

不确定时滞混沌系统的自适应动态神经网络控制*

张 敏[†] 胡寿松

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)
(2007 年 5 月 23 日收到, 2007 年 6 月 11 日收到修改稿)

研究了一类具有不确定时滞的非自治混沌系统的控制问题. 通过结合 Lyapunov-Krasovskii 函数和 Lyapunov 函数设计参数可调的不确定时滞补偿器, 使得反馈控制输入信号不受时延的影响, 同时引入动态结构自适应神经网络, 以消除系统的不确定性. 其隐层神经元的个数可以随着逼近误差的增大而自适应增加, 改善了逼近速度与网络复杂度的关系. 最后, 用 Duffing 混沌系统的控制仿真示例表明该方法的有效性.

关键词: 混沌系统, 自适应控制, 不确定时滞, 动态结构神经网络

PACC: 0545

1. 引 言

混沌现象广泛存在于实际系统中, 且很多时候会破坏系统的动态性能, 因此需要采取一定的控制方法抑制混沌的影响. 混沌系统可视为一种复杂的非线性系统, 对其的研究是当前非线性控制的热点, 且已提出了许多有效的控制方法^[1-6]. 当混沌系统中包含有时滞环节时, 通常采用一种线性时滞反馈控制器^[3, 7], 但这种控制器与系统的时延紧密相关, 如果时延不确定, 这种方法就不适合了. 针对这种不确定时滞非线性系统, 可用 Lyapunov-Krasovskii 函数^[8-11]设计不确定时滞补偿器, 则能较好地解决时滞不确定性给控制律设计带来的困难. 文献 [1] 和文献 [2] 均针对一类不确定时滞非线性系统, 在 Lyapunov 性能函数中引入适当的 Lyapunov-Krasovskii 函数设计了自适应跟踪控制律, 确保跟踪系统最终一致有界稳定. 上述文献中的跟踪控制最终存在一定的误差, 需要的调节时间过长, 也未考虑系统中存在的外扰、建模误差等不确定性因素对跟踪性能的影响. 因此, 本文针对这些不足, 提出一种适用于混沌系统的自适应不确定时滞补偿器, 在解决不确定时滞问题的同时, 可以使得系统闭环渐近稳定.

考虑到混沌系统建模误差等因素造成的模型不确定性, 引入动态结构自适应神经网络作为补偿控

制器^[12], 以进一步确保系统的稳定性. 本文提出的动态结构自适应神经网络是一种改良型的自适应神经网络, 除了可以在线调整网络的权值、中心和宽度^[13], 其隐层神经元的个数也可以随着逼近误差的增大而在线增加, 直至误差稳定在容许范围内, 使得网络的逼近速度和拓扑结构的复杂程度形成较为合理的关系, 避免了一般自适应神经网络因为按照经验设定了不合理的神经元个数, 而造成较大的逼近误差^[13], 从而提高了整个控制系统的动态性能. 本文结合 Lyapunov-Krasovskii 函数和动态结构自适应神经网络的特点, 设计不确定时滞混沌系统的自适应控制器, 解决系统中不确定时滞及建模误差影响控制性能的问题, 确保整个非线性系统闭环渐近稳定, 同时系统的输出能够较好地跟踪上给定信号.

2. 问题描述

考虑如下的一类非自治不确定时滞混沌系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= f(x(t)) + \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ &\quad + g(x(t))u(t) + d(t), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, 状态向量 $x_1, x_2 \in R^n$, $x = [x_1^T, x_2^T]^T$, 输入向量 $u(t) \in R^m$, $d(t)$ 是由建模误差或执行机构故障等引起的未知不确定 n 维函数向量. $f(x(t)), g(x(t))$

* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 60234010)和航空科学基金(批准号: 05E52031)资助的课题.

[†] E-mail: zanne_zm@hotmail.com

分别是维数适当的非线性函数向量和矩阵函数。 $\Delta f_i(x(t - \tau_i))$ 是不确定连续函数向量， τ_i 是不确定的时间延迟^[15]，且 $\tau_i \leq \tau_{\max}$ $i = 1, \dots, r$ 。

假设 1 不确定连续函数向量 $\Delta f_i(x(t - \tau_i))$ 具有如下的描述形式：

$\Delta f_i(x(t - \tau_i)) = \theta_i F_i(x(t - \tau_i)) + \delta_i(x(t - \tau_i))$ ，其中 $F_i(\cdot) \in R^l$ 是已知连续函数向量， θ_i 是维数适当的未知不确定常系数矩阵， $\delta_i(\cdot) \in R^l$ 是连续的不确定函数向量，且满足如下的三角边界条件：

$$\|\delta_i(x(t - \tau_i))\| \leq c_i \phi_i(x(t - \tau_i))$$

其中 c_i 是不确定常数， $\phi_i(\cdot)$ 是已知非负连续函数。

为了便于分析设计，将系统(1)改写为如下形式：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} u(t) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d(t) \end{bmatrix} \\ &= F(x(t)) + G(x(t))u(t) \\ &+ \Delta F(x(t - \tau)) + D(t). \end{aligned} \tag{2}$$

3. 基于不确定时滞补偿器的自适应反馈控制设计

为了解决混沌系统中存在不确定时滞的问题，设计一种时滞补偿器以消除其影响，使得系统稳定，且跟踪上给定的期望状态 x_d 。不考虑系统的不确定性，即 $D(t) = 0$ ，则(2)式可变换为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x(t)) + Bg(x(t))u(t) \\ &+ B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)), \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} \in R^{2n \times n}$ 。给定参考信号 $x_d = [x_{d1}^T \ x_{d2}^T]^T$ ，定义跟踪误差为 $e(t) = x - x_d$ ，可得如下的误差动态方程：

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= F(x(t)) + Bg(x(t))u(t) \\ &+ B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) - \dot{x}_d, \end{aligned} \tag{4}$$

这里，假设输入维数 $m = n$ ，即 $g(x(t))$ 为方阵，且设为可逆的，构造如下的自适应反馈控制律：

$$u = g(x(t))^{-1} [Ke(t) + u_d + B^T \dot{x}_d - f(x(t))], \tag{5}$$

其中 u_d 为不确定时滞补偿器的输入， K 为反馈增益矩阵。将(5)式代入(4)式，可得

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= F(x(t)) + B\Delta f(x(t - \tau)) - \dot{x}_d \\ &+ BKe(t) + Bu_d + BB^T \dot{x}_d - Bf(x(t)) \\ &= [F(x(t)) - \dot{x}_d + BB^T \dot{x}_d - Bf(x(t))] \\ &+ BKe(t) + Bu_d + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ &= \begin{bmatrix} x_2 \\ f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{x}_{1d} \\ \dot{x}_{2d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{x}_{2d} \end{bmatrix} \\ &+ BKe(t) + Bu_d + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ &= \begin{bmatrix} e_2 \\ 0 \end{bmatrix} + BKe(t) + Bu_d + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ &= (A + BK)e(t) + Bu_d \\ &+ B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)), \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}$ 。由(6)式可知，若时滞补偿项 u_d 可以消除不确定时滞的影响，则通过选择合适的增益矩阵 K ，使得系统(6)稳定。

考虑标量函数 $V_e = \frac{1}{2} e^T P e$ ，其导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= \frac{1}{2} e^T \dot{P} e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} \\ &= \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)] e \\ &+ e^T P B u_d + e^T P B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ &\leq \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)] e \\ &+ e^T P B u_d + e^T P B \sum_{i=1}^r \theta_i F_i(x(t - \tau_i)) \\ &+ \|e^T P B\| \sum_{i=1}^r c_i \phi_i(x(t - \tau_i)) \\ &\leq \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)] e \\ &+ e^T P B u_d + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r e^T P B \theta_i \theta_i^T B^T P e \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r F_i^T(x(t - \tau_i)) F_i(x(t - \tau_i)) \\ &+ \frac{1}{2} \|e^T P B\|^2 \sum_{i=1}^r c_i^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \phi_i^2(x(t - \tau_i)). \end{aligned}$$

再考虑如下的 Lyapunov-Krasovskii 函数^[3]：

$$V_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \int_{-\tau_i}^t [F_i^T(x(\tau_i))F_i(x(\tau_i)) + \phi_i^2(x(\tau_i))]d\tau,$$

其导数为

$$\dot{V}_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r [F_i^T(x(t))F_i(x(t)) + \phi_i^2(x(t)) - F_i^T(x(t - \tau_i))F_i(x(t - \tau_i)) - \phi_i^2(x(t - \tau_i))],$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_e + \dot{V}_k \leq & \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)]e + e^T PBu_d \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r e^T PB\theta_i\theta_i^T B^T Pe \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r F_i^T(x(t))F_i(x(t)) \\ & + \frac{1}{2} \|e^T PB\|^2 \sum_{i=1}^r c_i^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \phi_i^2(x(t)). \end{aligned} \quad (7)$$

从(7)式可见,设计如下的不确定多时滞补偿项 u_d , 则控制输入与不确定时滞 τ 无关

$$\begin{aligned} u_d = & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^r [\hat{\Theta}_i^T B^T P e + (e^T PB)^{-1} \|e^T PB\|^2 \hat{\kappa}_i \\ & + (e^T PB)^{-1} F_i^T(x(t))F_i(x(t)) \\ & + (e^T PB)^{-1} \phi_i^2(x(t))], \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\hat{\Theta}_i = \hat{\theta}_i \hat{\theta}_i^T$, $\hat{\kappa}_i = \hat{c}_i^2$ 是时滞项中不确定参数的估计值 $(x^T PB)^{-1}$ 为广义逆. 考虑到 $e = 0$ 的特殊情况, 需要对控制律 u_d 改进, 首先定义如下的函数：

$$\rho(x) = \begin{cases} 1, & \|x\| \neq 0, \\ 0, & \|x\| = 0, \end{cases} \forall x \in R^n.$$

再将(8)式改进为

$$\begin{aligned} u_d = & -\frac{1}{2} \rho(e) \sum_{i=1}^r [\hat{\Theta}_i^T B^T P e + (e^T PB)^{-1} \|e^T PB\|^2 \hat{\kappa}_i \\ & + (e^T PB)^{-1} F_i^T(x(t))F_i(x(t)) \\ & + (e^T PB)^{-1} \phi_i^2(x(t))]. \end{aligned} \quad (9)$$

定理 1 对于系统(3),设计自适应控制器(5), 其中反馈增益矩阵 K 满足不等式

$$(A + BK)^T P + P(A + BK) < 0,$$

并有不确定时滞补偿器(9),其不确定参数估值调节规律如下(γ_{1i} 和 γ_{2i} 为调节因子),

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = \gamma_{1i} B^T P e e^T P B, \quad (10)$$

$$\dot{\hat{\kappa}}_i = \gamma_{2i} \|e^T P B\|^2, \quad (11)$$

则误差系统(6)可以闭环渐近稳定.

证明 考虑如下的 Lyapunov 函数：

$$V = V_e + V_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \gamma_{1i}^{-1} \text{tr}(\tilde{\Theta}_i^T \tilde{\Theta}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \gamma_{2i}^{-1} \hat{\kappa}_i^2,$$

其中 $\tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta$, $\tilde{\kappa} = \hat{\kappa} - \kappa$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_e + \dot{V}_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \gamma_{1i}^{-1} \text{tr}(\tilde{\Theta}_i^T \dot{\tilde{\Theta}}_i) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \gamma_{2i}^{-1} \dot{\tilde{\kappa}}_i. \end{aligned}$$

将(12)(14)(15)和(16)式代入上式,可得

$$\dot{V} \leq \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)]e,$$

显然 $\dot{V} < 0$,即系统闭环渐近稳定. 证毕.

4. 动态结构自适应神经网络的补偿设计

由于系统(3)未考虑系统中的不确定性,因此在已设计好的自适应控制器中需引入神经网络 u_n ,以消除其影响,这里采用一种动态结构自适应 RBF (Dynamic structure adaptive RBF, DRBF)神经网络. 控制系统原理如图 1.

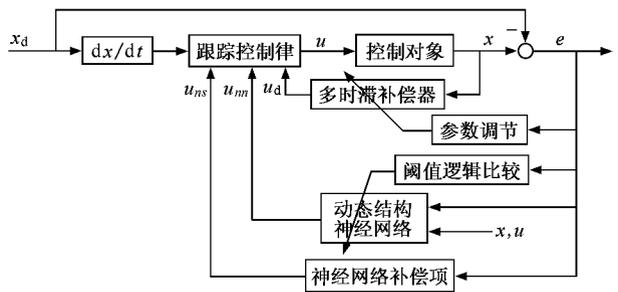


图 1 跟踪控制系统结构图

考虑不确定性后(4)式变换为

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & F(x(t)) + Bg(x(t))u(t) \\ & + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ & + Bd(t) - \dot{x}_d, \end{aligned} \quad (12)$$

则控制律(5)改进为如下形式：

$$u = g(x(t))^{-1} [Ke(t) + u_d + B^T \dot{x}_d - f(x(t)) + u_n], \quad (13)$$

$$u_n = u_{nn} + u_{ns}, \quad (14)$$

其中 u_{nn} 为神经网络的输出, u_{ns} 为补偿项的输出.

将(13)式代入(12)式,则有

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & (A + BK)e(t) + Bu_d \\ & + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ & + Bu_n + Bd(t). \end{aligned} \quad (15)$$

由于神经网络可以在某个紧集合上以任意精度逼近任何连续函数^[16]. 因此可以得到以下的表达式:

$$d(t) = W^{*T}G^*(X, \xi^*, \eta^*) + \epsilon(X), \quad (16)$$

其中 $X = [x_1^T, x_2^T, u^T] \in R^{2n+m}$ 是神经网络的输入向量,且 $X \in A_d, A_d$ 为一紧集合^[17]. W^*, ξ^*, η^* 为网络最优的权重、中心及宽度, $\epsilon(X)$ 为有界逼近误差, $\epsilon_l = \sup_{X_i \in A_d} \|\epsilon(X)\|$. G 为高斯函数向量.

自适应神经网络的输出 u_m 为

$$u_m = -\hat{W}^T \hat{G}(X, \hat{\xi}, \hat{\eta}). \quad (17)$$

神经网络补偿项 u_{ns} 定义为

$$u_{ns} = -\text{sgn}(B^T P e) \hat{\phi}(t). \quad (18)$$

对 $G^*(X, \xi^*, \eta^*)$ 在 $\xi^* = \hat{\xi}, \eta^* = \hat{\eta}$ 处泰勒展开

$$\begin{aligned} G^*(X, \xi^*, \eta^*) &= \hat{G}(X, \hat{\xi}, \hat{\eta}) + \hat{G}'_{\xi}(X, \hat{\xi}, \hat{\eta})(\xi^* - \hat{\xi}) \\ &+ \hat{G}'_{\eta}(\eta^* - \hat{\eta}) + O(X, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}). \end{aligned} \quad (19)$$

将(16)~(18)式代入(15)式,再根据(19)式,整理等式可得

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & (A + BK)e(t) + Bu_d \\ & + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ & + B\tilde{W}^T \hat{G} + B\tilde{W}^T(\hat{G}'_{\xi} \tilde{\xi} + \hat{G}'_{\eta} \tilde{\eta}) \\ & + BE - B\text{sgn}(B^T P e) \hat{\phi}(t), \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $E = \tilde{W}^T(\hat{G}'_{\xi} \tilde{\xi} + \hat{G}'_{\eta} \tilde{\eta}) + W^{*T}O(X, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}) + \epsilon(X)$, $\tilde{W} = W^* - \hat{W}$, $\tilde{\xi} = \xi^* - \hat{\xi}$, $\tilde{\eta} = \eta^* - \hat{\eta}$. 根据RBF神经网络的性质,不难证明 E 是有界的^[17],这里不妨设定 $\|E\| \leq \varphi$.

本文所采用DRBF神经网络与一般自适应RBF神经网络相比较,不仅可以在线调整网络的权值、中心和宽度,还可以在线改变隐层神经元的个数,避免了因按照经验确定网络隐层神经元的个数而造成较大的逼近误差. 在使用DRBF神经网络时,先设定少量的隐层起始神经元,随着系统运行过程中跟踪误差的变化,神经元的个数将动态增长,一旦误差调

节到允许的范围内,则停止增长而保持现有的神经元个数,此时形成较理想的隐层结构. 此外,为了确保自适应神经网络结构的变化不影响整个系统的实时性和动态性能,引入与神经网络参数调节并行运行的阈值逻辑比较环节TLU(threshold logic unit),由图1可见TLU不直接影响闭环反馈控制信号,因此对不影响控制实时性. TLU由运算规则和逻辑比较两部分构成,TLU的输入为当前跟踪误差的采样值,其采样与自适应神经网络的参数调整同步,TLU的输出是一个阈值的逻辑比较信号,该信号可以判断神经网络的隐层神经元是否需要增加.

定义阈值逻辑比较环节TLU的运算规则如下: 运算规则

$$\begin{aligned} \rho &= \alpha \exp(e_{tra} - E_1) + (1 - \alpha) \exp(e_{ms} - E_2), \\ \text{逻辑比较} & \begin{cases} \rho > 1, & L = L + 1, \\ \rho \leq 1, & L = L, \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $e_{tra} = \|x(n) - x_d(n)\|$ 为跟踪误差; $e_{ms} = \sqrt{\sum_{i=n-(M-1)}^n \|e_i\|^2 / M}$, 是一个滑动窗口 M 中的误差累积; $L \geq 1$ 为隐层神经元个数, n 表示当前采样时刻, E_1, E_2 是给定的边界值, $0 < \alpha < 1$ 是影响因子. 增加的隐层神经元的系数初始值设为 $\xi_{L+1} = x(n), \eta_{L+1} = \lambda e_{tra}$, λ 为调节因子.

定理2 对于系统(12),如果存在适当的自适应控制律(13)(14),则整个系统可以闭环渐近稳定,即系统(1)可以跟踪上给定的指令信号. 其中DRBF神经网络的隐层神经元个数增长规律如(21)式所示,权重、中心和宽度的自适应调节规律如下:

$$\dot{\hat{W}} = \sigma_1 \hat{G}^T P B, \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\xi}} = \sigma_2 (e^T P B \hat{W}^T \hat{G}'_{\xi})^T, \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = \sigma_3 (e^T P B \hat{W}^T \hat{G}'_{\eta})^T, \quad (24)$$

$$\dot{\hat{\phi}}_i = \sigma_4 \|e^T P B\|, \quad (25)$$

其中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 是动态神经网络的调节因子,均为正的常数.

证明 选择如下的Lyapunov函数:

$$\begin{aligned} V = & V_e + V_k + \frac{1}{2} \gamma_1^{-1} \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta}) + \frac{1}{2} \gamma_2^{-1} \tilde{\kappa}^2 \\ & + \frac{1}{2\sigma_1} \text{tr}(\tilde{W}^T \tilde{W}) + \frac{1}{2\sigma_2} \tilde{\xi}^T \tilde{\xi} \\ & + \frac{1}{2\sigma_3} \tilde{\eta}^T \tilde{\eta} + \frac{1}{2\sigma_4} \tilde{\phi}^T \tilde{\phi}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $\tilde{\varphi} = \varphi - \hat{\varphi}$ 为补偿项的估计误差. 对(26)式求导

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_e + \dot{V}_k + \frac{1}{2} \gamma_1^{-1} \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}}) \\ & + \frac{1}{2} \gamma_2^{-1} \tilde{\kappa} \dot{\tilde{\kappa}} + \frac{1}{\sigma_1} \text{tr}(\tilde{W}^T \dot{\tilde{W}}) + \frac{1}{\sigma_2} \tilde{\xi}^T \dot{\tilde{\xi}} \\ & + \frac{1}{\sigma_3} \tilde{\eta}^T \dot{\tilde{\eta}} + \frac{1}{\sigma_4} \tilde{\varphi}^T \dot{\tilde{\varphi}}. \end{aligned}$$

因为 $\dot{\tilde{W}} = -\hat{W}$, $\dot{\tilde{\xi}} = \hat{\xi}$, $\dot{\tilde{\eta}} = -\hat{\eta}$, $\dot{\tilde{\varphi}} = -\hat{\varphi}$, 在定理 1 证明的基础上, 将(7)(9)–(11), 及(22)–(25)式代入上式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)] e \\ & + e^T PBE - e^T PB \text{sgn}(B^T Pe) \check{\zeta}(t) \\ & - \tilde{\varphi}^T \|e^T B\|, \end{aligned}$$

显然

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)] e \\ & + \|e^T PB\| \|E\| - \|e^T PB\| \check{\zeta}(t) \\ & - (\varphi - \hat{\varphi})^T \|e^T PB\| \\ \leq & \frac{1}{2} e^T [(A + BK)^T P + P(A + BK)] e. \end{aligned}$$

因为 $(A + BK)^T P + P(A + BK) < 0$, 则有 $\dot{V} < 0$, 即系统(17)闭环渐近稳定. 证毕.

5. 自适应反馈控制律的改进

定理 1 和定理 2 的推导有假设前提, 即输入维数 $m = n$, 但是在许多情况下, 系统的输入维数并不符合这种特定的假设, 因此要对下面的跟踪控制律进行一些改进.

当 $g(x(t))$ 不是方阵或者不是满秩矩阵时, 设计如下改进跟踪控制律:

$$\begin{aligned} u' = & (I_{2n} + g(x(t)))g^T(x(t))^{-1} [Ke(t) \\ & + u_d + B^T \dot{x}_d - f(x(t)) + u_n], \\ u = & g^T(x(t))u' \\ = & g^T(x(t)) \{ I_{2n} + g(x(t))g^T(x(t)) \}^{-1} \\ & \times [Ke(t) + u_d + B^T \dot{x}_d \\ & - f(x(t)) + u_n]. \end{aligned} \tag{27}$$

将(27)式代入(12)式, 可得

$$\dot{e}(t) = F(x(t)) + B(g(x(t))g^T(x(t)) + I_{2n})u'$$

$$\begin{aligned} & + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ & + Bd(t) - \dot{x}_d - Bu' \\ = & (A + BK)e(t) + Bu_d \\ & + B \sum_{i=1}^r \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ & + Bu_n + B(d(t)) - u'. \end{aligned} \tag{28}$$

由上式可知, 若动态结构自适应神经网络的输出 u_n 能够有效的对消不确定项 $d(t) - u'$, 则跟踪误差系统(28)可以渐近稳定, 在这种情况下, 神经网络的输入向量需要调整为 $X = [x, \dot{x}_d, e, u] \in R^{3n+m}$.

定理 3 对于系统(28), 如果存在适当的跟踪控制律(27), 则整个系统可以闭环渐近稳定, 即系统(1)可以跟踪上给定的指令信号. DRBF 神经网络的权重、中心和宽度的自适应调节规律如(22)–(25)式所示, 隐层神经元的个数调节规律如(21)式所示. 证明同定理 2.

6. 仿真示例

考虑如下的具有不确定时滞的 Duffing 混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & x_2, \\ \dot{x}_2 = & -0.16x_1^3(t) - x_1(t) - 0.1x_2(t) \\ & + 37.5\cos(1.29t) + 2.5u(t) \\ & + \sum_{i=1}^2 \Delta f_i(x(t - \tau_i)) + u(t), \end{aligned}$$

其中 $u(t)$ 是不确定函数, 假设为

$$u(t) = 15\cos(1.29t).$$

给定初始条件 $x^T(0) = [0 \ 0]^T$, 预先选定隐层神经元个数 $L = 3$, 给定设计参数 $M = 15$, $E_1 = 0.2$, $E_2 = 0.6$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, $\lambda = 1$, $\sigma = 0.6$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 1$, $\sigma_4 = 0.8$. 分别对如下的两种不确定时滞情况进行仿真验证.

$$\begin{aligned} & 1) \\ & \sum_{i=1}^2 \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ = & 0.25x_1(t - 0.015) + 0.1x_2(t - 0.015) \\ & + \sin(t)x_1(t - 0.015) + 0.3\cos(t)x_2(t - 0.015) \\ & + 0.01x_1^2(t - 0.02) + 3\sin(t)x_1(t - 0.02) \\ & + 0.01x_2(t - 0.02) + 2\sin(t)x_2(t - 0.02); \end{aligned} \tag{29}$$

2)

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^2 \Delta f_i(x(t - \tau_i)) \\ &= 0.5x_1(t - 1) + x_2(t - 1) \\ & \quad + 0.8\cos(t)x_1(t - 1) + \sin(t)x_2(t - 1) \\ & \quad + 2\sin(t)x_1(t - 0.5) + 0.01x_1^2(t - 0.5) \\ & \quad + x_2(t - 0.5) + 4\cos(t)x_2(t - 0.5). \quad (30) \end{aligned}$$

根据假设 1 (29)和(30)式中的不确定时滞函数可以表示为

$$\begin{aligned} F_1(t - \tau) &= [x_1(t - \tau) \quad x_2(t - \tau)]^T, \\ F_2(t - \tau) &= [x_1^2(t - \tau) \quad x_2(t - \tau)]^T, \\ \phi_1(t - \tau) &= \sqrt{x_1^2(t - \tau) + x_2^2(t - \tau)}, \\ \phi_2(t - \tau) &= \sqrt{x_1^2(t - \tau) + x_2^2(t - \tau)}. \end{aligned}$$

第一种情况的仿真结果见图 2,第二种情况的仿真结果见图 3. 图 2(a)和图 3(a)表示系统零输入时的相平面曲线,图 2(b)和图 3(b)表示基于 DRBF 神经网络的自适应控制器作用下的正弦响应曲线,图 2(d)和图 3(d)表示基于 DRBF 神经网络的自适应控制器作用下的阶跃响应曲线,图 2(c)和图 3(c)表示基于一般自适应 RBF 神经网络的不确定时滞自适应控制器作用下的正弦响应曲线,图 2(e)和图 3(e)表示基于一般自适应 RBF 神经网络的自适应控制器作用下的阶跃响应曲线,图中的虚线为给定信号,实线为状态曲线. 从仿真图中可见,系统在基于 DRBF 神经网络的自适应控制器作用下,可以稳定运行,且跟踪性能更好.

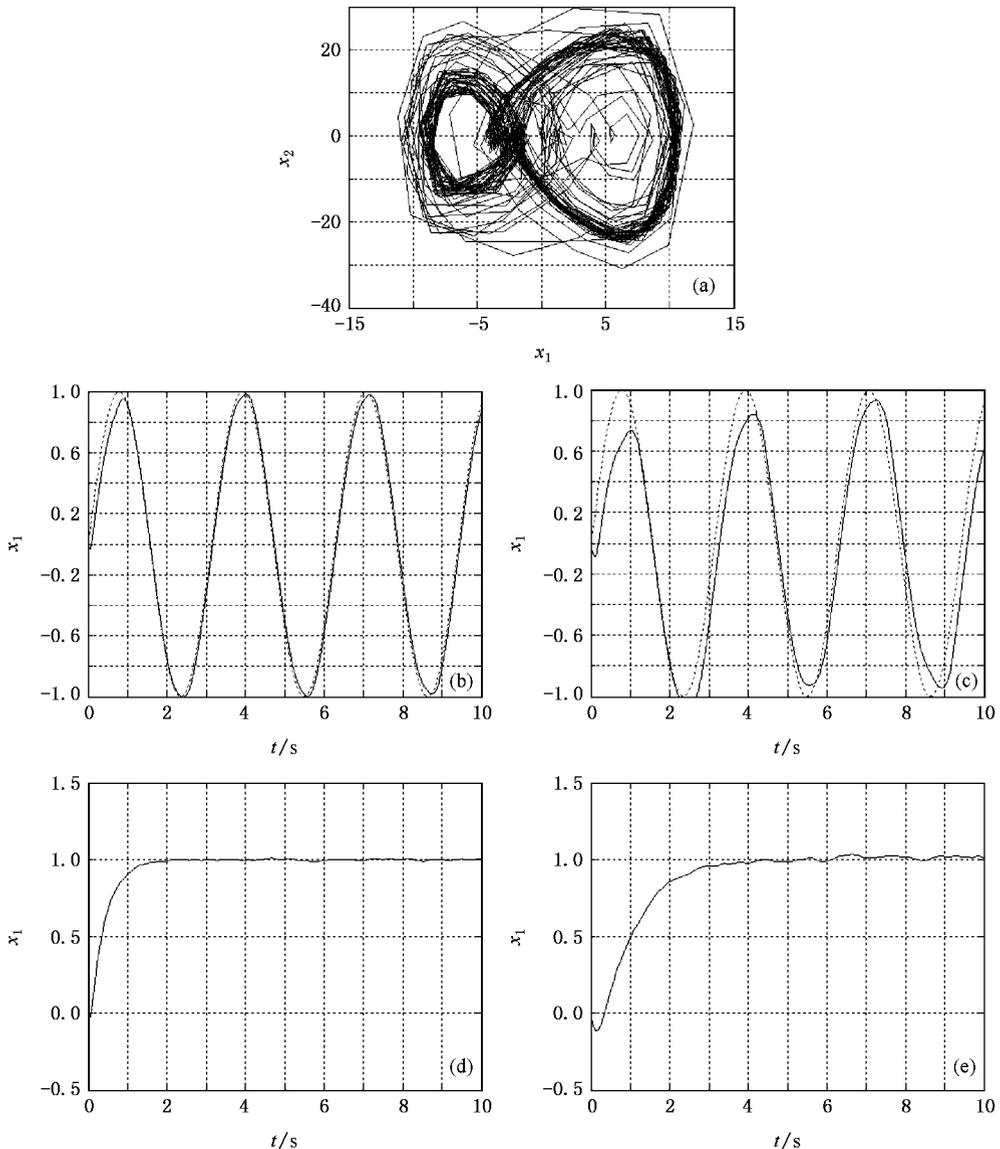


图 2 具有第一种不确定时滞形式的混沌系统状态响应曲线

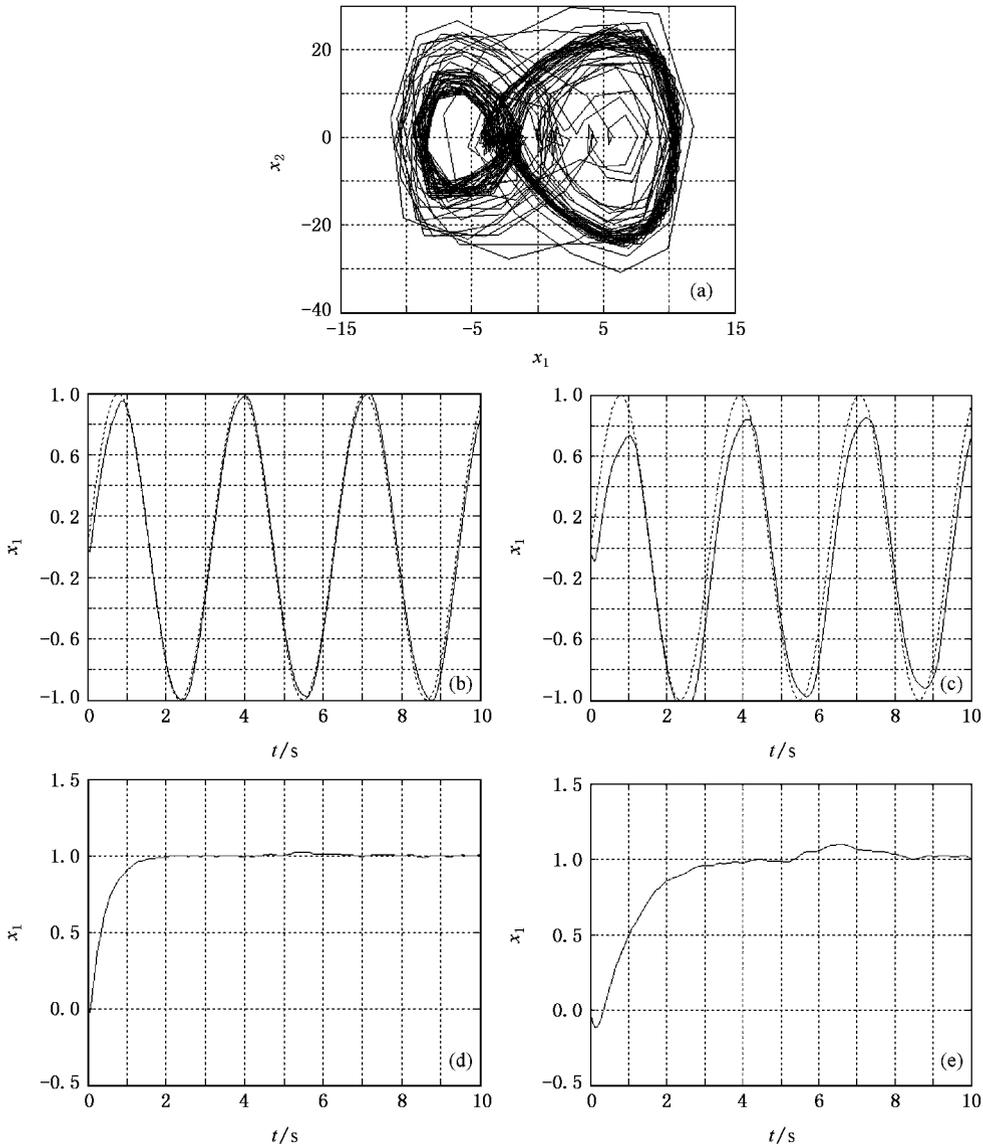


图3 具有第二种不确定时滞形式的混沌系统状态响应曲线

7. 结 论

本文针对一类含有不确定时滞的非自治混沌系统,提出构造参数可调节的时滞补偿器及动态结构

自适应神经网络的控制方法,有效地解决了时滞不确定系统的控制问题.通过仿真验证,可见本文所设计的自适应控制器可使时滞混沌系统的状态稳定,且能较好地跟踪上给定信号.

- [1] Nakajima H 2002 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **12** 1067
- [2] Hua C C, Guan X P, Shi P 2005 *Chaos, Solitons & Fractals* **23** 757
- [3] Park J H, Kwon O M 2005 *Chaos, Solitons & Fractals* **23** 495
- [4] Chen J, Zhang T P, Lü L X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 686 (in Chinese) [陈 晶、张天平、闫立新 2007 物理学报 **56** 686]

- [5] Jiang S M, Tian L X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3322 (in Chinese) [蒋书敏、田立新 2006 物理学报 **55** 3322]
- [6] Tan W, Wang Y N 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4087 (in Chinese) [谭 文、王耀南 2004 物理学报 **53** 4087]
- [7] Sheng Y, Tong W, Chen X 2004 *Automatica* **40** 2091
- [8] Nguang S K 2000 *IEEE Trans. on Automatic Control* **45** 756

- [9] Kharitonov V L , Zhabko A P 2003 *Automatica* **39** 15
neural network **9** 308
- [10] Ge S S , Hong F , Lee T H 2005 *Automatica* **41** 1181
 [15] Lee K R , Kim J H , Jeung E T 2000 *IEEE Trans . on Fuzzy System*
8 657
- [11] Wu H S 2004 *IEEE Trans . on Automatic Control* **49** 2004
 [16] Ge S S , Wang C 2002 *IEEE Trans . Neural Networks* **13** 214
- [12] Rivals I , Personnaz L 2000 *IEEE Trans . on Neural network* **11** 89
 [17] Liu Y , Hu S S 2003 *Control Theory & Application* **20** 497 (in
 Chinese) [刘 亚、胡寿松 2003 控制理论与应用 **20** 497]
- [13] Ham H , Su C Y , Stepanenko Y 2001 *IEEE Trans . on Fuzzy System*
9 315
- [14] Lu Y W , Sundararajan N , Saratchandran P 1998 *IEEE Trans . on*

Adaptive control of uncertain chaotic systems with time delays using dynamic structure neural network^{*}

Zhang Min[†] Hu Shou-Song

(College of Automatic Engineering , Nanjing University of Aeronautics and Astronautics , Nanjing 210016 , China)

(Received 23 May 2007 ; revised manuscript received 11 June 2007)

Abstract

A kind of control methods is surveyed to deal with a class of nonlinear systems with uncertain time delay . By combining the Lyapunov-Krasovskii function and Lyapunov function , the time-delay compensator with adjustable parameters is presented to make the control input independent of the multiple time delays . At the same time , the dynamic structure adaptive neural network is introduced to eliminate the uncertainties in the chaotic system , which approximates the function with better relationship between the calculation rate and structure complexity by increasing hidden units when the tracking error is beyond the allowable bound . The demonstration with a given Duffing chaotic system shows the presented control method is effective .

Keywords : chaotic system , adaptive control , unknown time-delay , dynamic structure neural network

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60234010) and Aviation Science Foundation (Grant No. 05E52031).

[†] E-mail : anne_zm@hotmail.com