

节点含时滞的不确定复杂网络的自适应同步研究^{*}

罗 群[†] 吴 薇 李丽香 杨义先 彭海朋

(北京邮电大学信息处理与智能技术重点实验室, 数字内容研究中心, 北京 100876)

(2007 年 6 月 14 日收到 2007 年 7 月 9 日收到修改稿)

研究了节点带有时滞, 网络结构已知或者完全未知时的不确定动态网络模型的同步问题. 基于李雅普诺夫稳定性理论, 并按照参数的已知和未知情况分别设计了复杂网络同步控制器和复杂网络同步自适应控制器, 给出了网络同步的充分条件, 保证了动态网络渐进同步于任意指定的网络中的单独节点的状态. 最后, 数值结果表明了方法的有效性.

关键词: 自适应同步, 不确定复杂网络, Lyapunov 稳定理论

PACC: 0560, 0565, 0590

1. 引 言

近来, 动力系统的复杂网络同步问题吸引了许多非线性动力学专家的注意, 并且取得了许多重要进展. Watts 在小世界网络中对相振子的同步进行了研究^[1]; Gade 和 Hu 对具有小世界相互作用的耦合映像格子同步进行了研究^[2]; 此外, Guardiola 等人研究了脉冲耦合振子系统的同步规律, 尤其是拓扑结构的不规则性和网络同步之间的相互影响^[3]; Jalan 和 Amritkar 研究了无标度网络上耦合映像振子的同步现象^[4]; Atay 等人研究了节点间的耦合存在延迟对各种网络同步的影响^[5], 发现时间延迟有助于网络的同步; Moreno 和 Pacheco 采用 Kuramoto 模型研究了无标度网络上振子之间的耦合, 实现全局相同步的条件以及系统的动力学特征^[6]; 目前, 我国学者对于复杂网络的研究也作了大量工作, Wang 和 Chen 对混沌振子的小世界网络及无标度网络同步也进行了详细研究^[7]; Li 和 Chen 研究了小世界网络上耦合项带有延迟的情况下网络的同步规律^[8]; Jiang 和 Wang 等研究了确定性小世界网络的超混沌同步问题^[9]. 除了上面介绍的复杂网络的同步研究外, 还有大量的关于复杂网络同步规律方面的工作^[10-15]. 所有这些工作极大地推动了复杂网络同步研究的进程. 在已有的大部分研究成果中, 已知的网络模型和

耦合方式是一个重要前提. 然而有些时候, 网络结构只是部分已知或者完全未知. 当网络结构只是部分已知或者完全未知时, 现有的很多同步方案都受到了限制, 而无法应用.

在工程中, 许多动力系统可由状态变量随时间演化的微分方程来描述. 这其中, 相当一部分动力系统的状态变量之间存在时间滞后现象, 即系统的演化趋势不仅依赖于系统当前的状态, 也依赖于系统过去某一时刻的状态. 近年来, 在电路、光学、神经网络、生物环境与医学、物理学、机械等领域, 时滞动力系统已成为重要的研究对象^[16-18]. 由于时滞动力系统的解空间是无限维的, 其理论分析往往很困难^[19-21]. 因而, 开展对节点带有时滞的复杂动力网络的同步研究很有意义.

本文首先介绍了节点带有时滞的不确定动态网络模型, 然后基于李雅普诺夫稳定性定理, 并按照参数的已知和未知情况分别设计了复杂网络同步控制器和复杂网络自适应同步控制器, 给出了同步的充分条件, 保证了动态网络渐进同步于网络单独节点的状态. 最后, 数值结果表明了本文方法的有效性.

2. 节点含时延的不确定动态网络模型

考虑一个由 N 个相同节点带有不确定非线性耦合组成的动态网络, 其形式如下:

^{*} 国家重点基础研究发展计划(973)项目(批准号: 2007CB310704)国家自然科学基金(批准号: 60673098)、国家自然科学基金委员会与香港研究资助局联合科研基金(批准号: 60731160626)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20070013005)资助的课题.

[†] E-mail: luoqun@bupt.edu.cn

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_1(x_i, t) + f_2(x_i(t - \tau), t) \\ &+ g_i(x_1, x_2, \dots, x_N) + v_i, t \geq 0, \\ &i = 1, 2, \dots, nN, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in R^n$ 代表第 i 个节点的状态向量, $f_k: R^n \times R^+ \rightarrow R^n, k = 1, 2$ 是平滑的非线性矢量函数, $g_i: R^m \rightarrow R^n$ 平滑的未知非线性耦合函数, 其中 $m = nN, \tau \geq 0$ 为时延, $v_i \in R^n$ 是控制输入. (1) 式中的节点动力学方程适用于很多带时滞的物理系统, 比如时滞 Logistic 系统^[16], M-G 系统^[17], 一阶分段线性滞后系统^[18] 等等.

当网络达到同步时, 也就是当 $t \rightarrow \infty$ 时状态为 $x_1 = x_2 = \dots = x_N$, 耦合控制项将消失, 即 $g_i(x_1, x_2, \dots, x_N) + v_i = 0$. 这就保证了任意一个单个节点的解 $x_i(t)$ 也是同步耦合网络的解.

令 $s(t, \tau)$ 为网络中单独节点的一个解, 假设其存在且唯一, 满足

$$\dot{s}(t, \tau) = f_1(s(t), t) + f_2(s(t - \tau), t), \quad (2)$$

其中 $s(t, \tau)$ 是一个平衡点, 一个不规则周期轨道或者一个混沌轨道. 这里控制的目标是找到一些平滑的控制器 $v_i \in R^n$ 使得系统 (1) 的解渐进同步于 (2) 式, 也就是说

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - s(t, \tau)\| = 0, i = 1, 2, \dots, nN. \quad (3)$$

将 (1) 与 (2) 两式相减, 可以得到误差动态系统

$$\dot{e}_i = \tilde{f}_1(x_i, s) + \tilde{f}_2(x_i(t - \tau), s) + \tilde{g}_i(x, s) + v_i, \quad (4)$$

其中 $\tilde{g}_i(x, s) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_N) - g_i(s, s, \dots, s)$,

$$\tilde{f}_1(x_i, s) = f_1(x_i, t) - f_1(s, t),$$

$$\tilde{f}_2(x_i(t - \tau), s) = f_2(x_i(t - \tau), t) - f_2(s, t),$$

于同步状态 $s(t, \tau)$ 处线性化系统 (4) 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= A(t)e_i + B(t)e_i(t - \tau) + \tilde{g}_i(x, s) + v_i, \\ &i = 1, 2, \dots, nN, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $A(t) = Df_1(s, t), B(t) = Df_2(s, t)$ 是 $f_k, k = 1, 2$ 的雅各比矩阵, 并且 $e_i = x_i - s(t, \tau)$.

为了研究的需要, 给出如下一些假设条件和引理.

假设 1 存在非负常数 α, β 和 $\gamma_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, nN$, 有

$$\begin{aligned} \|A(t)\| &\leq \alpha, \\ \|B(t)\| &\leq \beta, \\ \|\tilde{g}_i(x, s)\| &\leq \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_j\|. \end{aligned} \quad (6)$$

本文分别考虑假设 1 中的参数 $\gamma_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, nN$

为已知和未知两种情况.

引理 1 对于任意 $x, y \in R^n, \epsilon > 0$, 有 $2x^T y \leq \epsilon x^T x + \frac{1}{\epsilon} y^T y$.

3. 同步理论分析

动态网络模型的耦合方式已知, 即参数 γ_{ij} 已知时, 有如下结论.

定理 1 令假设 1 成立, 并且参数 $\gamma_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, nN$ 已知. 如果以下两个条件成立:

1) 控制器形式为

$$v_i = K(t)e_i, i = 1, 2, \dots, nN, \quad (7)$$

其中 $K(t)$ 为控制增益矩阵, 如果存在连续可微的对称矩阵 $P(t)$, 并且有正常数 η, ρ, δ 使得

$$\eta I \leq P(t) \leq \frac{\rho}{2} I, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (A(t) + K(t))^T P(t) + P(t)(A(t) + K(t)) \\ + P(t)B(t)B^T(t)P(t) + \dot{P}(t) \leq -\delta I, \delta \geq 1. \end{aligned} \quad (9)$$

2) 存在对角矩阵 $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N)$, 使得 $DS + S^T D$ 为正, 其中 S 是一个 $N \times N$ 阶矩阵, 其元素定义如下:

$$s_{ij} = \begin{cases} 1 - \delta - \rho\gamma_{ij}, & i = j, \\ -\rho\gamma_{ij}, & i \neq j, \end{cases}$$

那么, $e = 0$ 是误差动态系统 (4) 的一个渐进稳定平衡点.

证明 考虑如下李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} V(e, t) &= \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) e_i \\ &+ \sum_{i=1}^N \int_{t-\tau}^t e_i^T(s) e_i(s) ds, \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $e = (e_1^T, e_2^T, \dots, e_N^T)^T$. 把 $V(e, t, \tau)$ 关于时间求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, t) &= \sum_{i=1}^N (e_i^T A^T(t) P(t) e_i \\ &+ e_i^T(t - \tau) B^T(t) P(t) e_i \\ &+ \tilde{g}_i^T(x, s) P(t) e_i + v_i^T P(t) e_i \\ &+ e_i^T P(t) A(t) e_i + e_i^T P(t) B(t) e_i^T(t - \tau) \\ &+ e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s) + e_i^T P(t) v_i + e_i^T \dot{P}(t) e_i) \\ &+ \sum_{i=1}^N (e_i^T e_i - e_i^T(t - \tau) e_i(t - \tau)). \end{aligned} \quad (11)$$

根据引理 1, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, t) \leq & \sum_{i=1}^N (e_i^T A^T(t) P(t) e_i + e_i^T(t - \tau) e_i(t - \tau)) \\ & + e_i^T P(t) B(t) B^T(t) P(t) e_i \\ & + 2e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s) + v_i^T P(t) e_i \\ & + e_i^T P(t) A(t) e_i + e_i^T P(t) v_i + e_i^T \dot{P}(t) e_i \\ & + \sum_{i=1}^N (e_i^T e_i - e_i^T(t - \tau) e_i(t - \tau)) \\ = & \sum_{i=1}^N e_i^T (A(t) P(t) + P(t) B(t) B^T(t) P(t) \\ & + P(t) A(t) + \dot{P}(t)) e_i \\ & + 2 \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) \tilde{g}_i(s, x) + \sum_{i=1}^N e_i^T e_i \\ & + \sum_{i=1}^N (v_i^T P(t) e_i + e_i^T P(t) v_i). \end{aligned} \quad (12)$$

将(7)和(9)式代入(12)式得

$$\dot{V}(e, t) \leq (1 - \delta) \sum_{i=1}^N e_i^T e_i + 2 \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s). \quad (13)$$

根据假设 1, 有

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s) \\ \leq & 2 \sum_{i=1}^N \|e_i^T P(t)\| \left[\sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_j\| \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

再根据(8)式可以推导出

$$\begin{aligned} & 2 \|e_i^T P(t)\| \left[\sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_j\| \right] \\ \leq & \sum_{j=1}^N \rho \gamma_{ij} \|e_i\| \|e_j\|, \end{aligned} \quad (15)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, t) \leq & \sum_{i=1}^N \left[(1 - \delta) \|e_i\|^2 \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^N \rho \gamma_{ij} \|e_i\| \|e_j\| \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

类似于文献[22]中给出推导, 可以将(16)式的右侧重写成

$$\dot{V}(e, t) \leq -\frac{1}{2} \phi^T (DS + S^T D) \phi, \quad (17)$$

其中 $\phi = (\|e_1\|, \|e_2\|, \dots, \|e_N\|)^T$. 因为 $DS + S^T D > 0$, 从而得出 $e = 0$ 是系统(5)的一个渐进稳定平衡点. 同时可以推出 $e = 0$ 也是系统(4)的一个渐进稳定平衡点. 证毕.

在真实的网络世界中, 网络结构往往是未知的. 上面的同步方案受到了限制而无法应用. 因此本文

进一步考虑假设 1 中的参数 $\gamma_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, N$ 为未知的情况. 有如下结论.

定理 2 令假设条件成立, 若存在对称连续可微矩阵函数 $P(t)$, 同时有正常数 η, ρ, δ 使得

$$\eta I \leq P(t) \leq \rho I, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & (A(t) + K(t))^T P(t) + P(t) (A(t) + K(t)) \\ & + P(t) B(t) B^T(t) P(t) + \dot{P}(t) \leq -\delta I, \delta \geq 1, \end{aligned} \quad (19)$$

并且自适应控制器 $v_i, i = 1, 2, \dots, N$ 和参数估计器 $\hat{\gamma}_i, i = 1, 2, \dots, N$ 按如下设置:

$$v_i = K(t) e_i + \varphi_i, \quad (20)$$

$$\varphi_i = -\frac{c_1 \hat{\gamma}_i P(t) e_i}{2}, \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\gamma}}_i = c_1 \|P(t) e_i\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$$\delta - 1 - \frac{N}{c_1} > 0, \quad (22)$$

其中 $\hat{\gamma}_i, i = 1, 2, \dots, N$ 是未知参数 $\gamma_i = \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}^2$ 的估计, 并且有 $\hat{\gamma}_i(0) > 0$. 则系统(4)将渐进稳定于 $e_i(t) = 0$.

证明 考虑如下李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} & V(e, \tilde{\gamma}, t, \tau) \\ = & \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) e_i + \sum_{i=1}^N \int_{t-\tau}^t e_i^T(s) e_i(s) ds \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \tilde{\gamma}_i^2, \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $e = (e_1^T, e_2^T, \dots, e_N^T)^T, \tilde{\gamma}_i = \gamma_i - \hat{\gamma}_i, i = 1, 2, \dots, N, \tilde{\gamma} = (\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \dots, \tilde{\gamma}_N)^T$.

把 $V(e, \tilde{\gamma}, t, \tau)$ 关于时间求导可得

$$\begin{aligned} & \dot{V}(e, \tilde{\gamma}, t, \tau) \\ = & \sum_{i=1}^N (e_i^T A^T(t) P(t) e_i \\ & + e_i^T(t - \tau) B^T(t) P(t) e_i \\ & + \tilde{g}_i^T(x, s) P(t) e_i + v_i^T P(t) e_i \\ & + e_i^T P(t) A(t) e_i + e_i^T P(t) B(t) e_i^T(t - \tau) \\ & + e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s) + e_i^T P(t) v_i + e_i^T \dot{P}(t) e_i) \\ & + \sum_{i=1}^N (e_i^T e_i - e_i^T(t - \tau) e_i(t - \tau)) \\ & + \sum_{i=1}^N \tilde{\gamma}_i (-\dot{\hat{\gamma}}_i). \end{aligned} \quad (24)$$

易知

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{\gamma}, t, \tau) \leq & \sum_{i=1}^N e_i^T (A^T(t) P(t) \\ & + P(t) B(t) B^T(t) P(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ P(t)A(t) + \dot{P}(t))e_i + \sum_{i=1}^N e_i^T e_i \\
 &+ 2 \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s) \\
 &+ \sum_{i=1}^N (v_i^T P(t) e_i + e_i^T P(t) v_i) \\
 &+ \sum_{i=1}^N \tilde{\gamma}_i(-\dot{\hat{\gamma}}_i). \tag{25}
 \end{aligned}$$

将(20)式代入,得

$$\begin{aligned}
 &\dot{V}(e, \tilde{\gamma}, t, \tau) \\
 &\leq (1 - \delta) \sum_{i=1}^N e_i^T e_i + 2 \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s) + \varphi_i \\
 &+ \sum_{i=1}^N \tilde{\gamma}_i(-\dot{\hat{\gamma}}_i). \tag{26}
 \end{aligned}$$

根据假设,有

$$\begin{aligned}
 &2 \sum_{i=1}^N e_i^T P(t) \tilde{g}_i(x, s) \\
 &\leq 2 \sum_{i=1}^N \|e_i^T P(t)\| \left[\sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_j\| \right]. \tag{27}
 \end{aligned}$$

利用引理 1,有

$$\begin{aligned}
 &2 \|e_i^T P(t)\| \left[\sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_j\| \right] \\
 &\leq \sum_{j=1}^N c_1 \gamma_{ij}^2 \|e_i^T P(t)\|^2 + \sum_{j=1}^N \frac{\|e_j\|^2}{c_1} \\
 &= c_1 \gamma_i \|e_i^T P(t)\|^2 + \frac{1}{c_1} \sum_{j=1}^N \|e_j\|^2, \tag{28}
 \end{aligned}$$

其中 $\gamma_i = \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}^2$. 则有

$$\begin{aligned}
 &\dot{V}(e, \tilde{\gamma}, t, \tau) \leq - \left(\delta - 1 - \frac{N}{c_1} \right) \sum_{i=1}^N e_i^T e_i \\
 &+ \sum_{i=1}^N \tilde{\gamma}_i (c_1 \|e_i^T P(t)\|^2 - \dot{\hat{\gamma}}_i), \tag{29}
 \end{aligned}$$

可得

$$\dot{V}(e, \tilde{\gamma}, t, \tau) \leq - \left(\delta - 1 - \frac{N}{c_1} \right) \sum_{i=1}^N e_i^T e_i. \tag{30}$$

根据自适应控制理论,可得 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_i(t) \rightarrow 0$, $i = 1, 2, \dots, N$. 也就是说系统(4)在 $e_i(t) = 0$ 处渐近稳定. 证毕.

4. 数值仿真

考虑耦合函数为 $g_i(x) = \sum_{j=1}^N c_{ij} x_j$ 的形式,显然它满足前面的假设条件,其中 c_{ij} 为未知常数,节点

动力学方程为 $\dot{x} = -\lambda x + r x(t - \tau) (1 - x(t - \tau))$, $\tau = 0.5$,该系统为著名的时滞 Logistic 系统,系统有两个平衡点 $s_0 = 0, s_1 = 1 - \lambda/r$,当 $\lambda = 26, r = 104$ 时系统处于混沌态^[16].

网络结构为如图 1 所示的环状网络,其中 $N = 100$. 为了仿真,设各节点间连接强度为 0.1.

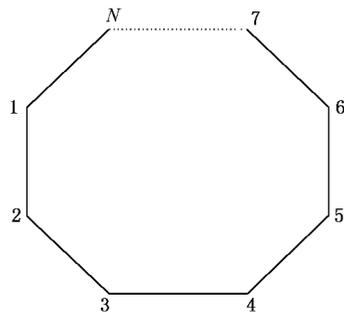


图 1 环状网络结构图

则网络的状态方程为

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -26x_1 + 104x_1(t - \tau) (1 - x_1(t - \tau)) \\
 &+ 0.1x_2 + 0.1x_{100}, \\
 \dot{x}_2 &= -26x_2 + 104x_2(t - \tau) (1 - x_2(t - \tau)) \\
 &+ 0.1x_1 + 0.1x_3,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{100} &= -26x_{100} + 104x_{100}(t - \tau) (1 - x_{100}(t - \tau)) \\
 &+ 0.1x_1 + 0.1x_{99}.
 \end{aligned}$$

选取系统的 $s_1 = 1 - \lambda/r = 1 - 26/104 = 0.75$ 为同步目标,令 $P = 0.1, \delta = 2$,根据定理 2,则 $K(t) \leq -119.2, 1 - 100/c_1 > 0$,显然选取控制器系数 $K(t) = -120$ 和参数估计器系数 $c_1 = 102$ 满足同步条件,此时系统的同步误差曲线如图 2 所示(由于曲线误差彼此很接近,所以很多曲线都叠在了一起).图 2

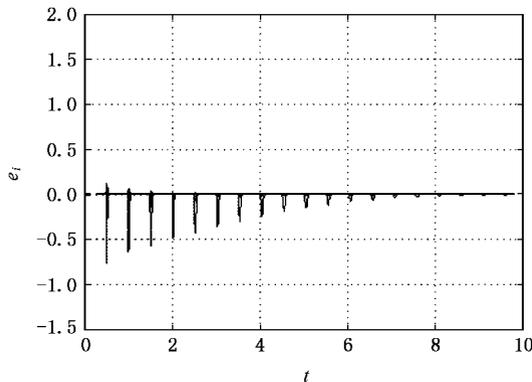


图 2 $K(t) = -120$ 时系统的同步误差曲线

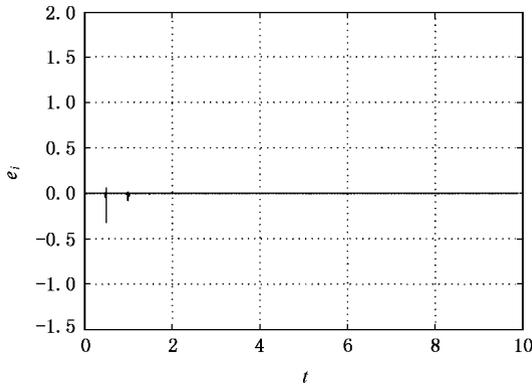


图3 $K(t) = -300$ 时系统的同步误差曲线

可以看出,由于系统时滞的影响,同步误差曲线中存

在着多个逐步衰减的脉冲,这种脉冲现象在非滞后系统同步的仿真中往往是很难观测到.同时仿真发现 $K(t)$ 越小,同步的收敛速度越快,时滞造成的脉冲影响越小,图3给出了 $K(t) = -300$ 时的同步误差曲线.很明显图3的同步速度要比图2快.

5. 结 论

本文研究了节点动力学含滞后、网络结构未知时复杂网络的同步问题,基于李雅普诺夫稳定性理论,给出了网络同步的充分条件,并提供了简易的同步控制器设计方法.仿真结果证明了所得结论的正确性.

- [1] Watts D J 1999 *Small Worlds* (Princeton : Princeton University Press)
- [2] Gade P M , Hu C K 2000 *Phys. Rev. E* **62** 6409
- [3] Guardiola X , Diaz G A , Llas M 2000 *Phys. Rev. E* **62** 5565
- [4] Jalan S , Amritkar R E 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 014101
- [5] Atay F M , Jost J , Wende A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 144101
- [6] Moreno Y , Pacheco A F 2004 *Europhys. Lett.* **68** 603
- [7] Wang X F , Chen G 2000 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **10** 187
- [8] Li C , Chen G 2004 *Physica A* **343** 236
- [9] Jiang P Q , Wang B H , Bu S L , Xia Q H , Luo X S 2004 *Inter. J. of Modern Physics B* **18** 2674
- [10] Huang L , Kwangho P , Lai Y C 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 164101
- [11] Liu B , Liu X , Chen G , Wang H Y 2005 *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **52** 1431
- [12] Li X 2006 *Physica A* **360** 629
- [13] Lv J H , Yu X H , Chen G 2004 *Physica A* **334** 281
- [14] Wang X F , Chen G , 2002 *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **49** 54
- [15] Li Z , Chen G 2006 *Physica Letter A* **324** 166
- [16] Guan X P , Chen C L , Peng H P , Fan Z P 2003 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **13** 193
- [17] Mackey M , Glass L 1977 *Science* **197** 287
- [18] Lu H , He Z 1996 *IEEE Trans. Circuit Syst.* **43** 700
- [19] Li L X , Peng H P , Guan B Z , Xu J M 2001 *Chinese Physics* **10** 708
- [20] Li L X , Peng H P , Lu H B , Guan X P 2001 *Chinese Physics* **10** 796
- [21] Gao Y , Li L X , Peng H P , Yang Y X , Zhang X H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 154 (in Chinese) 高 洋、李丽香、彭海朋、杨义先、张小红 2008 *物理学报* **57** 154]
- [22] Khalil H K 2002 *Nonlinear Systems* (New Jersey :Prentice-Hall)



Adaptive synchronization research on the uncertain complex networks with time-delay^{*}

Luo Qun Wu Wei Li Li-Xiang Yang Yi-Xian Peng Hai-Peng

(*Digital Content Research Center , Key Laboratory of Information Processing and Intelligent Technology ,
Beijing University of Posts and Telecommunications , Beijing 100876 , China*)

(Received 14 June 2007 ; revised manuscript received 9 July 2007)

Abstract

The synchronization problem of uncertain dynamical network model with time-delay nodes has been researched , where the network structure is known or totally unknown. Based on Lyapunov stability theorem , the synchronization controller of complex networks and the adaptive controller of synchronization of complex networks are designed respectively under the circumstances of known parameters and unknown parameters. The sufficient condition of network synchronization is given to guarantee that the dynamical network asymptotically synchronizes at the individual node state in arbitrary specified network. Finally , numerical simulations are provided to verify the effectiveness of the developed methods.

Keywords : adaptive synchronization , uncertain complex network , Lyapunov stability theorem

PACC : 0560 , 0565 , 0590

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China(973 Program)(Grant No. 2007CB310704)the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 60673098) , the National Natural Science Foundation of China(NSFC) and the Research Grants Council of Hong Kong(RGC) Joint Research Scheme (Grant No. 60731160626) , Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (SRFDP)(Grant No. 20070013005).