

# 垂直振动作用下二元混合颗粒分层的动态循环反转\*

梁宣文<sup>1)</sup> 李粮生<sup>1)B)</sup> 侯兆国<sup>1)</sup> 吕震<sup>1)</sup> 杨雷<sup>1)</sup> 孙刚<sup>2)</sup> 史庆藩<sup>1)†</sup>

1) 北京理工大学物理系, 北京 100081)

2) 中国科学院物理研究所, 北京 100080)

3) 中国科学院理论物理研究所, 北京 100080)

(2007 年 5 月 8 日收到, 2007 年 9 月 29 日收到修改稿)

在对垂直振动下的铜颗粒和氧化铝颗粒混合物的研究中,除了观测到巴西果分层和混合分层外,还发现了一种新的随时间周期变化的分离形态.此分离形态可随着时间的演化,在巴西果、反巴西果和三明治这三种分层构型之间进行动态的循环反转.给出了这种反转态出现的相区,并且观测了其动态转变的规律.根据碰撞、磨擦及空气的耗散作用所产生的耗散结构对循环反转态的出现给出了定性的解释,并通过实验证实这种分层构型与空气的存在有密切的关系.

关键词:颗粒物质,巴西果效应,相分离

PACC:4610,8228M,0520

## 1. 引言

在工农业生产中有许多技术与颗粒物质的分离和混合有关,如矿物筛选、粉末冶金、制药过程、食品加工、货物运输、建材制造、土壤保持等<sup>[1]</sup>.在有的技术环节人们希望颗粒能够混合均匀,而有些过程则要求分离得越彻底越好.混合颗粒系统的分离机制目前已知的有整体对流<sup>[2]</sup>、渗漏与凝聚<sup>[3-6]</sup>、几何重组等<sup>[7,8]</sup>,但尚未形成统一的定论.显然,探讨颗粒物质的混合与分离的条件控制及其物理机制不仅有重要的应用背景,同时对于发展凝聚态物理的基础理论有重要的学术价值.

当颗粒混合物受到振动时,一般情况下大的颗粒向上运动而小的颗粒则向下运动,这就是通常人们所见到的所谓巴西果效应(Brazil nut effect).对于二元尺寸不同的混合颗粒系统,在垂直振动的作用下会随着激励条件的不同而呈现巴西果<sup>[9,10]</sup>、反巴西果<sup>[11,12]</sup>、三明治<sup>[12,13]</sup>等几种典型的分层构型.所谓巴西果分层(Brazil nut segregation)指的是二元混合颗粒中大的颗粒集体向上运动,而小的颗粒集体向下运动,最终形成大颗粒在上而小颗粒在下的分层构型.后来的理论和实验均发现,在一定的实验

条件下还可产生小颗粒在上大颗粒在下的反巴西果分层(reverse Brazil nut segregation)<sup>[7,14,15]</sup>.此外,改变振动频率和振幅还可以形成另外一种有趣的分离形态,即大的颗粒层被夹在上下两层小颗粒之间,故被称为三明治分层<sup>[13]</sup>.这几种典型的分层构型属于完全分离形态,即各层均由纯的大颗粒或纯的小颗粒所组成.除完全分离形态外,实验和理论均发现还存在有部分分离形态,即有些层由不同尺寸比的大颗粒和小颗粒混合组成<sup>[16]</sup>或者由尺寸相同但密度不同的两类颗粒混合组成<sup>[17]</sup>.部分分离形态主要存在于几种典型的分层构型的过渡区.以上这些分层构型(包括完全分离形态和部分分离形态)在形成后就不再随时间而变化,属于稳定的定态构型.但是,我们最近发现在振动分离的状态中还存在着随时间的变化而呈周期变化的分离形态.在至今为止的研究中,这些动态分离形态与上述稳定的部分分离形态一起被不加区分地归于混合相或完全分离相之中<sup>[11-15,18]</sup>,其原因可能是此前的研究没有从动态的角度出发来考虑实验中的现象.因而,对于此前界定的几种稳定分层构型的边界附近区域进行更加细致的研究是十分必要的.

本文报道铜颗粒和氧化铝颗粒混合物在不同振动加速度  $\Gamma$  和不同的频率  $f$  的垂直正弦振动作用下

\* 国家自然科学基金(批准号:10675018,10674157)资助的课题.

† E-mail: qfshi123@bit.edu.cn

从初始混合均匀的状态达到最终的分层状态的实验研究,其中  $\Gamma$  是无量纲加速度,

$$\Gamma = 4\pi^2 f^2 A/g,$$

式中  $A$  是正弦振动的幅值,  $g$  是重力加速度. 在本项研究中,除了观测巴西果分层和反巴西果分层相外,重点放在对动态分离形态与部分分离形态的观测,并最终在  $1.0 \leq \Gamma \leq 10.0$ ,  $30 \text{ Hz} \leq f \leq 80 \text{ Hz}$  的范围给出更加细致的分层相图.

## 2. 分层相图

混合均匀的两种颗粒物质分别是较大的球形铜颗粒和较小的球形氧化铝颗粒,铜颗粒的直径  $d_1 = 0.32 \text{ mm} \pm 0.03 \text{ mm}$ , 体积为  $6.1 \text{ ml}$ , 氧化铝颗粒直径  $d_2 = 0.17 \text{ mm} \pm 0.01 \text{ mm}$ , 体积为  $6.1 \text{ ml}$ . 两种颗粒的直径比  $d_1/d_2 \approx 1.88$ , 密度比  $\rho_1/\rho_2 \approx 5.08$ . 混合物颗粒装在垂直固定在硬铝板基座上的圆柱形玻璃管中,玻璃管的内径为  $44.5 \text{ mm}$ 、深为  $150 \text{ mm}$ . 硬铝板基座则水平固定在 D-100-1 型电磁振动台上. 施加于颗粒混合物上的加速度和频率的大小均由控制系统自动完成. 实验所选择的振动加速度  $\Gamma$  的范围为  $1.0 \leq \Gamma \leq 10.0$ , 驱动频率  $f$  的范围为  $30 \text{ Hz} \leq f \leq 80 \text{ Hz}$ . 实验开始前搅拌两种颗粒物质使之尽可能均匀混合,然后使容器分别处于不同的频率和加速度下振动. 具体步骤如下:先固定振动频率  $f$ , 然后逐渐增大振动加速度  $\Gamma$  (步幅  $\Delta\Gamma = 0.1$ ), 观测颗粒混合物的形态特征. 为了避免静电效应的影响,环境湿度保持在  $50\%$  左右. 我们界定的稳定分层图形是指在各相应的  $\Gamma$  和  $f$  值均能保持  $0.5 \text{ h}$  以上的构形. 图 1 为  $f\Gamma$  空间分层相图,图中的区域 A、区域 B、区域 E、区域 F 分别表示颗粒集体的静止态、巴西果分层、混合态、强烈流化态这几种已为世人所熟知的典型颗粒构成形态,区域 C 是循环区,表现为巴西果、反巴西果、三明治这几种完全分层构型之间动态的循环反转. 区域 D 是向混合区过渡的另一种循环区,表现为部分巴西果、部分反巴西果、部分三明治分层状态之间的动态循环反转.

## 3. 动态分离形态的特性

我们发现的新现象出现在图 1 所示的 C 区,在这个区域中颗粒系统并不稳定在一个单一分层的状态上. 以颗粒系统处于  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $\Gamma = 4$  的条件为

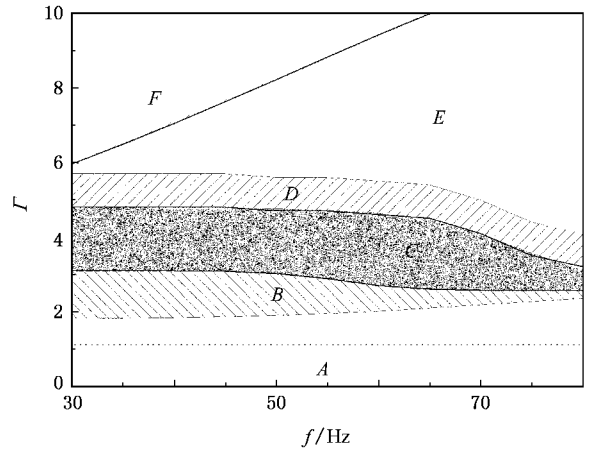


图 1  $f\Gamma$  空间分层相图

例,其状态演变过程如图 2 所示. 当振动开始后初始均匀混合的颗粒系统很快分层,大的铜颗粒处于上层,小的氧化铝颗粒则聚于下层,整个颗粒系统形成界面明显的巴西果分层状态(图 2(a)). 然而这种巴西果分层状态却不稳定,随着时间的演化,铜层和氧化铝层的分界面呈现出波动的形态. 直至某一时刻,下层的氧化铝颗粒随机地由某一位置涌出(图 2(b)),不妨把此结构的出现作为计时起点,令  $t = 0 \text{ s}$ . 之后上层的氧化铝颗粒不断增多(图 2(c))(d)),直至大部分氧化铝颗粒涌盖在铜颗粒层之上(图 2(e)),这时氧化铝颗粒开始不断地向下渗漏,在一段时间颗粒系统形成界面鲜明的典型三明治(或反巴西果)构型(图 2(f)),这时图片显示的时刻为  $t = 2 \text{ s}$ . 随着系统的继续演化,上面的氧化铝颗粒不断地经渗漏而穿过铜颗粒层进入到最下面的氧化铝颗粒层,这时最上面的氧化铝颗粒层就变得越来越薄(图 2(g)),而下面的氧化铝颗粒层变得越来越厚. 图 2(h)表明,三明治分层状态基本消失的时刻  $t = 19 \text{ s}$ . 经过一定时间后最上面的氧化铝颗粒层完全消失,系统重新恢复为铜颗粒层在上,氧化铝颗粒层在下的巴西果分层状态(图 2(i)),一个循环反转完成. 图 2(i)→(b)的过程持续时间最长,约为  $79 \text{ s}$ . 此后随着时间的延续,整个颗粒系统重复上述过程,即巴西果分层→三明治分层(或反巴西果分层)→巴西果分层的反复循环.

这样的分离形态已不能再用一个单一的(固定时刻的)颗粒分布来描述. 为了定量地描述这种随时间周期变化的过程,我们把下层的氧化铝颗粒涌出到上层的铜颗粒表面作为计时开始,即图 2(b)出现的时刻. 把上层的氧化铝颗粒从涌出至完全渗漏

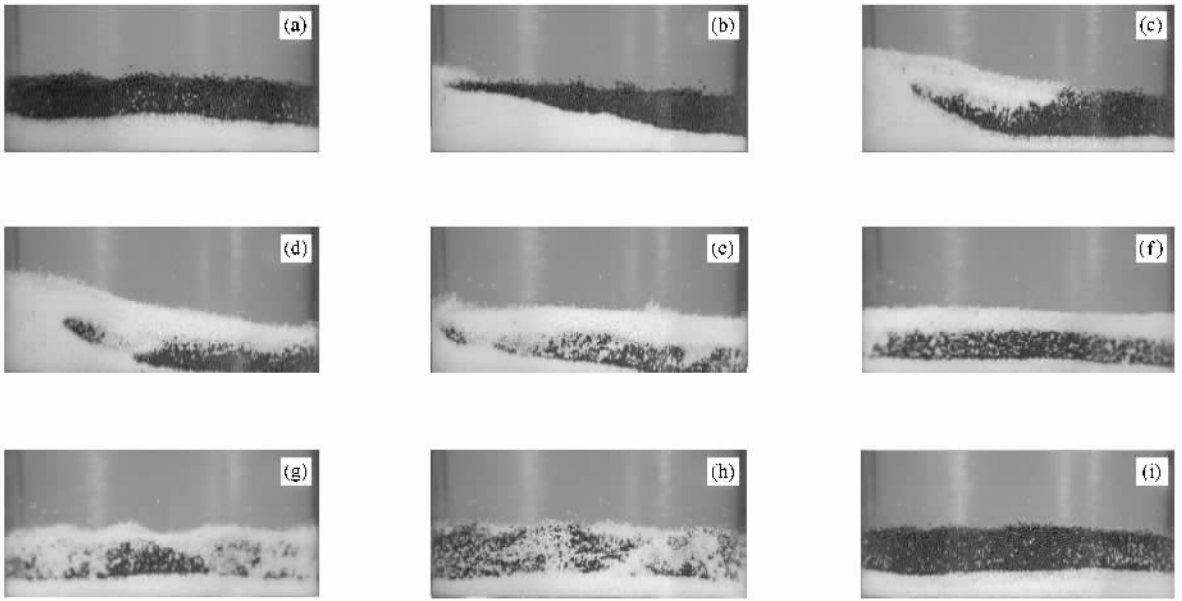


图 2 动态分离形态的演化过程

消失(这时系统由三明治状态转化成巴西果状态,图 4(i))的这段时间记为  $\tau_1$ . 从记时开始时刻到下次铜颗粒层表面再次涌出氧化铝颗粒的这段时间记为  $\tau$ , 即整个循环周期. 这样, 颗粒系统处于巴西果状态的时间近似为  $\tau - \tau_1$ . 我们在  $\Gamma = 3.5$  的条件下对  $f = 35\text{—}65\text{ Hz}$  频率范围的  $\tau$  和  $\tau_1$  进行了系统的观测, 结果如图 3 所示. 图 3 中纵坐标为时间, 横坐标为频率  $f$ , 每个频率点测试 10 次, 每次观测 30 个循环周期, 最终结果为 300 个数据的平均值, 误差棒为标准误差.

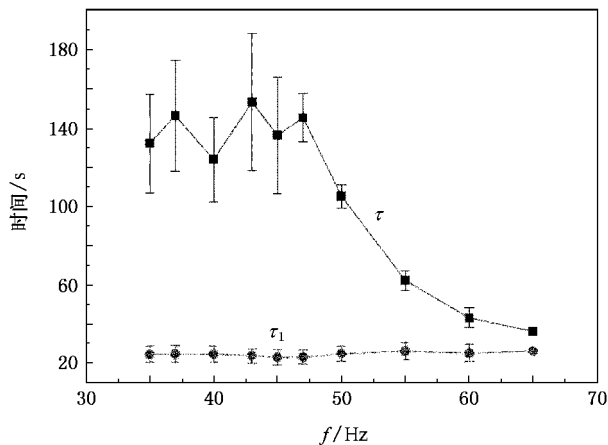


图 3 系统处于巴西果状态与三明治(或反巴西果)状态的时间

从图 3 可以看出, 在  $35\text{—}47.5\text{ Hz}$  的频率区域内, 颗粒系统处于巴西果状态的时间远大于处于三

明治(或反巴西果)状态的时间, 并且循环周期的涨落也比较大. 在  $50\text{ Hz}$  附近循环周期明显下降, 使得  $\tau$  和  $\tau_1$  变得十分接近, 巴西果状态的时间大大缩短, 同时涨落也有所减小. 值得注意的是  $\tau_1$  几乎不随频率而变化, 且涨落也很小, 这说明涌出的氧化铝颗粒向下层铜颗粒层的渗漏对频率的依赖性不强.

当加速度增加到  $\Gamma = 5.5$ , 在  $f = 50\text{ Hz}$  时, 颗粒系统进入另一种随时间周期变化的分离形态(区域 D). 在此区域, 循环的周期大大缩短, 且分层构型始终达不到像区域 C 那样的完全分离构型. 如图 4 所示, 整个循环过程的持续时间约为  $16\text{ s}$ , 远小于在区域 C 中所观测到的典型周期. 在区域 D, 典型的分层构型如图 4(a)(b)(c)所示是部分巴西果分层, 即大的铜颗粒大部分处于上层, 小的氧化铝颗粒主要聚于下层, 但仍有许多氧化铝颗粒进入到以铜颗粒为主的上层. 从某一时刻开始, 氧化铝颗粒突然由下层的某一位置涌出(图 4(d)), 经很短时间铜颗粒为主的层被完全覆盖(图 4(e)). 之后氧化铝颗粒开始经以铜颗粒为主的部分分离层向下渗漏, 在此阶段可观察到不完全三明治结构(图 4(f)). 上层的氧化铝持续向下渗漏(图 4(g)), 此渗漏过程在上层的氧化铝颗粒消失后完全中止, 随后不完全三明治状态消失, 上部渗漏继续, 系统重回不完全巴西果结构(图 4(h)(i)), 这时所形成的分层构型是接近混合状态的部分巴西果分层. 接着, 将开始新一轮的循环反转.

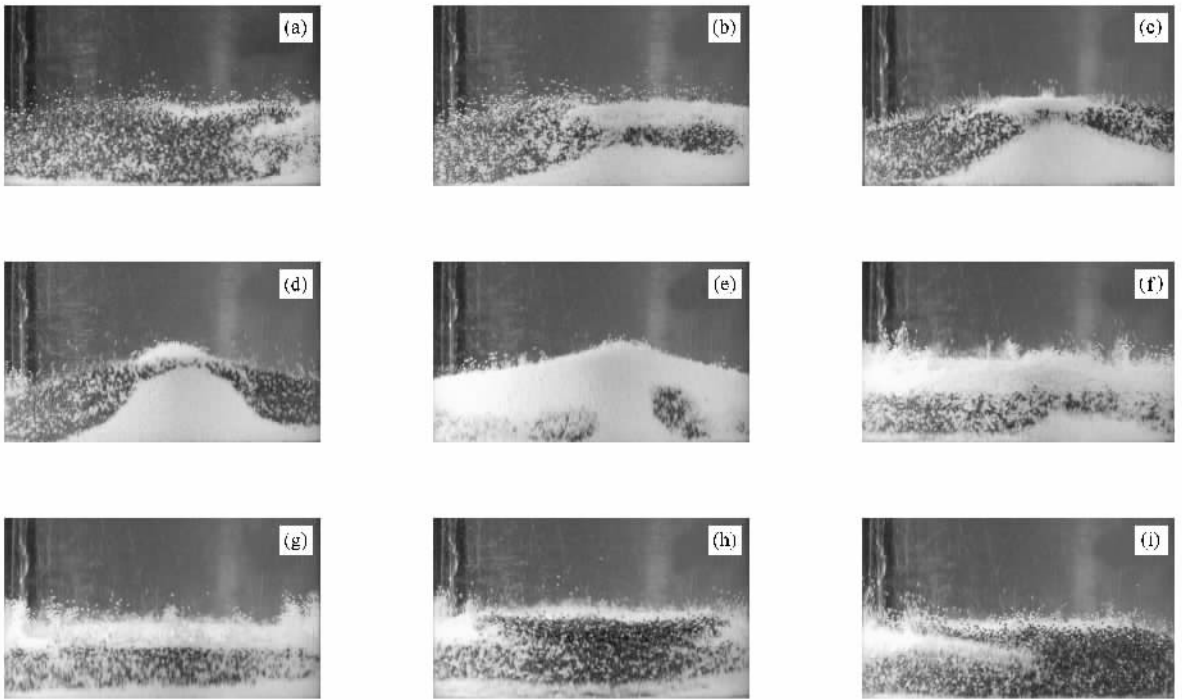


图4 颗粒系统进入边界过渡区的过程

当加速度增加到  $\Gamma = 6.5$ , 在  $f = 50 \text{ Hz}$  时, 颗粒系统表现出明显的不稳定性. 如图 5 所示, 系统不再有明显的分层现象出现(图 5(a)), 并伴随有一些奇异的非线性现象, 如孤子运动(图 5(b))、断层现象(图 5(c))等. 但与区域 C 和区域 D 不同, 这里各种现象的出现大都是随机的, 不能用一个标准时间来预测, 因而我们定义此区域为混合区. 当频率加大到  $80 \text{ Hz}$  左右时, 上述两种循环反转区域(区域 C 和区域 D)都将消逝, 在特定的频率和加速度之下还会有稳定斑图出现<sup>[4]</sup>. 高频区域的情况比较复杂, 将在以后的工作中进行详细的研究.

## 4. 讨 论

对动态循环反转现象的形成机制, 我们可根据碰撞、磨擦及空气的耗散作用所产生的耗散结构<sup>[19-26]</sup>给出定性的解释. 开始时, 颗粒系统形成巴西果的耗散结构以后, 由于碰撞、磨擦和空气的因素, 铜颗粒层的动能被大大耗散掉, 而通过与氧化铝颗粒层的接触来获得动能又不足以弥补, 铜颗粒能运动的范围就明显减小, 铜颗粒层就变得越来薄. 紧密稳定铜颗粒层限制氧化铝颗粒运动的范围, 迫使氧化铝颗粒层变薄<sup>[20]</sup>, 同时铜颗粒层与氧化铝颗粒层更频繁地碰撞吸收了更多的能量. 这时, 本应

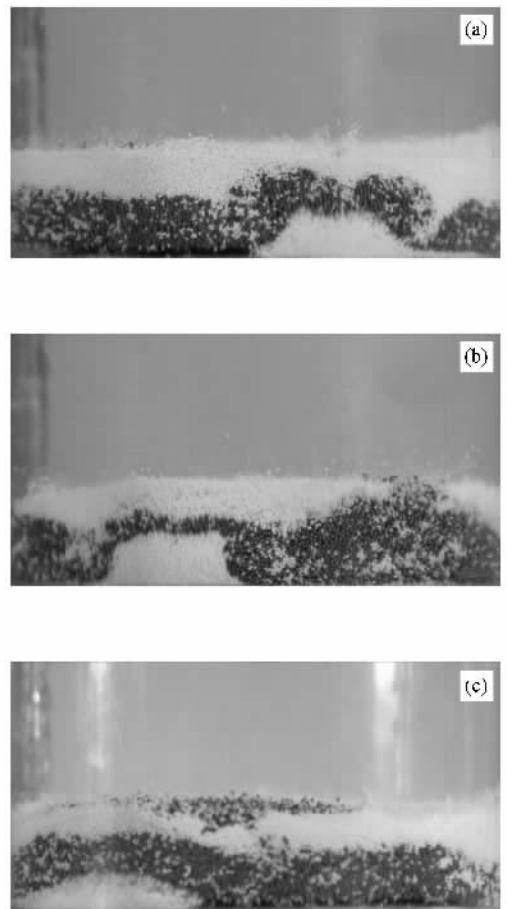


图5 颗粒系统的不稳定现象

该使铜颗粒层变厚,可是空气对于上层颗粒的强烈耗散,尽管碰撞和磨擦的作用对于此时的铜颗粒层已经减弱,使铜颗粒层依然维持较紧密稳定的结构<sup>[21]</sup>.而氧化铝颗粒层的碰撞越来越频繁,平均动能越来越大,内部空气的气压也逐步上升<sup>[26]</sup>.由于铜颗粒层不能再吸收更多的能量和压住底部气压,最终氧化铝颗粒层以膨胀成堆的激烈方式破坏了系统相对稳定的耗散结构.接着形成三明治(或反巴西果状态),由于铜颗粒层直接接触容器底部或夹杂着少量的氧化铝颗粒,铜颗粒层获得能量变厚.同时,氧化铝颗粒层变薄,且氧化铝颗粒慢慢渗漏并穿过膨胀的铜颗粒层到最下层.最后,等上层氧化铝颗粒漏完后,就又形成了巴西果结构,开始了新一轮

耗散竞争.

为了考察循环反转态现象的形成与空气的关系,我们把混合颗粒系统放置在真空环境(气压  $P < 50 \text{ Pa}$ )下进行了观测,没有看到任何的循环反转现象.这证实了空气在形成循环反转态中的作用,为我们的机理解释提供了间接的依据.

## 5. 结 论

二元混合颗粒系统在受迫于一定频率和加速度的垂直振动时会出现巴西果、反巴西果、三明治这几种构型之间的动态循环反转状态.这种现象的形成是由于空气作用的结果.

- [ 1 ] Herrmann H J , Hovi J P , Luding S 1998 *Physics of Dry Granular Media* ( Dordrecht , Boston , London : Kluwer Academic Publishers )
- [ 2 ] Quinn P V , Hong D C , Luding S 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 189604
- [ 3 ] Breu A P J , Ensner H M , Kruehle C A , Rehberg I 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 014302
- [ 4 ] Knight J B , Jaeger H M , Nagel S R 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 3728
- [ 5 ] Nahmad-Molinari Y , Canul-Chay G , Ruiz-Suarez J C 2003 *Phys. Rev. E* **68** 041301
- [ 6 ] Liffman K , Muniandy K , Rhodes M , Gutteridge D , Metcalfe G 2001 *Granular Matter* **3** 205
- [ 7 ] Yan X , Shi Q , Hou M , Lu K , Chan C K 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 014302
- [ 8 ] Duran J , Rajchenbach J , Clement E 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2431
- [ 9 ] Rosato A , Strandburg K J , Prinz F , Swendsen R H 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1038
- [ 10 ] Jaeger H M , Nagel S R , Behringer R P 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259
- [ 11 ] Hong D C , Quinn P V , Luding S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3423
- [ 12 ] Shi Q F , Yan X , Niu X J , Hou M Y , Lu K Q 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 627
- [ 13 ] Jiang Z H , Lu K Q , Hou M Y , Chen W , Chen X J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2244 ( in Chinese ) [ 姜泽辉、陆坤权、厚美瑛、陈唯、陈相君 2003 物理学报 **52** 2244 ]
- [ 14 ] Walliser H 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 189603
- [ 15 ] Burtally N , King P J , Swift M R 2002 *Science* **295** 1877
- [ 16 ] Hsiao S S , Yu H Y 1997 *Powder Technol.* **93** 83
- [ 17 ] Shi Q F , Sun G , Hou M Y , Lu K Q 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 3080
- [ 18 ] Breu A P J , Ensner H M , Kruehle C A , Rehberg I 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 014302
- [ 19 ] Biswas P , Sanchez P , Swift M R , King P J 2003 *Phys. Rev. E* **68** 050301
- [ 20 ] Yuu S , Abe T , Saitoh T , Umekage T 1995 *Adv. Powder Technol.* **6** 259
- [ 21 ] Laroche C , Douady S , Fauve S 1989 *J. Phys. ( Paris)* **50** 699
- [ 22 ] Lai P Y , Jia L C , Chan C K 2000 *Phys. Rev. E* **61** 5593
- [ 23 ] Williams J C 1976 *Powder Technol.* **15** 245
- [ 24 ] Harwood C 1977 *Powder Technol.* **16** 51
- [ 25 ] Williams J C 1963 *Fuel Soc. J.* **14** 29
- [ 26 ] Knight J B , Ehrichs E E , Kuperman V Y , Flint J K , Jaeger H M , Nagel S R 1996 *Phys. Rev. E* **54** 5726

# Cycle of segregation patterns in vertically vibrated binary granular mixtures<sup>\*</sup>

Liang Xuan-Wen<sup>1)</sup> Li Liang-Sheng<sup>1)B)</sup> Hou Zhao-Guo<sup>1)</sup> Lü Zhen<sup>1)</sup>  
Yang Lei<sup>1)</sup> Sun Gang<sup>2)</sup> Shi Qing-Fan<sup>1)†</sup>

<sup>1)</sup> *Department of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*

<sup>2)</sup> *Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*

<sup>3)</sup> *Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*

( Received 8 May 2007 ; revised manuscript received 29 September 2007 )

## Abstract

A new phenomenon of granular segregation is observed, in which the binary granular mixture submitted to the vertically vibration behaves in cyclic segregation patterns which switches between the Brazil nut, reverse Brazil nut and sandwich patterns with a frequency that accelerates with time. The rule of cycling is investigated, and the phase diagram is depicted. The new phenomenon is qualitatively explained in terms of the collision, friction and air dissipation, and it was experimentally verified that the cycling of segregation patterns has close relation with the presence of air.

**Keywords** : granular matter, Brazil nut effect, phase segregation

**PACC** : 4610, 8228M, 0520

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10675018, 10674157 ).

<sup>†</sup> E-mail : qfshi123@bit.edu.cn