{x}) + p_{n1}g_{n1}(\mathbf{x}) + p_{n2}g_{n2}(\mathbf{x}) \\ &\quad + \dots + p_{nl}g_{nl}(\mathbf{x}), \end{aligned}$$

则响应系统为

$$\dot{y}_1 = h_1(\mathbf{y}) + q_{11}g_{11}(\mathbf{y}) + q_{12}g_{12}(\mathbf{y})$$

$$\begin{aligned} &+ \dots + q_{1j}g_{1j}(\mathbf{y}) + u, \\ \dot{y}_2 &= h_2(\mathbf{y}) + q_{21}g_{21}(\mathbf{y}) + q_{22}g_{22}(\mathbf{y}) \\ &+ \dots + q_{2k}g_{2k}(\mathbf{y}), \\ &\dots\dots \\ \dot{y}_n &= h_n(\mathbf{y}) + q_{n1}g_{n1}(\mathbf{y}) + q_{n2}g_{n2}(\mathbf{y}) \\ &+ \dots + q_{nl}g_{nl}(\mathbf{y}), \end{aligned}$$

其中 p_{ij} 和 q_{ij} 分别为驱动系统和响应系统的第 i 个方程含有的参数. 此时响应系统的参数更新规则为

$$\begin{aligned} \dot{q}_{11} &= re_1g_{11}(\mathbf{y}), \dot{q}_{12} = re_1g_{12}(\mathbf{y}), \dots, \\ \dot{q}_{1j} &= re_1g_{1j}(\mathbf{y}), \\ \dot{q}_{21} &= re_2g_{21}(\mathbf{y}), \dot{q}_{22} = re_2g_{22}(\mathbf{y}), \dots, \end{aligned}$$

$$\dot{q}_{2k} = re_2 g_{2k}(\mathbf{y}),$$

.....

$$\dot{q}_{n1} = re_n g_{n1}(\mathbf{y}), \dot{q}_{n2} = re_n g_{n2}(\mathbf{y}), \dots,$$

$$\dot{q}_{nt} = re_n g_{nt}(\mathbf{y}).$$

以 Chua's 电路为例,驱动系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -p_1(x_1 - x_2) - 10f(x_1), \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= -p_{31}x_2 - p_{32}x_3, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $f(x_1) = bx_1 + 0.5(a - b)[|x_1 + 1| - |x_1 - 1|]$, 当选择 $p_1 = 10, p_{31} = 14.31, p_{32} = 0.12, a = -1.39, b = -0.75$ 时,系统处于混沌状态. 将系统 (11) 作为驱动系统, 则响应系统为

$$\dot{y}_1 = -q_1(y_1 - y_2) - 10f(y_1) + k(x_1 - y_1),$$

$$\dot{y}_2 = y_1 - y_2 + y_3,$$

$$\dot{y}_3 = -q_{31}y_2 - q_{32}y_3, \quad (12)$$

其中 q_1, q_{31} 和 q_{32} 为需要辨识的未知参数, 分别选取参数更新规则为 $\dot{q}_1 = -r(y_1 - y_2)e_1, \dot{q}_{31} = -ry_2e_3, \dot{q}_{32} = -ry_3e_3, r = 1, k = 20$, 初值分别为 $x_1(0) = -1, x_2(0) = -2, x_3(0) = 0.3, y_1(0) = 0, y_2(0) = 1, y_3(0) = 0$. 响应系统 (12) 的初始参数 $q_1 = q_{31} = q_{32} = 0$. 图 4 显示了系统 (12) 和 (11) 的同步误差 $e_1 = x_1 - y_1, e_2 = x_2 - y_2, e_3 = x_3 - y_3$ 随时间的演化曲线及未知参数 $q_1(t), q_{31}(t), q_{32}(t)$ 的辨识过程.

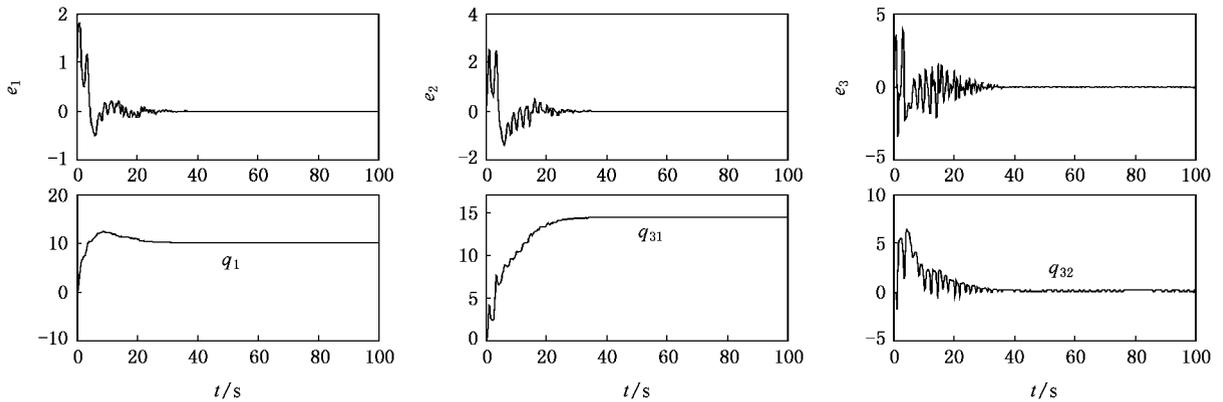


图 4 系统 (12) 与 (11) 的同步误差及参数 q_1, q_{31}, q_{32} 的辨识过程

4. 结 论

本文针对一般的连续混沌系统, 基于 Lyapunov 稳定性理论和线性反馈方法设计了普遍适用的参数自适应控制律, 以实现驱动系统和具有未知参数的

响应系统渐近地达到同步并辨识出响应系统的未知参数. 给出的参数更新规则具有统一的设计方法. 由于许多连续混沌系统, 如 Chua's 电路、Lorenz 系统、Rössler 系统及很多超混沌系统等均可采用线性反馈同步控制实现混沌同步. 因此, 本文提出的自适应参数控制律的设计方法具有较广泛的应用范围.

- [1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
 [2] Pecora L M, Carroll T L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 2374
 [3] Kim K H, Park C W, Kim E, Park M 2005 *Phys. Lett. A* **334** 295
 [4] Liu F C, Wang J, Shi M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2707 (in Chinese) [刘福才、王娟、石森 2002 物理学报 **51** 2707]
 [5] Zhang H, Ma X K, Yang Y, Xu C D 2005 *Chin. Phys.* **14** 86
 [6] Li F, Hu A H, Xu Z Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 507
 [7] Guan X P, Fan Z P, Chen C L, Hua C C 2002 *Chaotic Control and its Application on Secure Communication* (Beijing: National Defence Industry Press) chapt. 9 (in Chinese) [关新平、范正平、陈彩莲、华长春 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用 (北京: 国防

工业出版社) 第九章]

- [8] Wang X Y, Wu X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 605 (in Chinese) [王兴元、武相军 2006 物理学报 **55** 605]
 [9] Lü L, Guo Z A, Li Y, Xia X L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 95 (in Chinese) [吕翎、郭治安、李岩、夏晓岚 2007 物理学报 **56** 95]
 [10] Park J H 2005 *Chaos Solitons & Fractals* **25** 333
 [11] Maybath A, Amritkar R E 2000 *Physical Review E* **61** 6461
 [12] Huang D, Guo R 2004 *Chaos* **14** 152
 [13] Chen S, Lii J 2002 *Physics Letters A* **99** 353

- [14] Liao T 1998 *Chaos Solitons & Fractal* **9** 1555
[15] Li Z , Han C , Shi S 2002 *Physics Letters A* **301** 224

- [16] Chen S , Li J 2002 *Chaos Solitons & Fractals* **14** 643

Parameter identification based on linear feedback control for uncertain chaotic system

Li Nong^{1)†} Li Jian-Fen²⁾ Liu Yu-Ping¹⁾ Ma Jian¹⁾

1) (*The Engineering Institute , Air Force Engineering University , Xi 'an 710038 , China*)

2) (*The Science Institute , Air Force Engineering University , Xi 'an 710051 , China*)

(Received 21 April 2007 ; revised manuscript received 28 June 2007)

Abstract

An adaptive control method is proposed for the synchronization of chaos systems with uncertain parameters. Based on the Lyapunov stability theory , an adaptive control law of parameters is derived to make the states of the drive system and the response system asymptotically synchronized , by which the uncertain parameters of response system are identified. To demonstrate the effectiveness of the proposed scheme , numerical simulations results are given for the Lorenz system and Chua 's circuit .

Keywords : uncertain chaos system , synchronization , parameter identification , Lyapunov function

PACC : 0545

† E-mail : ln2807@163.com , ln2807@sohu.com