光谱开关与多色光场的奇点光学效应*

赵光普^{12)*} 吕百达²⁾

1) 宜宾学院计算物理重点实验室, 宜宾 644007)
 2) 四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)
 (2007年4月7日收到, 2007年9月24日收到修改稿)

推导出多色高斯光束和高斯-谢尔模型光束通过杨氏实验双缝传输的谱强度公式.对完全空间相干光和部分 空间相干光照明杨氏实验装置出现的光谱开关作了详细研究,并判断其是否属于奇点光学效应.结果表明:多色 场奇点光学效应的判据应当是光谱开关出现时的谱强度极小值 *S*_{min} = 0,而不是总光强极小值 *I*_{min} = 0.当用多色高 斯-谢尔模型光束照明杨氏实验装置时,在近场和远场产生的光谱开关都不属于奇点光学效应.当用多色高斯光束 照明杨氏实验装置时,只有远场产生的光谱开关属于奇点光学效应,而在近场则不是.

关键词:光谱开关,奇点光学效应,完全相干和部分相干,多色光场 PACC:4260H,3370J

1.引 言

2002年, Foley和 Wolf¹¹对近年来由蒲继雄 等^[2--4]发现的多色光场出现的一类新现象——光谱 开关做了专门研究 得出了光谱开关属于"多色光场 的奇点光学新效应 的著名结论, 我们知道, 在振幅 (或光强)为零值点附近,光场的相位是不确定 的[56]. 在相位奇点附近,光场具有相当复杂的结 构 例如会出现光涡漩、波前位错等 对这类问题的 研究已形成了现代光学的一个新分支——奇点光 学?] 各类多色光通过不同光学系统时出现光谱开 关的特性、物理机制和潜在应用已进行了广泛的理 论研究,得到了一系列的实验证实,并在光互连、光 信息编码和传输等方面展现出应用前景1-48-16]. 然而 与单色或准单色场不同 对多色场存在谱强度 $S(\omega)$ 和总光强 $I = \int_{0}^{+\infty} S(\omega) d\omega$ 其中 ω 为频率)两 个描述光强的物理概念,两者的零值点并不一定同 时出现, 那么, 判断是否属于奇点光学效应应当是 $S_{min} = 0$,还是 $I_{min} = 0$ 呢?此外,完全空间相干光和 部分空间相干光的光谱开关亦有不同的特点. 杨氏 实验是物理学中最重要的实验之一,对用部分相干 多色谢尔模型光束照明杨氏双缝时出现的光谱开关 已做了理论研究^[8-10],并得到实验证实^[14,15].本文 用完全空间相干的高斯光束和部分空间相干的高 斯-谢尔模型光束作为杨氏实验的照明光源,对菲涅 耳衍射区(称为近场)和夫琅禾费衍射区(远场)的光 谱开关现象做了深入的比较研究,给出了光谱开关 属于"奇点光学"效应的物理条件和判据.

2. 理论模型

图 1 为杨氏双缝实验原理示意图,双缝所在屏 A 位于 z = 0 平面上, P₁和 P₂为双缝中任意两点, 双缝外缘和内缘间距分别为 2a和 2b. 假设采用高 斯-谢尔模型光束为照明光源,在屏 A 上的交叉谱 密度函数为

$$W^{(0)}(x_1, x_2, z = 0, \omega) = S^{(0)}(\omega) \exp\left[-\left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{w_0^2}\right)\right] \\ \times \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2}{2\sigma^2(\omega)}\right] (1)$$

式中 ω 为频率 , w_0 为束腰宽度 , x_1 和 x_2 分别为 P_1 和 P_2 点的位置坐标 , $S^{(0)}(\omega)$ 和 $\sigma(\omega)$ 分别为入射光 束的源光谱和空间相关长度.

^{*} 国家自然科学基金(批准号 150678055),四川省应用基础研究基金(批准号 105JY029-102),四川省青年科技基金(批准号 103ZQ026-061)和 宜宾学院自然科学基金(批准号 2006Z13)资助的课题。

[†] E-mail ;ybzgp@126.com



图1 杨氏实验原理示意图

设源光谱 S^(α)(ω)为高斯型 即

$$S^{(0)}(\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (2)$$

式中 ω_0 为中心频率 , σ 为谱宽. 若空间相关长度 $\sigma(\omega)$ 满足

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \frac{\omega_0}{\omega}, \qquad (3)$$

则入射光束遵从 Wolf 的" 定标律 $^{\bullet_{17}}$. 这里 σ_0 为源 光谱中心频率 ω_0 处的相关长度.

杨氏干涉实验可以作为双缝衍射现象来处 理^[18].根据部分相干光的传输公式^[19],在傍轴近似 下接收屏 B 上点 Q(x,z)的谱强度可表示为

$$S(x_{1}z_{1}\omega)$$

$$=\frac{k}{2\pi z} \int_{\Lambda} \int_{\Lambda} W^{(0)}(x_{1} x_{2} z = 0 \omega)$$

$$\times \exp\left\{-\frac{ik}{2z} [x_{1}^{2} - x_{2}^{2} - 2x(x_{1} - x_{2})]\right\} dx_{1} dx_{2} . (4)$$

将(1)--(3)式代入(4)式,直接积分后得到场点 Q(x,z)处的谱强度为

$$\mathcal{S}(u, z, \omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2}\right] M(u, z, \omega),$$
(5)

式中

$$M(u_{z}, \omega) = \frac{z_{0}}{2z} \frac{\omega}{\omega_{0}} \sqrt{\frac{\pi}{F}} \Big[\int_{-1}^{-\epsilon} Q(u_{z}, \omega) du_{1} + \int_{\epsilon}^{1} Q(u_{z}, \omega) du_{1} \Big], \quad (6)$$
$$Q(u_{z}, \omega) = \exp \Big[\frac{Q^{2}}{4F} + Qu_{1} - F^{*} u_{1}^{2}$$

$$+ \frac{a^4 u_1^2 (-1 + \beta^2) \omega^4}{4F u_0^4 \beta^4 \omega_0^4} \\ + \frac{Q a^2 u_1 (-1 + \beta^2) \omega^2}{2F u_0^2 \beta^2 \omega_0^2} \Big]$$

$$\times \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{a^{2} u_{1} (-1 + \beta^{2}) \omega^{2}}{2 \sqrt{F} w_{0}^{2} \beta^{2} \omega_{0}^{2}} + \frac{2F + Q}{2 \sqrt{F}} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{a^{2} u_{1} (-1 + \beta^{2}) \omega^{2}}{2 \sqrt{F} w_{0}^{2} \beta^{2} \omega_{0}^{2}} + \frac{Q - 2F}{2 \sqrt{F}} \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{a^{2} u_{1} (-1 + \beta^{2}) \omega^{2}}{2 \sqrt{F} w_{0}^{2} \beta^{2} \omega_{0}^{2}} + \frac{Q - 2F \varepsilon}{2 \sqrt{F}} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{a^{2} u_{1} (-1 + \beta^{2}) \omega^{2}}{2 \sqrt{F} w_{0}^{2} \beta^{2} \omega_{0}^{2}} + \frac{Q + 2F \varepsilon}{2 \sqrt{F}} \right] \right\} , (7)$$

$$F = \frac{a^2}{w_0^2} + \frac{\omega^2}{2\omega_0^2} \frac{a^2}{w_0^2} \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} - \frac{1\pi z_0}{z} \frac{\omega}{\omega_0} , \qquad (8)$$

$$Q = \frac{2i\pi z_0 u}{z} \frac{\omega}{\omega_0} , \qquad (9)$$

$$\beta = \left[1 + \left(\frac{w_0}{\sigma_0}\right)^2\right]^{-1/2} , \qquad (10)$$

$$z_0 = a^2 / \lambda_0 , \qquad (11)$$

$$\varepsilon = b/a$$
 ($0 \leq \varepsilon < 1$), (12)

$$u_1 = x_1 / a$$
, (13)

$$u = x/a$$
.

这里 $M(u, z, \omega)$ 为光谱调制函数, ε 为遮拦比, β 为 空间相关参数, λ_0 为源光谱中心频率 ω_0 所对应的 中心波长, 上标星号表示复共轭, erf(·)为复宗量误 差函数, u_1 , u 为 x 方向的相对坐标.

与(5)式对应的总光强表达式为

$$I(u,z) = \int_{0}^{+\infty} S(u,z,\omega) d\omega.$$
 (14)

含有(6)--(13)式的(5)式即为接收屏 B op Q 点的 谱强度表达式.(5)式表明,屏上谱强度可表示为源 光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 和光谱调制函数 $M(u, z, \omega)$ 的乘积, 双缝衍射对谱强度的影响表现为 $M(u, z, \omega)$ 对 $S^{(0)}(\omega)$ 的调制. $S(u, z, \omega)$ 与源光谱谱宽 σ 、空间 相关参数 β 、遮拦比 ϵ 、束腰宽度 w_0 、频率 ω 和场点 位置 u, z 有关.

将(5)式中的源光谱用 Lorentz 型代替,再令 w_0 →∞,u = 0,即可得到与文献 8]中(5)式完全一 致的结果.

若接收屏 B 位于远场 ,则屏上点 Q(x,z)处的 谱强度公式可由(5)式得到,

$$S_{\rm F}(u, z, \omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2}\right] M_{\rm F}(u, z, \omega), \qquad (15)$$

式中

$$M_{\rm F}(u,z,\omega) = \frac{z_0}{2z} \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{\pi}{F_{\rm F}}} \Big[\int_{-1}^{-\epsilon} G_{\rm F}(u,z,\omega) du_1 \Big]$$

$$+ \int_{\epsilon}^{1} G_{F}(u_{1}z_{1}\omega_{1}) du_{1} du_{1}$$

$$F_{\rm F} = \frac{a^2}{w_0^2} + \frac{\omega^2}{2\omega_0^2} \frac{a^2}{w_0^2} \frac{1 - \beta^2}{\beta^2}.$$
 (18)

此外,在(5)式中令 $\beta = 1$,即可得到完全空间 相干光为杨氏实验的照明光源时,接收屏 *B*上 Q(x, z)处的谱强度表达式.为节省篇幅,本文不再 列出.

3. 数值计算及分析

为说明干涉场中的光谱开关是否属于奇点光学 效应 利用所得(5)(14)和(15)式作了数值计算. 参照文献 8,14,15 的实验和计算例,选取的计算参 数为 $\omega_0 = 3.2 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $a = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $\varepsilon = 0.8$.

3.1. 近场的光谱开关

 小 $_{S_{min}}$ 随 β 的减小而增大. 但在光谱开关产生时, I_{min} 和 S_{min} 都不为零. 当 σ = 0.1 × 10¹⁵ s⁻¹时,不论 β 取何值,光谱开关均消失(图 3(b)). 因此在给定条 件下,完全空间相干高斯光束和部分空间相干高斯-谢尔模型光束轴上的光谱开关都不属于奇点光学 效应.



图 2 空间相关参数 β = 1 0.8 0.6 和 0.4 , z 轴上的归一化 光强 (a) σ = 0.8 × 10¹⁵ s⁻¹ (b) σ = 0.1 × 10¹⁵ s⁻¹

表 1 与图 2、图 3 对应的光谱开关参数

β	1.00	0.80	0.60	0.40
$\sigma = 0.8 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$				
u_{\min}	0.1644	0.1616	0.1560	0.1490
I_{\min}	0.1959	0.1986	0.2037	0.2064
<i>u</i> _c	0.1682	0.1660	0.1628	0.1609
$S_{ m min}$	0.0652	0.0729	0.0865	0.1097
$\omega_{\rm min}/10^{15}{\rm s}^{-1}$	2.9844	2.9448	2.8832	2.8872
$\sigma = 0.1 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$				
u_{\min}	0.1801	0.1800	0.1799	0.1795
I_{\min}	0.0149	0.0166	0.0199	0.0253



图 3 与图 2 对应的光强极小值附近的归一化光谱 (a)对应图 ((a), (b)对应图 ((b))

图 4 为源光谱谱宽 $\sigma = 0.8 \times 10^{15} \text{ s}^{-1} 0.1 \times 10^{15}$ s⁻¹和空间相关参数 $\beta = 1 0.95 0.9 0.8 \text{ c} z = 0.5 z_0$ 面上 *x* 方向的归一化光强分布.图 5 为与图 4 对应 的光强极小值附近的归一化光谱.与图 4 和图 5 对 应的光谱开关参数列于表 2 中.在光谱开关出现的 位置, I_{min} 和 S_{min} 随 σ 和 β 的变化规律与轴上情况相同. $\sigma = 0.1 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ 时,完全空间相干光和部分空间相干光的光谱开关均消失(图f(b)),在产生光谱开关的 σ 和 β 的取值范围内, S_{min} 和 I_{min} 都不为零.因此在离轴情况下,完全空间相干高斯光束和部分



图 4 空间相关参数 β = 1.00 β .95 β .90 β .80 , 在 z = 0.5 z_0 面上的归一化光强 (a) σ = 0.8 × 10¹⁵ s⁻¹ , (b) σ = 0.1 × 10¹⁵ s⁻¹



图 5 与图 4 对应的光强极小值附近的归一化光谱 (a)对应图 4(a)(b)对应图 4(b)

空间相干高斯-谢尔模型光束出现的光谱开关也不 属于奇点光学效应.

表 2	与图 4、图 5 对应的光谱开关参数
-----	--------------------

β	1.00	0.95	0.90	0.80
$\sigma = 0.8 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$				
u_{\min}	0.1314	0.1321	0.1328	0.1348
I_{\min}	0.1160	0.1367	0.1606	0.2210
<i>u</i> _c	0.1381	0.1373	0.1362	0.1325
${S}_{ m min}$	0.0576	0.2755	0.4916	0.8642
$\omega_{\rm min}/10^{15}~{\rm s}^{-1}$	3.2126	3.2034	3.1896	3.1689
$\sigma = 0.1 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$				
u_{\min}	0.1388	0.1389	0.1390	0.1392
I_{\min}	0.0076	0.0291	0.0543	0.1192

3.2. 远场的光谱开关

图 6 为源光谱谱宽 $\sigma = 0.8 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ 0.1 × 10¹⁵



图 6 空间相关参数 β = 1.00 0.95 0.90 0.80, 在 z = 30 z_0 面上的归一化光强 (a) σ = 0.8×10¹⁵ s⁻¹, (b) σ = 0.1×10¹⁵ s⁻¹



 s^{-1} 和空间相关参数 $\beta = 1$ 0.95 0.9 0.8 在 $z = 30z_0$ 处x方向的归一化光强分布.图7为与图6对应的 光强极小值附近的归一化光谱,与图6和图7对应 的光谱开关参数列于表 3 中. 由图 6、图 7 和表 3 可 知 , I_{min} 和 S_{min} 随 σ 和 β 的变化规律与近场相同 ,光 谱开关在光强极小值 Imin 附近产生 , amin 在中心频率 ω_0 附近. 与近场不同的是,对于 $\beta = 1$ 的完全空间 相干光,产生光谱开关时的光谱极小值 $S_{min} = 0$ 图 7),当 $\sigma = 0.8 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ 时, $I_{\min} \neq 0$,而当 $\sigma = 0.1 \times$ 10^{15} s^{-1} 时, $I_{\min} = 0$. 对于 $\beta \neq 1$ 的部分空间相干光, $S_{\min} \neq 0$,总光强 $I_{\min} \neq 0$. 当 $\sigma = 0.1 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ 时,部 分空间相干光的光谱开关消失(图 (b)). 上述分析 表明,当用 $S_{min} = 0$ 作判据时,在远场完全空间相干 高斯光束的光谱开关属于奇点光学效应,而部分空 间相干高斯-谢尔模型光束的光谱开关仍不属于奇 点光学效应. 但是,若用 Imin = 0 作判据时,则会遇



到问题. 当 S_{min} = 0 时, 谱强度对频率积分后的总光



2233

图 7 与图 6 对应的光强极小值附近的归一化光谱 (a)对应图 ((a),(b)对应图 ((b)

强不一定有零值点,但总光强不为零并不表明多色 场中就一定不存在相位不确定的频率成分.因此, 对多色场的光谱开关是否属于奇点光学效应的判据 应当是 *S*_{min}是否为零,其物理意义是当产生光谱开 关时频率 ω_{min} 对应的谱强度为零,相位不确定,这与 单色场或准单色场的情况是一致的.此外,由于本 文研究的是光谱的奇异行为,直接相关的物理量是 谱强度,不涉及在相关奇点光学(correlation singular optics)中光谱相干度的奇异行为^[20],因此也不用光 谱相干度是否有零值点作为奇点光学效应的判据.

表 3 与图 6、图 7 对应的光谱开关参数

β	1.00	0.95	0.90	0.80
$\sigma = 0.8 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$				
$u_{ m min}$	7.4860	7.5265	7.5721	7.6945
$I_{ m min}$	0.1070	0.1300	0.1566	0.2235
u _c	7.8765	7.8243	7.7540	7.5189
S_{\min}	0.0000	0.2586	0.5069	0.9042
$\omega_{\rm min}/10^{15}{\rm s}^{-1}$	3.3919	3.3805	3.3667	3.3391
$\sigma = 0.1 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$				
$u_{ m min}$	8.3316	8.3345	8.3352	8.3471
I_{\min}	0.0000	0.0239	0.0492	0.1142
u _c	8.3393	—	_	—
S_{\min}	0.0000	—	—	—
$\omega_{\rm min}/10^{15}{\rm s}^{-1}$	3.2032	—	—	—

4.结 论

本文用高斯光束($\beta = 1$)和高斯-谢尔模型光束

 $(0 < \beta < 1)$ 作为杨氏双缝干涉实验中的照明光源, 对光谱开关是否为奇点光学效应这一重要问题做了 深入的比较研究.得到的主要结果如下(1)对多色 场的奇点光学效应,应当用是否为 $S_{min} = 0$ (或等效 地用光谱调制函数 $M_{min} = 0$)作为判据,而不是用 $I_{\min} = 0$ 作为判据. 当 $S_{\min} = 0$ 时, I_{\min} 不一定为零. 其物理意义为光谱成分 ω, 加 对应的谱强度为零 ,但 总光强并不一定有零值点.光谱开关在 1...... 附近产 生 而 ω_{min} 位于中心频率 ω₀ 附近.光场的空间相关 参数 β 、谱宽 σ 、光学系统参数(例如缝参量 ϵ)和场 点位置(近场、远场、轴上或离轴)都会对 Smin 是否为 零产生影响 应就所研究问题做具体分析 (2) 对部 分空间相干光(本文以多色高斯-谢尔模型光束为 例 照明杨氏双缝实验中的光谱开关 ,无论在近场还 是远场,光谱成分 ω_{min} 对应的谱强度 S_{min} 都不为零. 此时,光场的相位是确定的,不属于奇点光学效应. (3) 用完全空间相干光(本文以多色高斯光束为例) 照明的杨氏双缝实验中,近场的光谱开关 ω_{m} 对应 的谱强度 Smin 不为零,不属于奇点光学效应.在远 场,光谱开关ω,,,,对应的谱强度 S,,,,为零.此时,对 应光场相位是不确定的 属于奇点光学效应.

本文所得结果可推广用于分析其他类型多色光 入射不同光学系统时产生的光谱开关是否属于奇点 光学效应,对多色场奇点光学效应的判断和研究有 理论意义.

- [1] Foley J T , Wolf E 2002 J. Opt. Soc. Am. A 19 2510
- [2] Pu J X , Zhang H H , Nemoto S 1999 Opt . Commun . 162 57
- [3] Pu J X, Nemoto S 2000 IEEE J. Quant. Electron. 36 1407
- [4] Pu J X, Nemoto S 2002 J. Opt. Soc. Am. A 19 339
- [5] Born M , Wolf E 1999 Principles of Optics (Cambridge :Cambridge University Press)
- [6] Liu P S, Lü B D 2007 Acta Phys. Sin. 56 2623 (in Chinese) [刘 普生、吕百达 2007 物理学报 56 2623]
- [7] Soskin M S , Vasnetsov M V 2001 Singular Optics (Elsevier : Amsterdam)
- [8] Pan L Z , Lü B D 2001 IEEE J. Quantum Electron. 37 1377
- [9] Pan L Z , Lü B D 2002 J. Opt. A : Pure Appl. Opt. 4 349
- [10] Pu J X , Cai C 2004 Opt . Express 21 5131
- [11] Zhao G P , Lü B D 2004 Acta Phys. Sin. 53 2974 (in Chinese)

[赵光普、吕百达 2004 物理学报 53 2974]

- [12] Zhao G P , Xiao X , Lü B D 2004 Chin . Phys . 13 2064
- [13] Popescu G , Dogariu A 2002 Phys. Rev. Lett. 88 183902
- [14] Anand S , Kamalasanan M N 2006 Opt . Commun . 266 469
- [15] Yadav B K, Rizvi S A M, Kandpal H C 2006 J. Opt. A : Pure Appl. Opt. 8 72
- [16] Yadav B K , Rizvi S A M ,Raman S , Mehrotra R , Kandpal H C 2007 Opt. Commun. 269 253
- [17] Wolf E 1986 Phys. Rev. Lett. 56 1370
- [18] Kandapl H C , Vaishya J S , Chander M 1992 Phys. Lett. A 167 114
- [19] Mandel L, Wolf E 1995 Optical Coherence and Quantum Optics (Cambridge :Cambridge University Press)
- [20] Gbur G , Visser T D , Wolf E 2004 J. Opt. A : Pure Appl. Opt. 6 239

Spectral switches and effect in singular optics with polychromatic light field *

Zhao Guang-Pu^{1 (2)†} Lü Bai-Da^{2)}

1 X Key Laboratory of Computational Physics, Yibin University, Yibin 644007, China)
2 X Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China)
(Received 7 April 2007; revised manuscript received 24 September 2007)

Abstract

The expression for the spectral density of polychromatic Gaussian and Gaussian-Schell model (GSM) beams propagating through double slits in Young's experiment are derived, which enables us to study the behavior of spectral switches in Young's experiment illuminated by fully and partially coherent polychromatic light beams and to judge if their spectral switches belong to the effect in singular optics. It is shown that the criterion for the effect in singular optics with polychromatic light field should be $S_{\min} = 0$ (S_{\min} is the minimum of the spectral density at spectral switches) rather than $I_{\min} = 0$ (I_{\min} is the minimum of the total intensity). In Young's experiment illuminated by polychromatic GSM beams the spectral switches in both near and far zones are not attributed to the effect in singular optics because $S_{\min} \neq 0$. If the double slits in Young's experiment are illuminated by polychromatic far zone belong to the effect in singular optics, whereas it is not the case in the near zone.

Keywords : spectral switch , effect in singular optics , fully and partially coherent , polychromatic light field PACC : 4260H , 3370J

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60678055), the Applied and Basic Research Foundation of Sichuan Province, China (Grant No. 05JY029-102), the Outstanding Young Researcher Foundation of Sichuan Province, China (Grant No. 03ZQ026-061) and the Natural Science Foundation of Yibin University, China (Grant No. 2006Z13).

[†] E-mail ;ybzgp@126.com