第 57 卷 第 4 期 2008 年 4 月
1000-3290/2008/57(04)/2595-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57, No.4, April, 2008

缓变地形下 Rossby 波振幅演变满足的带有强迫项的 KdV 方程*

达朝究[1)3)†]　丑纪范[1)2)]

1)(兰州大学大气科学学院，兰州 730000)
2)(中国气象局培训中心，北京 100081)
3)(西北民族大学计算机科学与信息工程学院，兰州 730124)

(2007 年 7 月 10 日收到；2007 年 9 月 5 日收到修改稿)

运用非线性方法与摄动法，讨论了当地形随时间缓变时 Rossby 波振幅的演变问题. 从均值流体准地转涡度方程推导，得到 Rossby 波振幅演变满足带有强迫项的 KdV 方程的结论，而地形随时间的缓慢变化诱导了该方程的强迫项.

关键词：非线性 Rossby 波，带有强迫项的 KdV 方程，摄动法，缓变地形
PACC：9260X

1. 引　　言

在地球物理流体中，经常观测到一些生命史很长、结构上有组织且前后一致的大尺度永久性波动. 这些波动都具有稳定的、大振幅孤立系统的特征，因此人们用一种以定常速度移动而波形不变的局地扰动来描述这类现象，并称之为 Rossby 孤立波. 线性 Rossby 波是很强的频散波，它不能维持孤立波的特征. 由于非线性效应有把波拉陡的趋势，因此人们利用非线性、有限振幅、永久性孤立波的动力学模式来解释在大气和海洋中观测到的这类现象. 对于正压流体，Long[1] 在 1964 年作了开创性的研究，得到在 β 平面近似下 Rossby 波振幅演变满足 KdV 方程，还进一步得到当切变基本流 $U(y)$ 随纬度增大时孤立波为脊，当切变基本流 $U(y)$ 随纬度减少时孤立波为槽. Benney[2] 在 1966 年推广了 Long 的结论，同时还得到 Rossby 孤立波波速与波振幅有关的结论，这刻画了非线性波的重要特性. Larsen[3] 和 Clarke[4] 也研究了 Rossby 孤立波振幅的演变，他们都得到了一系列与文献[1]类似的结论. Redekopp[5] 和 Wadati[6] 从均值流体模式和分层流体模式推导了 Rossby 孤立波振幅演变的方程，得到 Rossby 孤立波振幅演变分别满足 KdV 方程和改进的 KdV(mKdV)方程的结论，大大推广了文献[1]的结论. Redekopp 等[7] 研究了切变纬向流中的 Rossby 孤立波，得到在纬向流中 Rossby 波振幅演变满足非线性 KdV 方程. Maslowe 等[8] 讨论了在分层流体中纬向流的切变对 Rossby 波的影响. Boyd[9,10] 用多重尺度法，从基本方程推导出在正压流体中小振幅 Rossby 孤立波振幅演变满足非线性 KdV 方程，在分层流体中满足非线性 mKdV 方程的结论，这些都推广了文献[7]的结果. 刘式适等[11] 研究了参数 β 随纬度的变化，并且引进了参数 $\gamma \equiv -\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}y = 2\Omega\sin\varphi/a^2$，同时把 β 平面近似模式推广为含参数 γ 的近似模式，在这个基础上讨论了参数 γ 对 Rossby 波的影. 罗德海[12,13] 用推广的 β 平面近似模式[11]，研究了 Rossby 孤立波和 β 随纬度变化的关系，得到 β 随纬度的变化可能是偶极子阻塞的原因. 赵强[14] 讨论了地形对热带大气超长尺度 Rossby 波的影响，指出地形随纬度的变化能够导致热带大气超长尺度 Rossby 波波动不稳定. 文献[15]用一个简单的赤道 β 平面浅水模式和多重尺度摄动法，从描述赤道 Rossby 孤立波的正压大气涡度方程中，推导出在切变纬向流中非线性赤道 Rossby 孤立波振幅演变满足的非线性 Schrödinger 方程，进一步分析了切变纬向流对非线性赤道 Rossby 孤立

* 国家重点基础研究发展规划(批准号：2006CB400503)和国家自然科学基金(批准号：90411008，40675044)资助的课题.

† E-mail：dachj06@lzu.cn

波波动的影响.封国林等[16]建立了南方涛动与厄尔尼诺循环统一(ENSO)的海-气振荡子的随机动力学模型,同时也证明了其含有唯一的一个极限环解,并且这一极限环是一个稳定的吸引子.何文平等[17]研究了 Rössler 系统,得到定常强迫能够导致混沌系统产生振幅死亡的结论.文献[18,19]给出了 Jacobi 椭圆函数展开法,用该展开法求解了 KdV 方程的周期解和某一类变系数 KdV 方程的解析解,并且论证了 KdV 方程的周期解可以退化为孤立波解.文献[20,21]利用变分原理,求解了一类非线性广义 Landau-Ginzburg-Higgs 方程的孤立波的任意次精度的近似解.在全球变暖的影响下,全球冰川呈现强烈的退缩趋势[22];工业革命以来,由于人类活动的加剧与废气的排放,全球海平面有了较大幅度的升高[23].这些都说明地形会随时间发生变化.在本文中,我们研究当地形随时间缓变时,Rossby 孤立波振幅的演变.

2. 方程的推导

2.1. 控制方程与边界条件

取控制方程为准地转涡度方程[24,25]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\psi\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\psi\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[\nabla^2\psi+\frac{f_0}{H}h_B(y,t)\right]=0, \tag{1}$$

式中 H 是流体的平均高度,f_0 是局地科氏参数,两者均为常数;∇^2为 Laplace 算子;$h_B(y,t)$为地形高度.假设

$$h_B(y,t)=h_{B0}(y)+\varepsilon h_{B1}(t),$$

其中第一项 $h_{B0}(y)$是纬度的函数;第二项 $\varepsilon h_{B1}(t)$是地形随时间的缓慢变化函数,而 $\varepsilon\ll1$ 是一个小参数,度量地形随时间变化快慢的程度,ε 越小说明变化程度越小.由此可知,地形是纬度和时间的函数,特别是地形是随时间缓变的.

侧边界条件为刚壁条件,即

$$\psi(y_1)=\psi(y_2)=0, \tag{2}$$

式中 y_1,y_2 为纬向流的南、北边界.引进一系列无量纲量

$$(x,y)=L_0(\bar{x},\bar{y}),$$

$$t=\frac{L_0}{U_0}\bar{t},$$

$$\psi=U_0L_0\bar{\psi},$$

$$h_{B0}=\frac{H}{f_0}\frac{U_0}{L_0}\bar{h}_{B0},$$

$$h_{B1}=\frac{H}{f_0}\frac{U_0}{L_0}\bar{h}_{B1}, \tag{3}$$

式中 L_0 为空间的水平特征量,U_0 为速度的特征量,带有上横线的均为无量纲量.将(3)式代入方程(1),并略去上横线(本文后面所有的无量纲量都不带上横线),得到无量纲方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\psi\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\psi\frac{\partial}{\partial x}\right)[\nabla^2\psi+h_{B0}(y)+\varepsilon h_{B1}(t)]=0. \tag{4}$$

取方程(4)为基本方程.侧边界条件(2)式中取无量纲量为 $y_1=0,y_2=1$ 时,则边界条件表示为

$$\psi(0)=\psi(1)=0. \tag{5}$$

2.2. 带有强迫项的 KdV 方程的推导

取基本流为纬向流

$$\Psi(y)=-\int[U(y)-c_0]\mathrm{d}y, \tag{6}$$

式中 c_0 是线性 Rossby 波在切变纬向流中的波速,c_0 待定(后面将看到,c_0 是某一本征值问题的本征值).而(6)式的取法相当于作如下变换:

$$\tilde{x}=x-c_0t. \tag{7}$$

(7)式等号左边的 $\tilde{x}$ 是新坐标,右边是旧坐标,即下面将以速度 c_0 移动的坐标系上讨论问题.现在的流函数已不是原来的流函数,但是在本文中是不会引起混淆的,所以我们仍用流函数表示.于是,总的流函数为

$$\psi=\Psi(y)+\varepsilon\hat{\psi}=-\int[U(y)-c_0]\mathrm{d}y+\varepsilon\hat{\psi}, \tag{8}$$

其中 $\hat{\psi}$为扰动流函数,ε 在这里也可以度量非线性程度的强弱.当 $\varepsilon\ll1$ 时,这就是一个弱非线性问题,这正是我们所要讨论的问题.将(8)式代入方程(4),同时略去上拐角号,得扰动流函数的方程

$$\varepsilon\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}h_{B1}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi+\varepsilon(h'_{B0}-U'')\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{x}}+\varepsilon(U-c_0)\frac{\partial}{\partial\tilde{x}}\nabla^2\psi+\varepsilon^2J[\psi,\nabla^2\psi]=0, \tag{9}$$

式中 U''为函数 $U(y)$的二阶导数,h'_{B0}为函数 $h_{B0}(y)$的一阶导数,

$$J[A,B]=\frac{\partial A}{\partial\tilde{x}}\frac{\partial B}{\partial y}-\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial B}{\partial\tilde{x}}$$

为 Jacobi 算子.

对方程(9),求弱非线性($0<\varepsilon\ll1$)问题的渐近

解.为此引进缓变坐标

$$X = \varepsilon^{1/2}\tilde{x}, \quad T = \varepsilon^{3/2}t, \tag{10}$$

我们有

$$\frac{\partial}{\partial\tilde{x}} = \varepsilon^{1/2}\frac{\partial}{\partial X}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \varepsilon^{3/2}\frac{\partial}{\partial T}, \quad \frac{\partial^2}{\partial\tilde{x}^2} = \varepsilon\frac{\partial^2}{\partial X^2}. \tag{11}$$

应当注意的是,由于相速度是在快时间尺度下的物理量,而我们在以相速度移动的坐标系中讨论问题[24],已没有快变化了.将(10),(11)式代入方程(9),化简后得

$$(h'_{B0} - U'')\frac{\partial}{\partial X}\psi + (U - c_0)\frac{\partial^2}{\partial y^2}\frac{\partial}{\partial X}\psi + \varepsilon\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1} + \frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi + (U - c_0)\frac{\partial^3}{\partial X^3}\psi\right] + \varepsilon J\left[\psi, \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi\right] + O(\varepsilon^2) = 0. \tag{12}$$

在方程(12)中已没有快变量 $\tilde{x}$ 和 t,只有慢变量 X 和 T;

$$J[A, B] = \frac{\partial A}{\partial X}\frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial B}{\partial X}.$$

为了表述方便,引进两个线性微分算子

$$L_0 = \left[(U - c_0)\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (h'_{B0} - U'')\right]\frac{\partial}{\partial X}, \tag{13}$$

$$L_1 = \frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (U - c_0)\frac{\partial^3}{\partial X^3}. \tag{14}$$

这样方程(12)可以写为

$$L_0(\psi) + \varepsilon L_1(\psi) + \varepsilon\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1} + \varepsilon J\left[\psi, \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi\right] + O(\varepsilon^2) = 0. \tag{15}$$

假设扰动流函数有如下的小参数展开形式[26]:

$$\psi = \psi^{(1)} + \varepsilon\psi^{(2)} + \varepsilon^2\varphi^{(3)} + \cdots, \tag{16}$$

将(16)式代入方程(15)和边界条件(5)式,同时注意到微分算子(13),(14)式,得到各阶摄动问题的方程与边条件.

对于 $O(\varepsilon^0)$ 阶,得到线性问题

$$L_0[\psi^{(1)}] = 0, \tag{17}$$

$$\psi^{(1)}(0) = \psi^{(1)}(1) = 0. \tag{18}$$

假设 $\psi^{(1)}$ 有如下形式的分离变量解:

$$\psi^{(1)} = A(X, T)\Phi^{(1)}(y), \tag{19}$$

将(19)式代入方程(17)及边界条件(18)式,注意到微分算子(13)式,如果

$$\Phi^{(1)}(y) = 0,$$

则扰动流函数 ψ 的零阶展开式 $\psi^{(1)} = 0$,问题没有意义.同样,若

$$\frac{\partial A}{\partial X} = 0,$$

得到函数 $A(X, T)$ 不随变量 X 变化,问题比较简单,我们也不做讨论.这样,就得到 $\Phi^{(1)}$ 满足如下的本征值问题[27]:

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}y^2} + \frac{h'_{B0} - U''}{U - c_0}\right)\Phi^{(1)} = 0, \tag{20}$$

$$\Phi^{(1)}(0) = \Phi^{(1)}(1) = 0. \tag{21}$$

在方程(20)中,已经假设 $U - c_0 \neq 0$.这样,对于确定的函数 $U(y)$,$h_{B0}(y)$,方程(20)与边界条件(21)式组成一个本征值问题,从该本征值问题中能够确定本征函数 $\Phi^{(1)}(y)$和本征值 c_0.但是 $U(y)$和 $h_{B0}(y)$是纬度变量 y 的函数,一般为非线性函数,所以该本征值问题是一个变系数的本征值问题,一般不能够求得其解析解.在本阶问题中,我们只能确定波的空间结构,而不能确定波振幅随时间的演变.为了确定波振幅 $A(X, T)$的演变,还要求解高阶问题.

对于 $O(\varepsilon^1)$阶,得到

$$L_0[\psi^{(2)}] = -\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1} + L_1[\psi^{(1)}] + J\left[\psi^{(1)}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi^{(1)}\right]\right\}, \tag{22}$$

$$\psi^{(2)}(0) = \psi^{(2)}(1) = 0. \tag{23}$$

令

$$F_2 = -\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1} + L_1[\psi^{(1)}] + J\left[\psi^{(1)}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi^{(1)}\right]\right\}. \tag{24}$$

在(24)式中,由

$$L_1 = \frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (U - c_0)\frac{\partial^3}{\partial X^3}$$

可知,在本阶出现了 X 方向的频散效应.在方程(22)中,由于 $J\left[\psi^{(1)}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi^{(1)}\right]$ 的存在,表示在本阶也出现了非线性效应.由于频散效应与非线性效应不是出现在 $O(\varepsilon^0)$阶,故分别为弱频散效应和弱非线性效应.

假设 $\psi^{(2)}$有形如 $B(X, T)\Phi^{(2)}(y)$的可分离变量的解,用 $\Phi^{(1)}(y)$乘方程(22)的两端,并在变量 y 的区间上积分,注意到方程(20)及边界条件(21),(23)式以及恒等式

$$\Phi^{(1)}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi^{(2)} \equiv \frac{\partial}{\partial y}\left[\Phi^{(1)}\frac{\partial}{\partial y}\Phi^{(2)}\right]$$

$$-\frac{\partial}{\partial y}\left[\Phi^{(2)}\frac{\partial}{\partial y}\Phi^{(1)}\right]+\Phi^{(2)}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi^{(1)},\qquad(25)$$

得到消奇异条件

$$\int_0^1\Phi^{(1)}(y)\frac{F_2}{U-c_0}\mathrm{d}y=0.\qquad(26)$$

这表明,若摄动问题(16)式有效,方程(22)的强迫项 F_2 必须满足条件(26)式,否则将出现无穷大振幅的奇异响应,即共振现象.将(24)式代入方程(26),有

$$\int_0^1\Phi^{(1)}(y)\times\frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1}+L_1[\psi^{(1)}]+J\left[\psi^{(1)},\frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi^{(1)}\right]}{U-c_0}\mathrm{d}y=0.\qquad(27)$$

将(19)式代入方程(27)并注意到方程(20),有

$$\int_0^1[\Phi^{(1)}(y)]^2\frac{h'_{B0}-U''}{(U-c_0)^2}\mathrm{d}y\frac{\partial A}{\partial T}-\int_0^1[\Phi^{(1)}(y)]^2\mathrm{d}y\frac{\partial^3A}{\partial X^3}+\int_0^1[\Phi^{(1)}(y)]^3\frac{1}{U-c_0}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\frac{h'_{B0}-U''}{U-c_0}\right)\mathrm{d}yA\frac{\partial A}{\partial X}-\int_0^1\Phi^{(1)}(y)\frac{1}{U-c_0}\mathrm{d}y\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1}=0.\qquad(28)$$

若记

$$I_0=\int_0^1[\Phi^{(1)}(y)]^2\frac{h'_{B0}-U''}{(U-c_0)^2}\mathrm{d}y,\qquad(29)$$

$$S_0=\frac{-\int_0^1[\Phi^{(1)}(y)]^2\mathrm{d}y}{I_0},\qquad(30)$$

$$R_{00}=\frac{\int_0^1[\Phi^{(1)}(y)]^3\frac{1}{U-c_0}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\frac{h'_{B0}-U''}{U-c_0}\right)\mathrm{d}y}{I_0},\qquad(31)$$

$$P_0=\frac{-\int_0^1\Phi^{(1)}(y)\frac{1}{U-c_0}\mathrm{d}y}{I_0},\qquad(32)$$

易知系数 I_0,S_0,P_0 和 R_{00} 均为常数.这样,方程(28)就可以简写为

$$\frac{\partial A}{\partial T}+R_{00}A\frac{\partial A}{\partial X}+S_0\frac{\partial^3A}{\partial X^3}+P_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1}=0,\qquad(33)$$

式中 $\Phi^{(1)}(y)$ 由本征值问题(20),(21)式确定.如果地形不随时间缓变,即

$$h_{B1}(T)=\text{const}.,$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1}=0,$$

$$h_B(y,t)=h_{B0}(y)+c,$$

其中 c 为一常数,$c=\varepsilon\cdot\text{const}$.方程(33)就退化为

$$\frac{\partial A}{\partial T}+R_{00}A\frac{\partial A}{\partial X}+S_0\frac{\partial^3A}{\partial X^3}=0.\qquad(34)$$

方程(34)就是著名的 KdV 方程,而方程(33)是一个带有强迫项的 KdV 方程,强迫项 $P_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}T}h_{B1}$ 对于其解会有影响,也就是对于 Rossby 波振幅演变有影响.当 $R_{00}=0$,方程(34)成为线性 KdV 方程.而线性 KdV 方程没有孤立波解[28],所以 Rossby 孤立波存在的必要条件是纬向流在纬度方向有切变.

3. 结 论

Rossby 孤立波振幅的演变在不考虑地形随时间变化时,一般满足 KdV 方程.但是地形在慢尺度下是随时间缓慢变化的,这就要求讨论在地形随时间变化的条件下 Rossby 孤立波振幅的演变问题.本文在均值流体准地转涡度方程的基础上,用弱非线性方法与摄动法研究了地形随时间缓慢变化时,Rossby 孤立波振幅的演变,得到了描述 Rossby孤立波振幅演变的带有强迫项的 KdV 方程.

[1] Long R 1964 *J. Atmos. Sci.* **21** 197
[2] Benney D J 1966 *J. Math. Phys.* **45** 52
[3] Larsen L N 1965 *J. Atmos. Sci.* **22** 222
[4] Clarke A 1971 *J. Geophys. Fluid Dyn.* **2** 343
[5] Redekopp L G 1977 *J. Fluid Mech.* **82** 725
[6] Wadati M 1973 *J. Phys. Soc. Jpn.* **34** 1289
[7] Redekopp L G, Weidman P D 1978 *J. Atmos. Sci.* **35** 790
[8] Maslowe S A, Redekopp L G 1980 *J. Fluid Mech.* **101** 321
[9] Boyd J P 1980 *J. Phys. Oceanogr.* **10** 1699
[10] Boyd J P 1980 *J. Phys. Oceanogr.* **13** 428
[11] Liu S K, Tan B K 1992 *Appl. Math. Mech.* **13** 35 (in Chinese) [刘式适、谭本馗 1992 应用数学和力学 **13** 35]
[12] Luo D H 1991 *Acta Meteor. Sin.* **5** 587
[13] Luo D H 1995 *J. Appl. Meteor.* **6** 220 (in Chinese) [罗德海 1995 应用气象学报 **6** 220]
[14] Zhao Q 1997 *J. Trop. Meteor.* **13** 140 (in Chinese) [赵 强 1997 热带气象学报 **13** 140]
[15] Zhao Q, Fu Z T, Liu S K 2001 *Adv. Atmos. Sci.* **18** 418

[16] Feng G L, Dong W J, Jia X J, Cao H X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1181 (in Chinese) [封国林、董文杰、贾晓静、曹鸿兴 2002 物理学报 **51** 1181]

[17] He W P, Feng G L, Gao X Q, Li J P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6192 (in Chinese) [何文平、封国林、高新全、李建平 2006 物理学报 **55** 6192]

[18] Liu S K, Fu Z T, Liu S D, Zhao Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2068 (in Chinese) [刘式适、付遵涛、刘式达、赵　强 2001 物理学报 **50** 2068]

[19] Liu S K, Fu Z T, Liu S D, Zhao Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1923 (in Chinese) [刘式适、付遵涛、刘式达、赵　强 2002 物理学报 **51** 1923]

[20] Mo J Q, Zhang W J, He M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1843 (in Chinese) [莫嘉琪、张伟江、何　铭 2007 物理学报 **56** 1843]

[21] Mo J Q, Zhang W J, He M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1847 (in Chinese) [莫嘉琪、张伟江、何　铭 2007 物理学报 **56** 1847]

[22] Shi Y F, Liu S Y, Shangguan D H, Li D L, Ye B S, Shen Y P 2006 *Adv. Clim. Chan. Res.* **2** 154 (in Chinese) [施雅风、刘时银、上官冬辉、李栋梁、叶柏生、沈永平 2006 气候变化研究进展 **2** 154]

[23] Zhuang L H, Yan J, Chang F M 2003 *Marine Geol. Lett.* **19** 14 (in Chinese) [庄丽华、阎　军、常凤鸣 2003 海洋地质动态 **19** 14]

[24] Zhu B Z, Jin F F, Liu Z Y 1991 *An Introduction to the Nonlinear Dynamics of the Atmosphere and Ocean* (Beijing: China Ocean Press) pp27—29, 75—89 (in Chinese) [朱抱真、金飞飞、刘征宇 1991 大气和海洋的非线性动力学概论 (北京：海洋出版社) 第 27—29,75—89 页]

[25] Wang B, Weng H Y 1981 *An Introduction to the Geophysical Fluid Dynamics* (Beijing: China Ocean Press) pp60—141 (in Chinese) [王　斌、翁衡毅 1981 地球物理流体动力学导论 (北京：海洋出版社) 第 60—141 页]

[26] Jeffrey A, Kawahara T 1982 *Asymptotic Methods in Nonlinear Waves Theory* (Melbourne: Pitman Publishing Inc.) pp256—266

[27] Liang K M 1960 *Method of Mathematical Physical* (Beijing: Higher Education Press) pp261—270 (in Chinese) [梁昆淼 1960 数学物理方法 (北京：高等教育出版社) 第 261—270 页]

[28] Guo B L, Pang X F 1987 *Soliton* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [郭柏灵、庞小峰 1987 孤立子 (北京：科学出版社)]

KdV equation with a forcing term for the evolution of the amplitude of Rossby waves along a slowly changing topography*

Da Chao-Jiu[1)3)†]　Chou Ji-Fan[1)2)]

1) (*College of Atmospheric Sciences, Lanzhou University, Lanzhou* 730000, *China*)

2) (*China Meteorological Administration Training Center, Beijing* 100081, *China*)

3) (*College of Computer Science and Information Engineering, Northwest University for Nationalities, Lanzhou* 730124, *China*)

(Received 10 July 2007; revised manuscript received 5 September 2007)

Abstract

Employing the weakly nonlinear method and perturbation method, the evolution of the amplitude of Rossby waves when the topography slowly changes is studied. A KdV equation with a forcing term governing this evolution is obtained from the quasi-geostrophic vorticity equation, and the forcing term is induced by the slowly changing topography.

Keywords: nonlinear Rossby waves, KdV equation with forcing term, perturbation method, slowly changing topography

PACC: 9260X

* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2006CB400503) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 90411008, 40675044).

† E-mail: dachj06@lzu.cn