

# 混沌时滞神经网络系统的反同步\*

楼旭阳 崔宝同†

(江南大学通信与控制工程学院, 无锡 214122)

(2007 年 6 月 15 日收到, 2007 年 8 月 28 日收到修改稿)

利用状态观测器方法研究了一类带时滞的混沌神经网络系统的反同步问题, 与应用于其他混沌系统的反同步方法相比, 提出的方法更为简便, 并且利用极点配置技术, 只要通过调整特征值来实现反同步速率的快慢, 最后给出了数值例子和计算机仿真结果来验证该方案的有效性.

关键词: 混沌神经网络, 状态观测器, 极点配置技术, 反同步

PACC: 0545

## 1. 引言

在过去的几十年, 很多领域的学者都对人工神经网络的动态性运动产生了极大兴趣<sup>[1-9]</sup>, 比如稳定性、周期性、输出收敛性等. 另一方面, 如果适当地选择网络的参数和滞后时间, Hopfield 神经网络、细胞神经网络和双联想记忆神经网络可能表现出一些复杂的动态性, 甚至混沌特性<sup>[10-14]</sup>. 由于这类具有混沌特性的神经元组成的混沌神经网络有着复杂的动力学特性, 并广泛应用于动态联想记忆<sup>[15,16]</sup>、系统优化<sup>[17]</sup>、信息处理<sup>[18]</sup>等领域, 因而对混沌神经网络动态性的研究具有重要意义. 另外, 研究混沌神经网络的动力学特性, 还有助于揭示大脑的记忆思维规律.

1990 年, Pecora 和 Carroll<sup>[19]</sup>利用驱动-响应概念提出了混沌系统的同步性. 这一观点利用驱动系统的输出来控制响应系统, 这样它们以同步的方式振荡. 作为混沌系统的一个特例, 混沌神经网络的同步性在保密通信等领域具有广阔的应用前景. 许多学者在近十几年获得了许多关于混沌神经网络的同步性研究的建设性成果, 并提出了许多有效的方法, 如耦合矩阵反馈<sup>[20-22]</sup>、自适应法<sup>[23-26]</sup>、脉冲控制<sup>[27]</sup>、分散反馈控制<sup>[28]</sup>和延迟反馈控制<sup>[29]</sup>. 最近, Chen 等<sup>[30]</sup>基于 Lyapunov 泛函和 Hermitian 矩阵理论提出

了耦合时滞神经网络的同步性判据; Cheng 等<sup>[31]</sup>把这种方法应用到一类变时滞神经网络系统中进行了研究; 文献<sup>[32]</sup>研究了一类竞争神经网络的混沌指数同步问题. 然而, 以上的研究大多集中于两个完全相同的混沌神经网络系统之间的自同步问题. 近年来, 一些学者拓宽了同步的概念, 提出并实现了完全同步<sup>[33]</sup>、广义同步<sup>[34]</sup>、相同步<sup>[35-37]</sup>、延迟同步<sup>[38]</sup>、射影同步<sup>[39,40]</sup>、反同步<sup>[41-43]</sup>等方法. 反同步指的是达到同步的两个混沌系统的状态向量的绝对值相同但符号相反, 这是一个非常值得关注的现象<sup>[41,42]</sup>.

1665 年, 人们首先观察到两个单摆时钟之间的反同步现象. 随后, 一些学者在研究自同步实验过程中也观测到反同步现象, 例如盐水振荡器自同步实验<sup>[44]</sup>、生物系统产生非混沌信号实验<sup>[45]</sup>等. 另外, 有研究表明, 反同步能在对称的超混沌系统的子混沌系统中发生<sup>[46]</sup>. 尽管反同步现象已经如此普遍, 但关于反同步的研究目前还很少见. 例如, 王兴元和武相军<sup>[43]</sup>利用状态观测器方法设计出一种反同步方法, 研究了一类非线性混沌系统的反同步问题. 然而, 耦合的混沌系统能否出现反同步现象还是一个期待研究的内容. 为此, 本文初步探讨了耦合的混沌神经网络系统之间反同步问题, 这类系统涵盖了文献<sup>[43]</sup>所研究的模型, 并且基于状态观测器方法和极点配置技术, 设计了混沌时滞神经网络系统的反同步方法, 使得耦合的混沌神经网络系统达到反同

\*国家自然科学基金(批准号:60674026)、教育部科学技术研究计划重点项目(批准号:107058)和江苏省自然科学基金(批准号: BK2007016)资助的课题.

† E-mail: btctui@vip.sohu.com

步 并给出应用实例和计算机仿真来验证该设计方 案的有效性.

### 2. 系统描述

考虑如下非线性变时滞神经网络系统 :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & -\gamma_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij}f_j(x_j(t)) \\ & + \sum_{j=1}^n b_{ij}f_j(x_j(t - \tau_j(t))) \end{aligned} \quad (1)$$

(  $i = 1, 2, \dots, n$  ).

这里  $x_i$  表示状态变量 ;  $f_j(\cdot)$  是激励函数 , 描述了神经元之间互相做出响应的方式 . 若  $f_j(x) = \tanh(x)$  , 则为 Hopfield 神经网络 , 若  $f_j(x) = 0.5(|x + 1| - |x - 1|)$  , 则为细胞神经网络 ;  $\gamma_i(\cdot)$  是可微且严格单调递增函数 ;  $a_{ij}, b_{ij}$  表示神经元之间相互联接的权 ;  $\tau_j(t)$  为变时滞 , 满足  $0 \leq \tau_j(t) \leq \tau_j, j = 1, 2, \dots, n$  .

系统 (1) 的向量形式为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -\gamma(x(t)) + A f(x(t)) \\ & + B f(x(t - \tau(t))), \end{aligned} \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} x(t) = & (x_1(t), \dots, x_n(t))^T, \\ \gamma(x(t)) = & (\gamma_1(x(t)), \dots, \gamma_n(x(t)))^T, \\ f(x(t)) = & (f_1(x(t)), \dots, f_n(x(t)))^T, \\ f(x(t - \tau(t))) = & (f_1(x(t - \tau_1(t))), \\ & \dots, f_n(x(t - \tau_n(t))))^T, \\ A = & (a_{ij})_{n \times n}, \\ B = & (b_{ij})_{n \times n}. \end{aligned}$$

为了便于下面利用极点配置技术进行反同步设计 , 我们作如下假设 (  $H_1$  ) 函数  $\gamma_i(\cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  是可微且严格单调递增的 ,  $i = 1, 2, \dots, n$  , 即  $c_i = \inf_{x \in \mathbb{R}} \{\gamma'_i(x)\} > \alpha (i = 1, 2, \dots, n)$  , 其中  $\gamma'_i(x)$  表示  $\gamma_i(x)$  的导数 .

### 3. 两种状态观测器设计方法

#### 3.1. 含时滞联接权反同步设计

设系统 (2) 的无时滞输出和带时滞输出分别为  $s_1(x(t))$  和  $r_1(x(t))$  , 即

$$\begin{aligned} s_1(x(t)) = & f(x(t)) + Kx(t), \\ r_1(x(t)) = & f(x(t - \tau(t))) + Kx(t), \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为反馈增益矩阵 .

定义状态观测器如下 :

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & -\chi(y(t)) + A f(y(t)) \\ & + B f(y(t - \tau(t))) \\ & - A(s_2(x(t)) + s_2(y(t))) \\ & - B(r_2(x(t)) + r_2(y(t))). \end{aligned} \quad (4)$$

如果对任意初始条件  $x(\zeta)$  和  $y(\zeta), \zeta \in [-\tau, 0]$  , 方程

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) + y(t)\| = 0 \quad (5)$$

成立 , 则表明系统 (2) 和系统 (4) 实现了反同步 . 定义系统 (2) 和系统 (4) 之间的同步误差为

$$e(t) = x(t) + y(t),$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -\alpha(e(t)) - AK e(t) - BK e(t) \\ \leq & (-C - (A + B)K)e(t). \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} \alpha(e(t)) = & \chi(x(t)) + \chi(y(t)), \\ C = & \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n). \end{aligned}$$

可以看到 , 误差系统 (6) 是线性且时变的 , 因而为了使系统 (2) 和系统 (4) 之间达到反同步 , 需要调整  $K$  来镇定误差系统 (6) . 根据经典控制理论易知 , 存在一个常数增益矩阵  $K$  , 满足当  $(-C, A + B)$  为可观测时  $(-C - (A + B)K)$  是稳定的 . 在这种情形下 , 系统 (4) 是系统 (2) 的全局观测器 . 这表明 , 当  $t \rightarrow \infty$  时 , 即使系统 (2) 和系统 (4) 的初始状态在不同的吸引域内 , 状态向量  $x(t)$  都能任意逼近  $-y(t)$  . 为了实现这一目的 , 必须选择反馈增益矩阵  $K$  使得  $(-C - (A + B)K)$  的特征值都是负值 . 通常可以用极点配置技术确定  $K$  来满足任何给定特征值要求 . 值得注意的是 , 在极点配置时涉及到时滞联接权矩阵  $B$  , 所以此方法有一定的保守性 .

#### 3.2. 不含时滞联接权反同步设计

对于系统 (2) , 定义状态观测器

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & -\chi(y(t)) + A f(y(t)) \\ & + B f(y(t - \tau(t))) \\ & - A(s_2(x(t)) + s_2(y(t))) \\ & - B(r_2(x(t)) + r_2(y(t))), \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} s_2(x(t)) = & f(x(t)) + Kx(t), \\ r_2(x(t)) = & f(x(t - \tau(t))). \end{aligned} \quad (8)$$

从而 , 系统 (2) 和系统 (7) 的误差系统变为

$$\dot{e}(t) = -\alpha(e(t)) - AK e(t)$$

$$\leq (-C - AK)\alpha(t), \quad (9)$$

式中

$$\alpha(\alpha(t)) = \chi(x(t)) + \chi(y(t)).$$

同理,存在一个常数增益矩阵  $K$ , 满足当  $(-C, A)$  为可观测时  $(-C - AK)$  是稳定的. 因此, 在这种情形下, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 即使系统 (2) 和系统 (7) 的初始状态在不同的吸引域内, 状态向量  $x(t)$  都能任意逼近  $-y(t)$ . 反馈增益矩阵  $K$  同样可以利用极点配置技术来确定.

### 4. 应用实例

#### 4.1. Hopfield 神经网络的反同步

考虑下列时滞 Hopfield 神经网络:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -Cx(t) + Af(x(t)) \\ & + Bf(x(t - \tau)). \end{aligned} \quad (10)$$

在文献 [11] 中提出的混沌时滞神经网络模型基础上, 选取

$$\begin{aligned} f_1(x) = f_2(x) = & \tanh(x), \\ \tau = & 1, \\ C = & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ A = & \begin{bmatrix} 2.1 & -0.12 \\ -5.1 & 3.2 \end{bmatrix}, \\ B = & \begin{bmatrix} -1.6 & -0.1 \\ -0.2 & -2.4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

由于  $\chi(x(t)) = Cx(t), c_i = \inf_{x \in \mathbb{R}} \{\gamma'_i(x)\} = 1 > \alpha (i = 1, 2)$ , 所以假设条件  $(H_1)$  成立. 当系统初始条件为  $x_1(s) = -1, x_2(s) = 1.5, s \in [-1, 0]$  时,

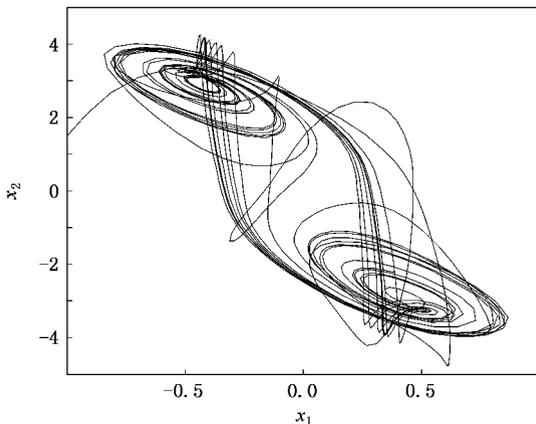


图 1 系统 (10) 的相轨迹曲线

图 1 所示为系统 (10) 混沌吸引子的相轨迹曲线, 图 2 显示了频率  $f$  和功率  $P$  之间关系曲线. 利用 Jacobi 方法计算 Lyapunov 指数得到  $\lambda_1 = 0.3037, \lambda_2 = -0.3608$ . 从而由系统 (10) 的相轨迹图、功率谱以及 Lyapunov 指数可知, 该系统为混沌系统.

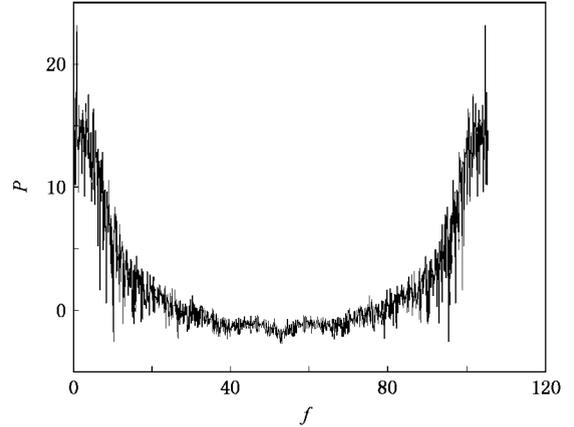


图 2 系统 (10) 的功率谱

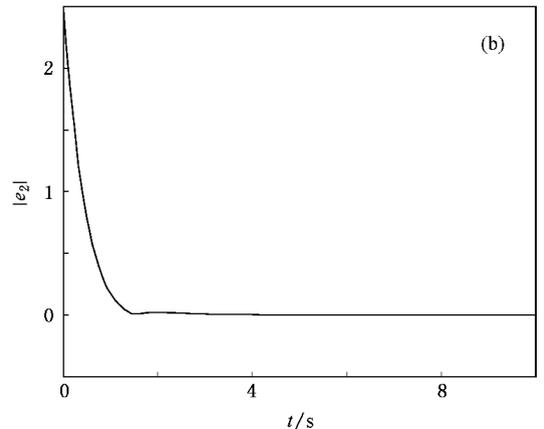
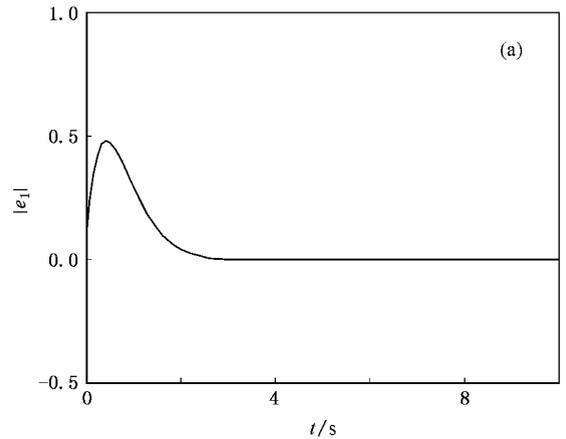


图 3 系统 (10) 和系统 (11) 的反同步误差曲线 (a)  $|e_1|$  (b)  $|e_2|$

接着 利用含时滞联接权反同步设计方法 选择输出

$$s_1(x(t)) = f(x(t)) + Kx(t),$$

$$r_1(x(t)) = f(x(t - \tau)) + Kx(t),$$

则状态观测器(4)式为

$$\dot{y}(t) = -Cy(t) + A(f(y(t)) + B(f(y(t - \tau)) - A(f(x(t)) + Kx(t)) + f(y(t)) + Ky(t)) - B(f(x(t - \tau)) + Kx(t)) + f(y(t - \tau)) + Ky(t)). \quad (11)$$

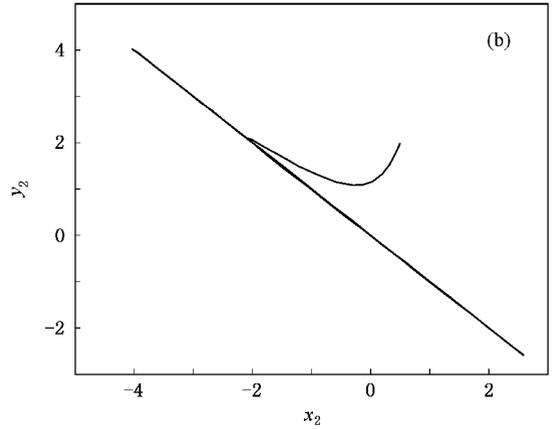
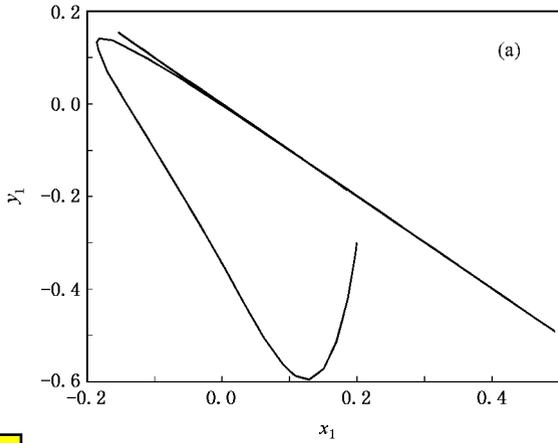


图4 系统(10)和系统(11)的状态变量反同步 (a)  $x_1 - y_1$  (b)  $x_2 - y_2$

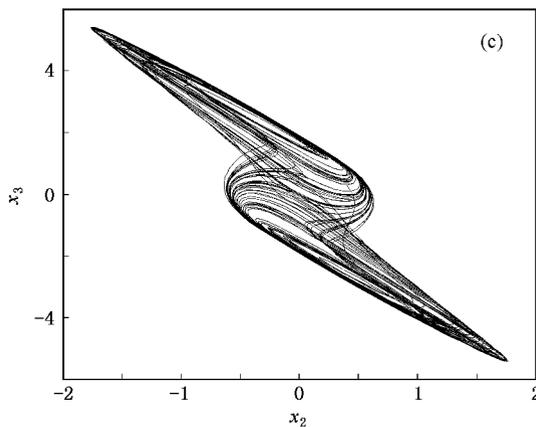
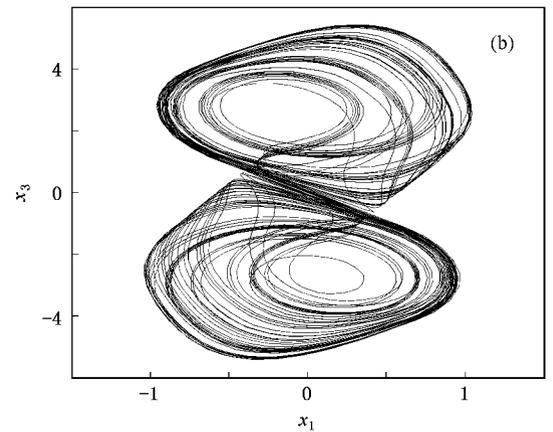
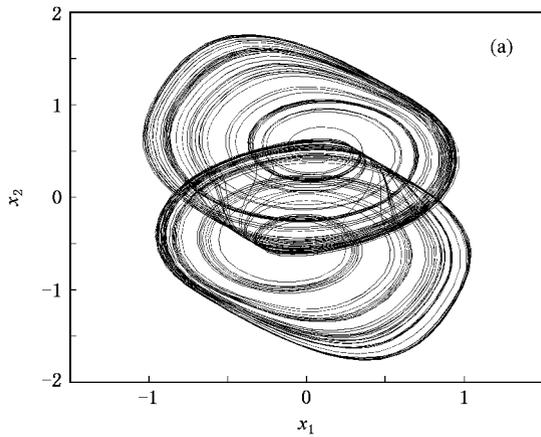


图5 系统(12)的相轨迹在二维平面的投影 (a)  $x_1 - x_2$  (b)  $x_1 - x_3$  (c)  $x_2 - x_3$

选择  $-2 + i, -2 - i$  作为  $(-C - (A + B)K)$  的特征值来确保误差系统 (6) 的收敛性. 利用极点配置技术, 通过计算得到增益矩阵

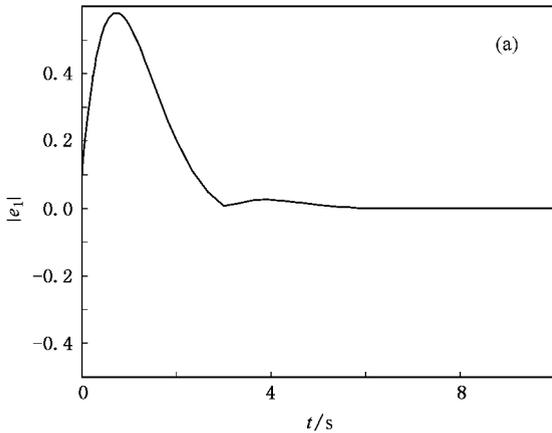
$$K = \begin{bmatrix} 0.3924 & 0.6901 \\ -3.6536 & -2.9770 \end{bmatrix}.$$

利用四阶 Runge-Kutta 方法求解系统 (10) 和系统 (11), 研究了时滞 Hopfield 神经网络系统的反同步. 其中, 系统 (10) 和系统 (11) 的初始条件分别选取为  $x_1(s) = 0.2$  和  $x_2(s) = 0.5, y_1(s) = -0.3$  和  $y_2(s) = 2.0, s \in [-1, 0]$ . 时滞 Hopfield 神经网络系统反同步过程模拟结果如图 3 和图 4 所示. 由误差效果图 3 可看到, 当  $t$  分别接近 4 和 3 s 时, 误差  $|e_1(t)|$  和  $|e_2(t)|$  已稳定在零点. 由图 4 可见, 系统 (10) 和系统 (11) 的状态变量  $x_1 - y_1$  和  $x_2 - y_2$  均处于相图的反对角线上, 这说明系统 (10) 和系统 (11) 达到了反同步.

### 4.2. 细胞神经网络的反同步

考虑下列三阶细胞神经网络:

$$\dot{x}(t) = -Cx(t) + Af(x(t))$$



$$+ Bf(x(t - \tau(t))). \quad (12)$$

在文献 [11] 中提出的混沌时滞神经网络模型基础上, 选取

$$f_1(x) = f_2(x) = 0.5(|x + 1| - |x - 1|),$$

$$\tau(t) = 2 + \sin(t),$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.2 & 1.5 & 0.8 \\ -1.5 & 1.2 & 0 \\ 3 & -3 & 1.5 \end{bmatrix},$$

$$B = 0.$$

同理, 由于  $\gamma(x(t)) = Cx(t), c_i = \inf_{x \in \mathbb{R}} \{\gamma'_i(x)\} = 1 > \alpha (i = 1, 2, 3)$ , 所以假设条件  $(H_1)$  成立. 当系统初始点为  $x_1(0) = -0.2, x_2(0) = 0.4, x_3(0) = 0.3$  时, 图 5 所示为系统 (12) 的相轨迹在二维平面的投影. 从系统的各个相图可知, 该 3 阶细胞神经网络系统为混沌系统.

接着, 利用不含时滞联接权反同步设计方法, 选择输出

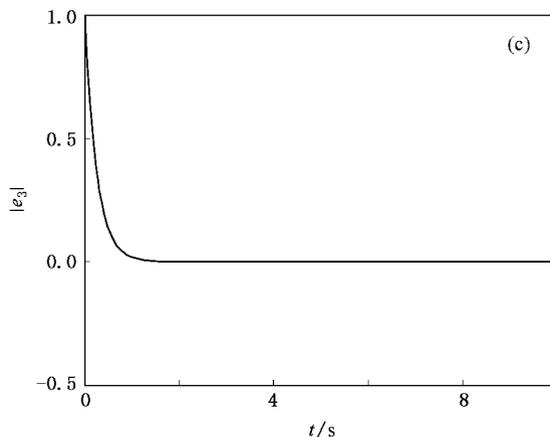
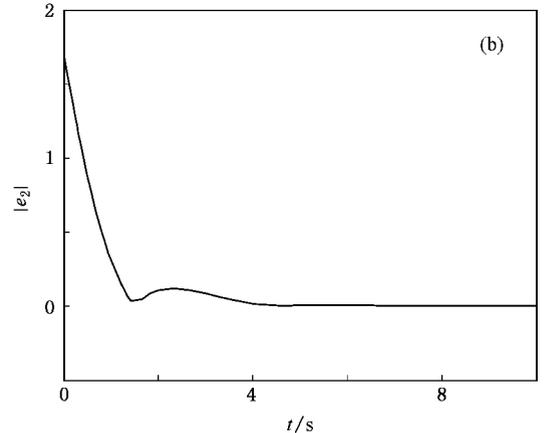


图 6 系统 (12) 和系统 (13) 的反同步误差曲线 (a)  $|e_1|$  (b)  $|e_2|$  (c)  $|e_3|$



$$s_2(x(t)) = f(x(t)) + Kx(t),$$

则状态观测器(7)式为

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & -Cy(t) + A(f(y(t)) \\ & - A(f(x(t)) + Kx(t) \\ & + f(y(t)) + Ky(t)). \end{aligned} \quad (13)$$

选择 $[-1+i, -1-i, -4]$ 作为 $(-C - AK)$ 的特征值来确保误差系统(9)的收敛性. 利用极点配置技术, 通过计算得到增益矩阵

$$K = \begin{bmatrix} 0.7434 & 0.2878 & -0.4604 \\ 0.0959 & 0.3597 & -0.5755 \\ -1.2950 & 0.1439 & 1.7698 \end{bmatrix}.$$

利用四阶 Runge-Kutta 方法求解系统(12)和系统(13), 研究了细胞神经网络系统的反同步. 其中, 系统(12)和系统(13)的初始点分别选取为 $x_1(0)$

$= 0.2, x_2(0) = 0.5$ 和 $x_3(0) = 0.4; y_1(0) = -0.3, y_2(0) = 1.2$ 和 $y_3(0) = 0.6$ . 细胞神经网络系统反同步过程模拟结果如图6和图7所示. 由误差效果图6可看到, 当 $t$ 分别接近8.6和3s时, 误差 $|e_1(t)|, |e_2(t)|$ 和 $|e_3(t)|$ 已稳定在零点. 由图7可见, 系统(12)和系统(13)的状态变量 $x_1-y_1, x_2-y_2$ 和 $x_3-y_3$ 均处于相图的反对角线上, 这说明系统(12)和系统(13)达到了反同步.

值得一提的是, 设计 $(-C - (A + B)K)$ 或 $(-C - AK)$ 的特征值越小, 误差收敛得越快, 即同步效果越好. 因此, 为了实现快速同步, 可以预先选择适当的特征值. 这也是本文中所用方法的主要优势所在, 这一点在混沌系统的同步设计中显得尤其方便.

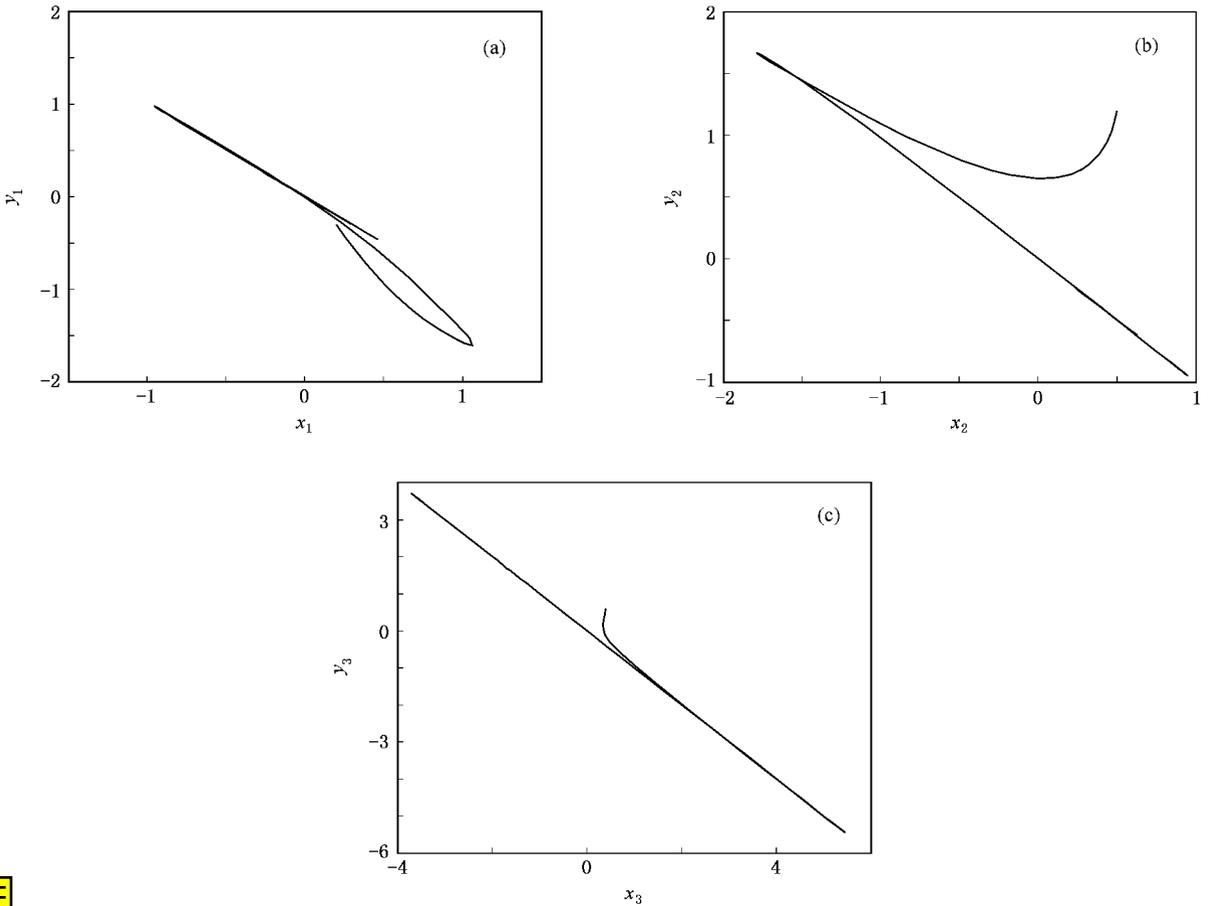


图7 系统(12)和系统(13)的状态变量反同步 (a)  $x_1-y_1$  (b)  $x_2-y_2$  (c)  $x_3-y_3$

## 5. 结 论

本文考虑了时滞混沌神经网络系统的反同步问题. 利用状态观测器法和极点配置原理实现混沌神

经神经网络系统的反同步. 给出两个应用实例分别说明两种状态观测器反同步设计方法的有效性. 从计算机仿真结果可以看出, 只要选择合适的特征值就能达到很好的反同步效果.

- [ 1 ] Arik S ,Tavanoglu V 1998 *IEEE Trans . Circ . Syst . I* **45** 168
- [ 2 ] Arik S ,Tavanoglu V 2000 *IEEE Trans . Circ . Syst . I* **47** 571
- [ 3 ] Forti M ,Tesi A 1995 *IEEE Trans . Circ . Syst . I* **42** 354
- [ 4 ] Cao J ,Wang V 2000 *Phys . Rev . E* **61** 1825
- [ 5 ] Cao J 2000 *Phys . Lett . A* **267** 312
- [ 6 ] Rong L B 2005 *IEEE Trans . Circ . Syst . I* **52** 1451
- [ 7 ] Liao X F ,Li C G ,Wong K W 2004 *Neural Networks* **17** 1401
- [ 8 ] Lou X Y ,Cui B T 2006 *Int . J . Neural Syst .* **16** 435
- [ 9 ] Zhang Q ,Ma R N ,Wang C ,Xu J 2003 *Chin . Phys .* **12** 22
- [ 10 ] Zou F ,Nossek J A 1993 *IEEE Trans . Circ . Syst . I* **40** 166
- [ 11 ] Gilli M 1993 *IEEE Trans . Circ . Syst . I* **40** 849
- [ 12 ] Lu H T 2002 *Phys . Lett . A* **298** 109
- [ 13 ] Lou X Y ,Cui B T 2006 *Comput . Math . Appl.* **52** 897
- [ 14 ] Wu W ,Cui B T 2007 *Chin . Phys .* **16** 1889
- [ 15 ] Adhere K ,Takabe T ,Toyoda M 1990 *Phys . Lett . A* **144** 333
- [ 16 ] Adachi M ,Aihara K 1997 *Neural Networks* **10** 83
- [ 17 ] Tokuda I ,Nagashima T ,Aihara K 1997 *Neural Networks* **10** 1673
- [ 18 ] Wang B Y ,Nie J N ,He Z Y 1999 *IEEE Trans . Neural Networks* **10** 1257
- [ 19 ] Pecora L M ,Carroll T L 1990 *Phys . Rev . Lett .* **64** 821
- [ 20 ] Lu H T ,van Leeuwen C 2006 *Chaos Solitons Frac.* **30** 166
- [ 21 ] Lu W L ,Chen T P 2004 *IEEE Trans . Circ . Syst . I* **51** 2491
- [ 22 ] Li Z ,Han C Z 2002 *Chin . Phys .* **11** 9
- [ 23 ] Cao J D ,Lu J Q 2006 *Chaos* **16** 013133
- [ 24 ] Chen J ,Lü L X ,Zhang T P 2007 *Acta Phys . Sin.* **56** 686 ( in Chinese )[ 陈 晶、阎立新、张天平 2007 物理学报 **56** 686 ]
- [ 25 ] Xiao Y Z ,Xu W 2007 *Chin . Phys .* **16** 1597
- [ 26 ] Gao B J ,Lu J A 2007 *Chin . Phys .* **16** 666
- [ 27 ] Li P ,Cao J D ,Wang Z D 2007 *Physica A* **373** 261
- [ 28 ] Cheng C J ,Liao T L ,Yan J J ,Hwang C C 2005 *Phys . Lett . A* **338** 28
- [ 29 ] He G G ,Zhu P ,Chen H P ,Cao Z T 2006 *Acta Phys . Sin.* **55** 1040 ( in Chinese )[ 何国光、朱 萍、陈宏平、曹志彤 2006 物理学报 **55** 1040 ]
- [ 30 ] Chen G ,Zhou J ,Liu Z 2004 *Int . J . Bifur . Chaos* **14** 2229
- [ 31 ] Cheng C J ,Liao T L ,Yan J J ,Hwang C C 2006 *IEEE Trans . Syst . Man Cybernet . B* **36** 209
- [ 32 ] Lou X Y ,Cui B T 2007 *Physica A* **380** 563
- [ 33 ] Shinbrot T ,Grebogi C ,Ott E ,Yorke J A 1993 *Nature* **363** 411
- [ 34 ] Yang X S 2001 *Appl . Math . Comput.* **122** 71
- [ 35 ] Michael G R ,Arkady S P ,Jurgen K 1997 *Phys . Rev . Lett .* **78** 4193
- [ 36 ] Ho M C ,Hung Y C ,Chou C H 2002 *Phys . Lett . A* **296** 43
- [ 37 ] Zheng Z G ,Hu G ,Zhou C S ,Hu B B 2000 *Acta Phys . Sin.* **49** 2320 ( in Chinese )[ 郑志刚、胡 岗、周昌松、胡斑比 2000 物理学报 **49** 2320 ]
- [ 38 ] Shahverdiev E M ,Sivaprakasam S ,Shore K A 2002 *Phys . Lett . A* **292** 320
- [ 39 ] Xu D L ,Li Z 2002 *Int . J . Bifur . Chaos* **12** 1395
- [ 40 ] Wang X Y ,Wang Y 2007 *Acta Phys . Sin.* **56** 2498 ( in Chinese ) [ 王兴元、王 勇 2007 物理学报 **56** 2498 ]
- [ 41 ] Chen S ,Wang F ,Wang C P 2004 *Chaos Solitons Frac.* **20** 235
- [ 42 ] Belykh V N ,Chua L O 1992 *Int . J . Bifur . Chaos* **2** 697
- [ 43 ] Wang X Y ,Wu X J 2007 *Acta Phys . Sin.* **56** 1988 ( in Chinese ) [ 王兴元、武相军 2007 物理学报 **56** 1988 ]
- [ 44 ] Nakata S ,Miyata T ,Ojima N ,Yoshikawa K 1998 *Physica D* **115** 313
- [ 45 ] Kim C M ,Rim S H ,Key W 2003 *Phys . Lett . A* **320** 39
- [ 46 ] Cao L Y ,Lai Y C 1998 *Phys . Rev . E* **58** 382

# Anti-synchronization of chaotic delayed neural networks <sup>\*</sup>

Lou Xu-Yang Cui Bao-Tong<sup>†</sup>

( *School of Communication and Control Engineering , Jiangnan University , Wuxi 214122 , China* )

( Received 15 June 2007 ; revised manuscript received 28 August 2007 )

## Abstract

By means of techniques of state observer , the anti-synchronization of a class of chaotic neural networks with time delay is investigated. Compared with the anti-synchronization strategies used in other chaotic systems , the technique presented here is rather simple and the convergence rate can be adjusted by tuning the eigenvalues through the pole placement technique. Finally , two numerical examples and computational simulations are given to show the effectiveness of the proposed scheme.

**Keywords** : chaotic neural networks , state observer , pole placement technique , anti-synchronization

**PACC** : 0545

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60674026 ) , the Key Program of Science and Technology Research of Ministry of Education , China ( Grant No. 107058 ) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province , China ( Grant No. BK2007016 ).

<sup>†</sup> E-mail : btcui@vip.sohu.com