

# 基于积分观测器实现一类受扰混沌系统的同步<sup>\*</sup>

李秀春<sup>†</sup> 徐 伟 肖玉柱

(西北工业大学理学院应用数学系, 西安 710072)  
(2007 年 7 月 16 日收到, 2007 年 7 月 27 日收到修改稿)

在系统参数和系统输出同时受扰的情形下, 基于积分观测器的方法, 实现了一类不确定混沌系统的同步. 首先利用 Lyapunov 稳定性理论, 给出了混沌系统同步所需的充分条件, 此条件可以快速地实现驱动系统与响应系统的同步. 然后结合 Schur 补定理, 将此条件转化为求解线性矩阵不等式组. 最后, 借助 Matlab 软件包中的 LMI 工具箱, 通过对受扰 MLC 电路系统的同步数值仿真, 证实了该方法的有效性.

关键词: 混沌同步, 积分观测器, 线性矩阵不等式, MLC 电路

PACC: 0545

## 1. 引 言

自从 Pecora 和 Carroll<sup>[1]</sup>提出一种混沌同步方案以来, 混沌同步问题的研究已成为非线性科学热点课题之一. 混沌同步的目的是在响应端重构出驱动混沌系统的吸引子信息. 目前为止, 人们已经提出了多种实现混沌系统同步的方法, 主要有驱动-响应同步法<sup>[1]</sup>、主动-被动同步法<sup>[2]</sup>、自适应同步法<sup>[3-5]</sup>、脉冲同步法<sup>[6,7]</sup>、滑模控制同步法<sup>[8,9]</sup>、观测器同步法<sup>[10-17]</sup>等.

虽然人们对混沌同步问题做了大量的研究, 但是其中大多数混沌同步方法大都以系统的所有状态变量能得到并可以参加控制为前提的<sup>[3-5,18]</sup>. 但从实际物理过程来看, 一般非线性系统的状态并不都是可以得到的, 因此很自然地引入观测器理论进行混沌系统同步的设计. 状态观测器是一个在物理上可以实现的动力系统, 它在被观测系统输出信号的驱动下, 实现所有状态变量或输出都逼近于被观测系统的状态变量或输出. Yao 等<sup>[13]</sup>在系统状态变量有界的前提下, 设计了一个带有控制器的非线性状态观测器, 给出了一类状态不能全部测量的混沌系统同步方案. Guan 等<sup>[14]</sup>研究了一类受外界扰动的混沌系统, 基于非线性观测器的思想构造了同步观测系统, 最终实现了混沌同步. Bowong 等<sup>[16]</sup>针对一类

不确定混沌系统, 设计了一个自适应观测器, 最终使驱动系统和响应系统鲁棒同步. 但文献<sup>[13-16]</sup>都未考虑系统输出受扰的情形.

当系统输出存在外界干扰时, 如果仍然用传统的观测器设计法, 增益矩阵的出现将扩大外界干扰对系统的影响<sup>[17]</sup>. 基于此, 人们又提出了可以用于非线性系统的积分观测器方法. Jiang 等<sup>[17]</sup>假定混沌系统的参数确定且不变, 基于 Lyapunov 稳定性理论, 通过设计积分观测器使受扰混沌系统达到同步. 但在实际工程应用中, 系统参数不可避免地会受到外界因素的干扰, 从而导致系统参数在一定范围内变化, 这样使得原混沌系统变为不确定的系统. 因此, 研究不确定混沌系统的同步问题更有实际应用价值.

针对上述问题, 本文基于观测器的方法, 在系统参数和系统输出同时受扰的情形下, 实现了一类混沌系统的同步. 利用 Lyapunov 稳定性理论, 提出了一种实现受扰混沌系统同步的方案, 此方法使驱动系统和响应系统指数同步. 最后, 以受扰 MLC 混沌电路为例, 说明该方法的有效性和正确性.

备注 1 本文规定  $n$  维向量  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  的范数为  $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ ; 对于任意的  $n \times n$  矩阵  $M$ , 其范数为  $\|M\| = \sqrt{\max_{1 \leq i \leq n} \lambda_i(M^T M)}$ , 其中  $\lambda_i (1 \leq i \leq n)$  表示特征值.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 10472091 和 10332030)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: lixiuchun@mail.nwpu.edu.cn

## 2. 混沌系统的描述

考虑如下一类混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + f(x) + h(t), \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (1)$$

这里  $A \in R^{n \times n}$ ,  $C \in R^{m \times n}$  ( $A, C$ ) 可观测,  $x \in R^n$  为系统的状态,  $y \in R^m$  为系统的输出,  $h(t)$  为输入变量,  $f(x)$  为混沌系统的非线性项, 满足李普希茨条件

$$\|f(x) - f(\hat{x})\| \leq \varepsilon \|x - \hat{x}\|, \quad (2)$$

其中  $\varepsilon$  为正常数.

由于外界因素引起系统参数和系统输出的扰动, 方程(1)变为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A_1(t))x + f(x) + h(t), \\ y &= Cx + D(t), \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\Delta A_1(t)$  表示有界的参数摄动矩阵,  $D(t)$  为外界扰动, 且满足  $\|D(t)\| \leq d$ .

如果采用传统的观测器设计法, 将系统(3)看作驱动系统, 响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A + \Delta A_2(t))\hat{x} + f(\hat{x}) \\ &+ h(t) + L(y - C\hat{x}), \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\Delta A_2(t)$  为有界的参数摄动矩阵,  $L$  为待定观测器增益矩阵.

设驱动系统(3)和响应系统(4)之间的状态误差为  $e = x - \hat{x}$ , 由(3)式减去(4)式得到误差系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (A - LC)e + f(x) - f(\hat{x}) + \Delta A_1(t)x \\ &- \Delta A_2(t)\hat{x} - LD(t). \end{aligned} \quad (5)$$

同步的目标为寻找合适的增益阵  $L$ , 使  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ . 但从(5)式可以看出, 干扰项  $LD(t)$  的存在无法使误差系统(5)渐近趋于零. 而且, 当选择的增益阵  $L$  较大时, 还扩大了外界扰动  $D(t)$  对系统的影响.

## 3. 观测器的设计

为了克服上述方法的不足, 本文采用了积分观测器来实现系统(3)与(4)的同步. 系统(3)可以重新写为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A_1(t))x + f(x) + h(t), \\ \dot{z} &= Cx + D(t), \end{aligned}$$

$$y = Cx + D(t), \quad (6)$$

其中  $z = \int_0^t y(\xi) d\xi$ , 并令

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \\ \Delta B_1 &= \begin{bmatrix} \Delta A_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

系统(6)变为

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (B + \Delta B_1(t))X + C_1 f(C_1^T X) \\ &+ C_1 h(t) + C_2 D(t), \end{aligned} \quad (7)$$

$$Y_2 = z = C_2^T X.$$

此时向量  $X \in R^{n+m}$  为系统(7)的状态,  $Y_2 \in R^m$  为系统(7)的输出, 矩阵  $B \in R^{(n+m) \times (n+m)}$ ,  $\Delta B_1(t) \in R^{(n+m) \times (n+m)}$ ,  $C_1 \in R^{(n+m) \times n}$  且  $C_2 \in R^{(n+m) \times m}$ . 由  $\Delta A_1(t)$  有界, 因此参数摄动阵  $\Delta B_1(t)$  有界, 不妨设  $\|\Delta B_1(t)\| \leq \varepsilon_1$ .

现将方程(7)看作驱动系统, 响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}} &= (B + \Delta B_2(t))\hat{X} + C_1 f(C_1^T \hat{X}) \\ &+ C_1 h(t) + K(Y_2 - C_2^T \hat{X}) + \alpha, \end{aligned} \quad (8)$$

其中参数摄动矩阵  $\Delta B_2(t) = \begin{bmatrix} \Delta A_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ , 且满足  $\|\Delta B_2(t)\| \leq \varepsilon_2$ , 向量  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n+m}]^T$  为非线性输入,  $K \in R^{n+m}$  为待定增益阵.

由上述可知, 必存在  $\varepsilon_3 > 0$ , 使得  $\|\Delta B_1(t) - \Delta B_2(t)\| \leq \varepsilon_3$ . 进而令  $E = X - \hat{X}$ , 由(7)式减去(8)式得到误差系统为

$$\begin{aligned} \dot{E} &= (B - KC_2^T)E + C_1(f(C_1^T X) - f(C_1^T \hat{X})) \\ &+ \Delta B_1(t)X - \Delta B_2(t)\hat{X} + C_2 D(t) - \alpha \end{aligned} \quad (9)$$

备注2 选取  $Y_2 = z = \int_0^t y(\xi) d\xi$  作为系统(7)

的输出变量, 由(9)式可知, 误差系统的干扰项  $C_2 D(t)$  与待定增益阵  $K$  无关, 这样我们可以根据实际需要选择合适的增益阵  $K$  而使误差系统(9)渐近趋于零.

备注3 引入非线性项  $\alpha$  的目的是为了消除外界干扰对系统参数和系统输出的影响.

定理1 对于误差系统(9)式, 如果存在增益阵  $K$ , 非线性输入  $\alpha$  满足

$$\begin{aligned} P(B - KC_2^T) + (B - KC_2^T)^T P + \delta_2^{-1} \varepsilon_2^2 I \\ + \delta_4^{-1} \varepsilon^2 C_1 C_1^T + (\delta_1 + \delta_2) P^2 \\ + \delta_4 P C_1 C_1^T P + \delta_3 P C_2 C_2^T P + 2\gamma P < 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\alpha = \left( \frac{\delta_3^{-1} d^2 + \delta_1^{-1} \epsilon_3^2 \| Y_2 \|^2 / \| C_2 \|^2}{2 \| E \|^2} \right) P^{-1} E, \quad (11)$$

其中  $P$  为正定对称阵,  $I$  为单位矩阵,  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  和  $\gamma$  为给定的正常数, 则对任意的初始条件都有  $\lim_{t \rightarrow \infty} \| E(t) \| = 0$ , 即系统 (7) 与 (8) 达到同步.

证明 令 Lyapunov 函数为

$$V = E^T P E, \quad (12)$$

对  $V$  关于时间  $t$  求导数得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{E}^T P E + E^T \dot{P} E \\ &= ((B - KC_2^T)E + C_1(\mathcal{J} C_1^T X) - \mathcal{J} C_1^T \hat{X}) \\ &\quad + \Delta B_1(t)X - \Delta B_2(t)\hat{X} + C_2 D(t) - \alpha) P E \\ &\quad + E^T P (B - KC_2^T)E + C_1(\mathcal{J} C_1^T X) \\ &\quad - \mathcal{J} C_1^T \hat{X}) + \Delta B_1(t)X - \Delta B_2(t)\hat{X} + C_2 D(t) - \alpha) \\ &= E^T (P(B - KC_2^T) + (B - KC_2^T)^T P) E \\ &\quad + 2E^T P C_1(\mathcal{J} C_1^T X) - \mathcal{J} C_1^T \hat{X}) + 2E^T P C_2 D(t) \\ &\quad + 2E^T P (\Delta B_1(t)X - \Delta B_2(t)\hat{X}) - 2E^T P \alpha, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} &2E^T P (\Delta B_1(t)X - \Delta B_2(t)\hat{X}) \\ &= 2E^T P (\Delta B_1(t) - \Delta B_2(t))X + 2E^T P \Delta B_2(t)E. \end{aligned}$$

对于给定的正常数  $\delta_1$ , 由文献 [19] 的引理 1, 可得

$$\begin{aligned} &2E^T P (\Delta B_1(t) - \Delta B_2(t))X \\ &\leq \delta_1 E^T P^2 E + \delta_1^{-1} \epsilon_3^2 X^T X \\ &\leq \delta_1 E^T P^2 E + \delta_1^{-1} \epsilon_3^2 \| X \|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

由 (7) 式得

$$\hat{\alpha} = \begin{cases} \alpha, & \| E \| \geq r, \\ \left( \frac{\delta_3^{-1} d^2 + \delta_1^{-1} \epsilon_3^2 \| Y_2 \|^2 / \| C_2 \|^2}{2r^2} \right) P^{-1} E, & \| E \| < r, \end{cases}$$

其中  $r$  为给定的正常数. 可以证明当  $t \rightarrow \infty$  有  $\| E \| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} \gamma$ , 其中  $\lambda_{\max}$  和  $\lambda_{\min}$  分别为正定对称阵  $P$  的最大特征值与最小特征值 (见文献 [19]).

定理 2 对于给定的正常数  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  和  $\gamma$ , 若存在矩阵  $W$  和正定对称阵  $P$  满足如下的线性矩阵不等式 (LMI):

$$\begin{bmatrix} PB + B^T P - WC_2^T - C_2 W^T + 2\gamma P + \delta_2^{-1} \epsilon_2^2 I + \delta_4^{-1} \epsilon^2 C_1 C_1^T & PC_1 & PC_2 & (\delta_1 + \delta_2)^2 P \\ & C_1^T P & 0 & 0 \\ & C_2^T P & 0 & 0 \\ & (\delta_1 + \delta_2)^2 P & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0.$$

这时取增益阵  $K = P^{-1} W$  以及非线性输入

$$\hat{\alpha} = \begin{cases} \alpha, & \| E \| \geq r, \\ \left( \frac{\delta_3^{-1} d^2 + \delta_1^{-1} \epsilon_3^2 \| Y_2 \|^2 / \| C_2 \|^2}{2r^2} \right) P^{-1} E, & \| E \| < r, \end{cases}$$

$$Y_2 Y_2^T = z z^T = C_2^T X X^T C_2,$$

故有

$$\| X \|^2 = \| Y_2 \|^2 / \| C_2 \|^2 = \| z \|^2 / \| C_2 \|^2.$$

这样 (13) 式变为

$$\begin{aligned} &2E^T P (\Delta B_1(t) - \Delta B_2(t))X \\ &\leq \delta_1 E^T P^2 E + \delta_1^{-1} \epsilon_3^2 \| Y_2 \|^2 / \| C_2 \|^2. \end{aligned} \quad (14)$$

另外, 对于给定的正常数  $\delta_2, \delta_3$  和  $\delta_4$ , 有下面不等式:

$$2E^T P \Delta B_2(t)E \leq \delta_2 E^T P^2 E + \delta_2^{-1} \epsilon_2^2 E^T E \quad (15)$$

$$2E^T P C_2 D(t) \leq \delta_3 E^T P C_2 C_2^T P E + \delta_3^{-1} d^2 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &2E^T P C_1 (\mathcal{J} C_1^T X) - \mathcal{J} C_1^T \hat{X}) \\ &\leq \delta_4 E^T P C_1 C_1^T P E + \delta_4^{-1} \epsilon^2 E^T C_1 C_1^T E. \end{aligned} \quad (17)$$

因此, 由 (10)–(17) 式可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq E^T (P(B - KC_2^T) + (B - KC_2^T)^T P + \delta_2^{-1} \epsilon_2^2 I \\ &\quad + \delta_4^{-1} \epsilon^2 C_1 C_1^T + (\delta_1 + \delta_2) P^2 \\ &\quad + \delta_4 P C_1 C_1^T P + \delta_3 P C_2 C_2^T P) E \\ &\leq -2\gamma E^T P E = -2\gamma V < 0. \end{aligned} \quad (18)$$

由 (12) 和 (18) 式有  $V$  正定,  $\dot{V}$  负定. 所以由 Lyapunov 稳定性理论可知, 误差系统在零点渐近稳定且指数收敛于零点. 所以当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $X \rightarrow \hat{X}$ .

备注 4 从 (11) 式可以看出, 当  $\lim_{t \rightarrow \infty} \| E \| = 0$  时 则有  $\lim_{t \rightarrow \infty} \| \alpha \| = \infty$ , 因此我们设定状态误差  $\| E \|^2$  的下界 (见文献 [19]), 这样非线性输入的表达式变为

其中  $r$  为给定的正常数, 则对任意的初始条件都有  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|E(t)\| = 0$ .

证明 由文献 [17] 中 Schur 补定理可得.

### 4. 仿真示例

为了验证上述方法的正确性和有效性, 我们以 MLC 混沌电路<sup>[17, 19]</sup>为例, 进行数值仿真. 对于如下的 MLC 电路系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + f(x) + h(t), \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (19)$$

式中

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta & -\sigma \end{bmatrix}, \\ f(x) &= \begin{bmatrix} -f(x_1) \\ 0 \end{bmatrix}, \\ h(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ F \sin(\omega t) \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \end{aligned}$$

这里

$$f(x_1) = bx_1 + 0.5(a - b)(|x_1 + 1| - |x_1 - 1|).$$

选取参数  $\sigma = 1.015, \beta = 1.0, F = 0.15, \omega = 0.75, a = -1.02, b = -0.55$ , 此时 MLC 电路处于混沌状态(见图 1).

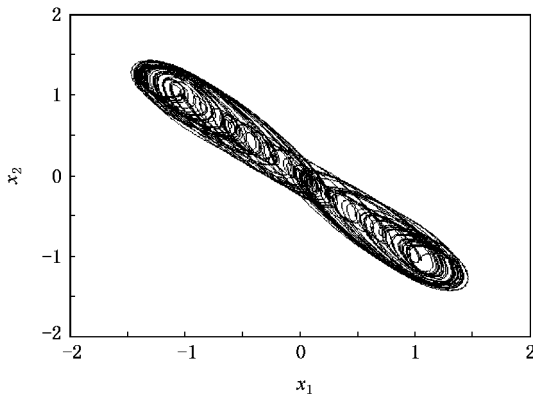


图 1 MLC 系统的混沌吸引子

由于外界因素的干扰, 系统(19)变为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A_1(t))x + f(x) + h(t), \\ y &= Cx + D(t), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{其中 } \Delta A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Delta\beta_1 & \Delta\sigma_1 \end{bmatrix}, \Delta\beta_1 = 0.09 \cos(2t), \Delta\sigma_1 =$$

$$0.10 \sin(t), D(t) = 0.2 \cos(5t).$$

由(7)式, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (B + \Delta B_1(t))X + C_1 f(C_1^T X) + C_1 h(t) \\ &\quad + C_2 D(t), \end{aligned}$$

$$Y_2 = z = C_2^T X,$$

(21)

$$\text{式中 } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\beta & -\sigma & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta B_1 =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \Delta\beta_1 & \Delta\sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \text{此时, 将系}$$

统(21)看作驱动系统, 响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}} &= (B + \Delta B_2(t))\hat{X} + C_1 f(C_1^T \hat{X}) \\ &\quad + C_1 h(t) + K(Y_2 - C_2^T \hat{X}) + \alpha, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\Delta B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \Delta\beta_2 & \Delta\sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix},$$

$$\Delta\beta_2 = 0.075 \sin(2t), \Delta\sigma_2 = 0.09 \cos(t).$$

由(21)和(22)式并借鉴文献 [17], 得到误差系统

$$\begin{aligned} \dot{E} &= (\tilde{B} - KC_2^T)E + C_1(\tilde{f}(C_1^T X) - \tilde{f}(C_1^T \hat{X})) \\ &\quad + \Delta B_1(t)X - \Delta B_2(t)\hat{X} + C_2 D(t) - \alpha \end{aligned} \quad (23)$$

式中

$$\tilde{B} = B + \begin{bmatrix} -(a+b)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -(a+b)/2 & 1 & 0 \\ -\beta & -\sigma & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1(\tilde{f}(C_1^T X) - \tilde{f}(C_1^T \hat{X})) = \begin{bmatrix} -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} E,$$

其中  $(a - b)/2 \leq k \leq -(a - b)/2$ .

现取  $\delta_1 = 0.21, \delta_2 = 0.09, \delta_3 = 0.10, \delta_4 = 0.15$  和  $\gamma = 0.5$  并由(20)–(23)式可得

$$\epsilon_1 = \|\Delta B_1(t)\| \leq \sqrt{0.09^2 + 0.10^2} = 0.1640,$$

$$\epsilon_2 = \|\Delta B_2(t)\| \leq \sqrt{0.075^2 + 0.09^2} = 0.1172,$$

$$\epsilon_3 = \|\Delta B_1(t) - \Delta B_2(t)\|$$

$$\leq \sqrt{(0.09 + 0.075) + (0.10 + 0.09)^2}$$

$$= 0.2516,$$

$$d = \|D(t)\| = 0.20.$$

利用 Matlab 软件包中的 LMI 工具箱得到正定矩阵  $P$  和增益  $K$  :

$$P = \begin{bmatrix} 0.6191 & -0.0597 & -2.3531 \\ -0.0597 & 0.7304 & 0.2490 \\ -2.3531 & 0.2490 & 15.7594 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 44.1865 \\ -1.5928 \\ 13.2868 \end{bmatrix}.$$

此时,我们取驱动系统初值为  $x_1(0) = 1.0$ ,  $x_2(0) = 0.6$  响应系统初值为  $\hat{x}_1(0) = -0.8$ ,  $\hat{x}_2(0) = 1.2$  从而误差系统的初值为  $e_1(0) = 1.8$ ,  $e_2(0) = -0.6$ . 针对不同的  $r$ , 图 2、图 3 和图 4 分别给出了状态变量误差  $e_1, e_2$  及其范数  $\|e\|$  随时间  $t$  的演化曲线, 其中  $\|e\| = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$ . 从图 2 和图 3 可以看出, 当给定的正数  $r$  较大(1.0 或 0.5)时, 状态变量误差还不能完全渐进稳定于零点. 而当给定的  $r$  较小(0.001)时, 由图 4 可以看到, 状态变量误差很快地趋于零. 这表明驱动系统和响应系统从不同的初值出发, 两个系统的状态变量快速趋于一致并保持在同一状态. 由此可见, 在外界扰动的影下, MLC 混沌系统仍能保持良好的同步性能.

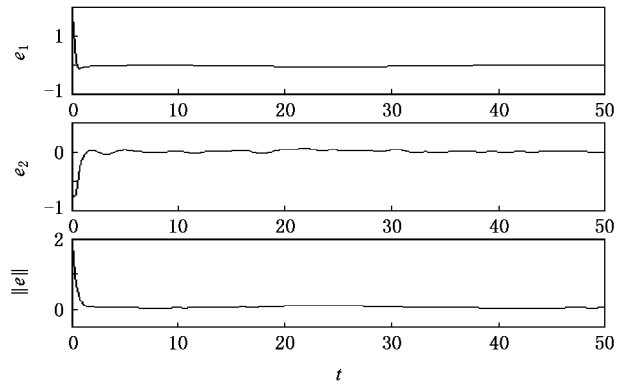


图 3  $e_1, e_2$  和  $\|e\|$  随时间的演化曲线( $r = 0.5$ )

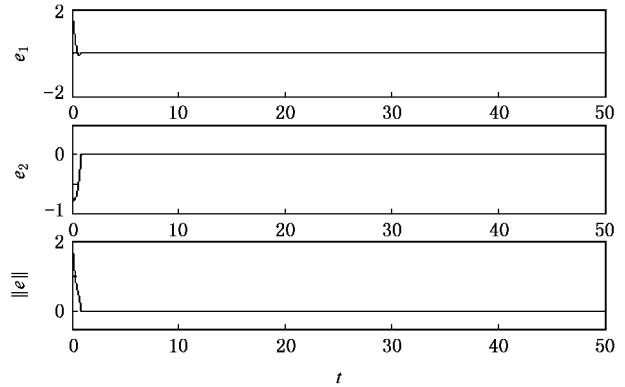


图 4  $e_1, e_2$  和  $\|e\|$  随时间的演化曲线( $r = 0.001$ )

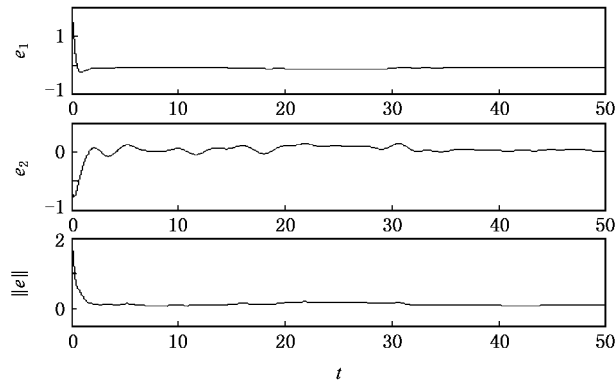


图 2  $e_1, e_2$  和  $\|e\|$  随时间的演化曲线( $r = 1.0$ )

## 5. 结 论

由于外界干扰因素的存在, 致使系统参数和系统输出都会有所变化. 基于此, 本文借助于积分观测器的方法和 Lyapunov 稳定性理论, 研究了一类混沌系统的同步. 给出了实现混沌系统同步所需的充分条件, 此条件可以使驱动系统和响应系统以较快的速度达到同步. 最后, 利用 Matlab 软件包中的 LMI 工具箱, 通过对受扰 MLC 电路系统的同步数值仿真, 进一步证实了该方法的有效性.

[ 1 ] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821  
 [ 2 ] Kocarev L, Parlitz U 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 5208

[ 3 ] Wang X Y, Wu X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 605 ( in Chinese )  
 [ 王兴元、武相军 2006 物理学报 **55** 605 ]

- [ 4 ] Cai G L , Huang J J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3997 ( in Chinese )  
[ 蔡国梁、黄娟娟 2006 物理学报 **55** 3997 ]
- [ 5 ] Chen X Y , Lu J F 2007 *Phys. Lett. A* **364** 123
- [ 6 ] Cheng J F , Zhang R Y , Peng J H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1589  
( in Chinese ) [ 陈菊芳、张入元、彭建华 2003 物理学报 **52** 1589 ]
- [ 7 ] Li Y , Liao X F , Li C D , Huang T W , Yang D G 2007 *Phys. Lett. A* **366** 52
- [ 8 ] Yang T , Shao H H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 742 ( in Chinese ) [ 杨涛、邵惠鹤 2002 物理学报 **51** 742 ]
- [ 9 ] Wang X Y , Liu M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2584 ( in Chinese )  
[ 王兴元、刘 明 2005 物理学报 **54** 2584 ]
- [ 10 ] Feng Y , Yu X H , Sun L X 2007 *Chaos , Solitons and Fractals* **35** 755
- [ 11 ] Liaw Y M , Tung P C 1997 *Phys. Rev. E* **56** 5265
- [ 12 ] Hua C C , Guan X P 2005 *Phys. Lett. A* **334** 382
- [ 13 ] Yao L N , Gao J F , Liao N H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 35 ( in Chinese ) [ 姚利娜、高金峰、廖旋焕 2006 物理学报 **55** 35 ]
- [ 14 ] Guan X P , He Y H , Fan Z P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 276 ( in Chinese ) [ 关新平、何宴辉、范正平 2003 物理学报 **52** 276 ]
- [ 15 ] Chen J , Zhang T P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3928 ( in Chinese )  
[ 陈 晶、张天平 2006 物理学报 **55** 3928 ]
- [ 16 ] Bowong S , Moukam Kakmeni F M , Fotsin H 2006 *Phys. Lett. A* **355** 193
- [ 17 ] Jiang G P , Zheng W X , Tang W K S , Chen G R 2005 *IEEE Int. Sym. Circuits Syst.* **6** 6038
- [ 18 ] Li S , Xu W , Li R H , Li Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5681 ( in Chinese ) [ 李 爽、徐 伟、李瑞红、李玉鹏 2006 物理学报 **55** 5681 ]
- [ 19 ] Chen F X , Zhang W D 2006 *Nonlinear Analysis* doi :10.1016/j.na.2006.10.020

## Robust synchronization of a class of chaotic systems based on integral observer method<sup>\*</sup>

Li Xiu-Chun<sup>†</sup> Xu Wei Xiao Yu-Zhu

( Department of Applied Mathematics , Northwestern Polytechnical University , Xi 'an 710072 , China )

( Received 16 July 2007 ; revised manuscript received 27 July 2007 )

### Abstract

Using the integral-observer approach , chaos synchronization is achieved for a class of chaotic systems when both the parameters and the output of the system are perturbed. Based on Lyapunov stability theory and LMI technique , we give the sufficient criterion , which can make the drive system and the response system globally exponentially synchronized. In the end , we take MLC chaotic system as an example to verify the effectiveness of the proposed method.

**Keywords :** chaos synchronization , integral observer , linear matrix inequality , MLC system

**PACC :** 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10472091 and 10332030 ).

<sup>†</sup> E-mail : lixiuchun@mail.nwpu.edu.cn