

# 库仑势对抛物量子点量子比特消相干的影响\*

尹辑文<sup>1)†</sup> 肖景林<sup>2)</sup> 于毅夫<sup>1)</sup> 王子武<sup>1)</sup>

1) 内蒙古赤峰学院物理与电子信息工程系, 赤峰 024000)

2) 内蒙古民族大学物理与电子信息学院, 通辽 028043)

(2007 年 9 月 6 日收到, 2007 年 9 月 27 日收到修改稿)

采用 Pekar 类型的变分方法, 在电子与体纵光学声子强耦合的条件下, 计算得出了抛物量子点中电子的基态能量和第一激发态能量及其相应的本征波函数. 量子点中这样的二能级体系可以作为一个量子比特. 由于声子的自发辐射, 造成量子比特的消相干, 讨论了消相干时间与库仑结合参数, 耦合强度, 受限长度, 色散系数的变化关系.

关键词: 量子点, 量子比特, 量子信息, 消相干

PACC: 0367, 7138

## 1. 引 言

量子计算机是目前信息科学研究的热点. 它通过两态量子系统储存信息, 在量子力学原理的基础上实现量子计算, 因此量子计算机是一个量子过程, 在整个计算过程中保持在某种程度上的量子相干性是必然的要求, 也就是要求量子存储单元(qubit)与外界环境有很好的隔离, 但是, 实际上量子存储单元总和外界环境发生或强或弱的相互作用, 破坏量子相干性导致量子信息的散失和量子计算的错误, 这种现象称为消相干. 因此量子消相干成为量子计算机物理实现的巨大障碍. 量子消相干以及怎样减少或消除消相干已成为众多学者研究的热点<sup>[1-4]</sup>.

近年来, 对于量子计算机的实现人们也先后提出了多种方案<sup>[5-6]</sup>. 而量子点量子计算机方案由于其可以集成的优点成为量子计算机实现的最有可能的方案. 量子点中的二能级体系可作为一个量子比特, 对于这样的单量子点量子比特 Li 等人提出了一个参数相图方案, 定义了单量子点能作为量子比特的参数使用范围, 同时利用外加电场来增加消相干的时间<sup>[7-8]</sup>. 本文以在抛物量子点中的二能级体系作为一个量子比特<sup>[9]</sup>, 研究了在低温的条件下, 由于声子的自发辐射而造成的量子比特的消相干, 讨论了消相干时间与库仑结合参数, 电子-声子耦合强度, 受

限长度和色散系数的变化关系.

## 2. 理论模型

考虑这样一个系统, 电子被束缚于抛物势和库仑势中, 同时电子与体纵光学声子相互作用, 使电子在一个方向(设为  $Z$  方向)比另外两个方向强受限得多, 所以只考虑电子在  $X-Y$  平面上运动, 设在单量子点中束缚电子的抛物势为

$$V(\rho) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \rho^2, \quad (1)$$

其中  $m^*$  为电子带质量,  $\rho$  为二维坐标矢量,  $\omega_0$  为量子点的受限强度, 电子-声子体系的哈密顿量为

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla_\rho^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \rho^2 + \sum_q \hbar \omega_{10} b_q^\dagger b_q + \sum_q (V_q e^{iq \cdot r} b_q + \text{h.c.}) - \frac{e^2}{\epsilon_\infty r}, \quad (2)$$

为了计算的方便取通常极化子单位  $\hbar = 2m^* = \omega_{10} = 1$ , 令  $\beta = \frac{e^2}{\epsilon_\infty}$  表示库仑结合参数, 则(2)式变为

$$H = -\nabla_\rho^2 + \frac{1}{4} \omega_0^2 \rho^2 + \sum_q b_q^\dagger b_q + \sum_q (V_q e^{iq \cdot r} b_q + \text{h.c.}) - \frac{\beta}{r}. \quad (3)$$

其中  $b_q^\dagger$  ( $b_q$ ) 为波矢为  $q$  ( $q = q_{\parallel}, q_{\perp}$ ) 的体纵光学声

\* 国家自然科学基金(批准号: 10747002)资助的课题.

† E-mail: yinjiwen1962@126.com

子的产生(湮没)算符,  $r = (\rho, z)$  为电子坐标矢量,  $-\frac{\beta}{r}$  是库仑势且

$$V_q = \frac{i}{q} \left( \frac{4\pi\alpha}{V} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{2} \left( \frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0} \right). \quad (5)$$

对哈密顿量(2)式中的库仑势作级数展开<sup>[10]</sup>

$$-\frac{\beta}{r} = -\sum_q \frac{4\pi\beta}{Vq^2} \exp(-iq \cdot r), \quad (6)$$

对哈密顿量(2)作 LLP 变换

$$U = \exp\left[ \sum_q (f_q b_q^+ - f_q^* b_q) \right], \quad (7)$$

其中  $f_q$  是变分函数, 则

$$H' = U^{-1} H U. \quad (8)$$

在高斯函数近似下, 依据 Pekar 类型的变分方法电子-声子体系的基态尝试波函数可以选为

$$|\varphi_{e-p}\rangle = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\lambda^2 \rho^2}{2}\right) |\xi(z)\rangle |0_{ph}\rangle, \quad (9)$$

其中  $\lambda$  是变分参量, 因为电子在  $Z$  方向强受限, 可将其看成只在无限薄的狭层内运动, 所以  $|\xi(z)\rangle = \delta(z)$ ,  $|0_{ph}\rangle$  为无微扰零声子态, 满足  $b_q |0_q\rangle = 0$ , 则电子的基态能量为

$$E_0(\lambda) = \langle \varphi_{e-p} | H' | \varphi_{e-p} \rangle = \lambda^2 + \frac{1}{\lambda_0^2 l_0^4} - \frac{1}{2} (2\pi)^{1/2} \alpha \lambda - \beta \sqrt{\pi} \lambda, \quad (10)$$

其中  $l_0 = \left(\frac{2}{\omega_0}\right)^{1/2}$ , 则抛物量子点中电子的基态能量为

$$E_0 = \lambda^2 + \frac{1}{\lambda_0^2 l_0^4} - \frac{1}{2} (2\pi)^{1/2} \alpha \lambda - \beta \sqrt{\pi} \lambda. \quad (11)$$

电子-声子体系的第一激发态尝试波函数可选为

$$|\varphi_{e-p}'\rangle = \frac{\lambda^2}{\sqrt{\pi}} \rho \exp\left(-\frac{\lambda^2 \rho^2}{2}\right) \exp(\pm i\phi) |\xi(z)\rangle |0_{ph}\rangle, \quad (12)$$

满足

$$\begin{aligned} \varphi_{e-p} | \varphi_{e-p}' \rangle &= 0, \\ \langle \varphi_{e-p}' | \varphi_{e-p} \rangle &= 1. \end{aligned} \quad (13)$$

由  $E_1 = \langle \varphi_{e-p}' | H' | \varphi_{e-p}' \rangle$  可得出电子的第一激发态能量

$$E_1(\lambda) = 2\lambda^2 + \frac{2}{\lambda_0^2 l_0^4} - \frac{11}{32} (2\pi)^{1/2} \alpha \lambda - \frac{\beta \sqrt{\pi} \lambda}{2}, \quad (14)$$

则抛物量子点中电子的第一激发态能量为

$$E_1 = 2\lambda_0^2 + \frac{2}{\lambda_0^2 l_0^4} - \frac{11}{32} (2\pi)^{1/2} \alpha \lambda_0 - \frac{\beta \sqrt{\pi} \lambda_0}{2}. \quad (15)$$

用变分法得出  $\lambda_0$  的值, 即可得出本征能级和相应的本征波函数.

这样得出了一个量子比特所需要的二能级体系. 当电子处于这样一个叠加态时

$$|\psi_{01}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle), \quad (16)$$

其中

$$|0\rangle = \varphi_0(\rho) = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\lambda_0^2 \rho^2}{2}\right), \quad (17)$$

$$|1\rangle = \varphi_1(\rho) = \frac{\lambda_0^2}{\sqrt{\pi}} \rho \exp\left(-\frac{\lambda_0^2 \rho^2}{2}\right) \exp(\pm i\phi). \quad (18)$$

即构成一个量子点量子比特.

在环境保持低温的情况下, 引入声子色散关系  $\omega = \omega_{10} - \eta c q^2$ , 基于费米黄金规则和偶级近似, 声子的自发辐射率为

$$T^{-1} = \frac{e^2 \Delta E}{2\pi \epsilon_0 \hbar^2 \eta} | \langle 0 | \rho | 1 \rangle |^2, \quad (19)$$

其中  $\epsilon_0$  为介电系数,  $c$  为光速,  $\eta$  为色散系数,  $\Delta E$  为  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  之间的能级差,  $T$  为消相干时间.

### 3. 结果与讨论

为了更清楚直观地说明抛物量子点量子比特的消相干时间与库仑结合参数  $\beta$ , 耦合强度  $\alpha$ , 受限长度  $l_0$  及色散系数  $\eta$  的变化关系, 数值结果表于图 1—3.

从图 1—3 的描绘中可以看出随着库仑结合参数的变大, 消相干时间逐渐变大, 这是由于库仑势的存在使电子的基态能量和第一激发态能量都变小, 而其对基态的影响大于激发态, 导致两态能级差变大造成声子自发辐射率的变小, 故消相干时间变大. 图 1 描绘了在受限长度分别为  $l_0 = 0.5$  和色散系数  $\eta = 0.2$ , 电子-声子耦合强度  $\alpha = 5, 5.5, 6$  时库仑结合参数与消相干时间的变化关系. 由图中也可以看出随着耦合强度的增强, 由于激发态的电子-声子耦合的强度比基态的电子-声子耦合的强度弱, 第一激发态与基态之间的能量差变大, 也造成声子自发辐射率变小, 从而使消相干时间逐渐变大. 但随着耦合强度的增强, 能量差变大, 当能量差的大小与辐射声

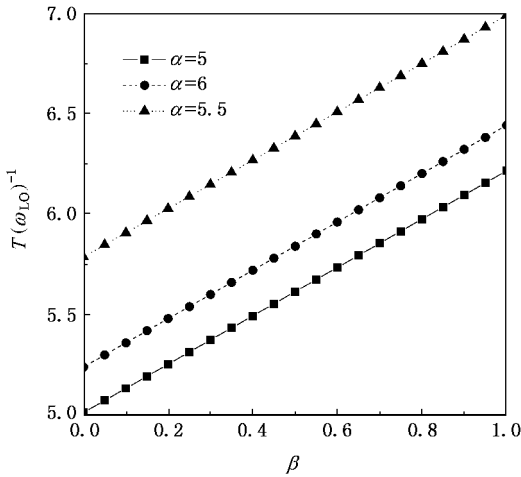


图1 在不同的耦合强度下消相干时间与库仑结合参数的变化关系

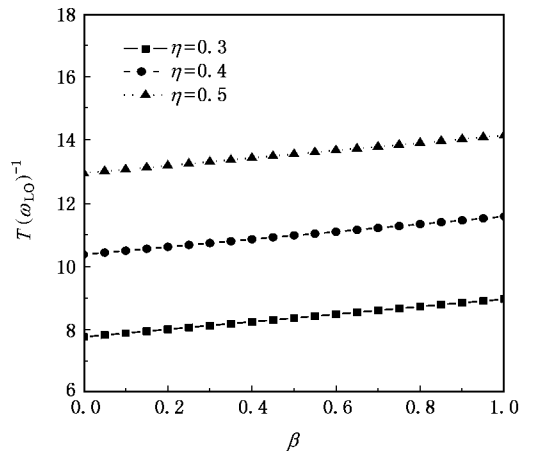


图3 在不同的色散系数下消相干时间与库仑结合参数的变化关系

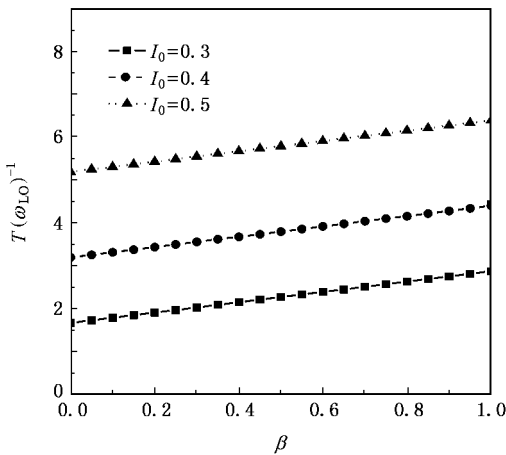


图2 在不同的受限长度下消相干时间与库仑结合参数的变化关系

子的能量恰好相等时,即能量差的频率与声子频率发生共振时,又使得自发辐射率变大,故消相干时间又变小,因而使消相干时间在耦合强度增加的局部产生波动.总之,从图中可以看出,随着耦合强度的增强,消相干时间尽管在耦合强度的局部有些波动,但总体趋势还是变大的.但随着耦合强度的增强,库仑结合参数的变大,电子在空间概率密度分布的振荡周期  $T = \frac{h}{\Delta E}$  ( $\Delta E$  为  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  之间的能级差) 是随之变小的<sup>[9]</sup>.这对于量子点量子比特信息存储是不利的.图2描绘了在电子-声子耦合强度  $\alpha = 6$ , 和色散系数  $\eta = 0.2$ , 受限长度  $l_0 = 0.3, 0.4, 0.5$  时,库仑结合参数与消相干时间的变化关系.从图中也可以看出,随着受限长度的增加,消相干时间变大.这是

由于受限强度的增加基态与激发态的能量差变大,使声子自发辐射率变小,而使得消相干时间变大.同时受限长度的增加也使得电子在空间概率密度分布的振荡周期  $T = \frac{h}{\Delta E}$  变大<sup>[9]</sup>.这些对量子点量子比特的信息存储是有利的.故在以量子点制备量子比特时应尽量让受限长度大即选择受限强度尽量小的材料.图3描绘了在电子-声子耦合强度  $\alpha = 6$ , 和受限长度  $l_0 = 0.5$  色散系数  $\eta = 0.3, 0.4, 0.5$  时,库仑结合参数与消相干时间的变化关系.从图中可以看出,随着色散系数的增加,消相干时间变大.色散系数是由材料本身性质决定,因此要想获得较长的消相干时间应选择色散系数较大的材料来制备量子点量子比特.

在含氢化杂质的晶体或纳米结构中,电子被库仑势束缚于氢化杂质中<sup>[11-13]</sup>.从以上的讨论中可以看出,由于库仑束缚势的存在,使得电子在叠加态的振荡周期变小,而振荡周期的变小,也就是量子位存活时间变小.这对于以量子点为存储单位进行信息的存储是极为不利的.但同时也可以看出正是由于库仑势的存在使得量子点量子比特的消相干时间变长.从这一方面对于以量子点为存储单位进行信息的存储又是有利的.

## 4. 结 论

在抛物量子点量子比特中,由于声子的自发辐射而造成的量子比特的消相干,消相干时间随着库仑结合参数、耦合强度、受限长度和色散系数的增加

而变大. 本文对以量子点制备量子比特在材料的选择上具有一定的指导意义.

- [ 1 ] Jeff P B ,Warren S W 1999 *Phys. Rev. A* **60** 4363  
 [ 2 ] Denis T ,Vladimir P 2004 *Phys. Rev. A* **69** 062309  
 [ 3 ] Grodecka A ,Machnikowski P 2006 *Phys. Rev. B* **73** 125306  
 [ 4 ] Marko L , Hans G K , Dieter S 2007 *Phys. Rev. A* **75** 042305  
 [ 5 ] Li S S ,Wu X G ,Zheng H Z 2004 *WuLi* **33** 404 ( in Chinese ) 李树深、吴晓光、郑厚植 2004 *物理* **33** 404 ]  
 [ 6 ] Jin G S ,Ahmadliz ,Li S S ,Niu Z C ,Yang F H ,Feng S L 2002 *WuLi* **31** 773 ( in Chinese ) 金光生、艾合买提·阿不力孜、李树深、牛智川、杨富华、封松林 2002 *物理* **31** 773 ]  
 [ 7 ] Li S S , Xia J B , Yang F H , Niu Z C , Feng S L , Zheng H Z 2001 *Journal of Applied Physics* **90** 6151  
 [ 8 ] Li S S , Long G L , Bai F S , Feng S L , Zheng H Z 2001 *Pro. Natl. Acad. Sci. USA* **98** 11847  
 [ 9 ] Wang Z W ,Xiao J L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 678 ( in Chinese ) [ 王子武、肖景林 2007 *物理学报* **56** 678 ]  
 [ 10 ] Chen S H ,Xiao J L 2007 *Physica B* **393** 213  
 [ 11 ] Li S S ,Kong X J 1992 *J. Phys :Condens. Matter* **4** 4815  
 [ 12 ] Li S S , Xia J B 2007 *Journal of Applied Physics* **101** 093716  
 [ 13 ] Li S S , Xia J B 2007 *Phys. Lett. A* **366** 120

## The effect of Coulomb potential to the decoherence of the parabolic quantum dot qubit<sup>\*</sup>

Yin Ji-Wen<sup>1)†</sup> Xiao Jin-Lin<sup>2)</sup> Yu Yi-Fu<sup>1)</sup> Wang Zi-Wu<sup>1)</sup>

<sup>1</sup> *Department of Physics and Electronic Information Engineering , Chifeng College , Chifeng 024000 , China )*

<sup>2</sup> *Department of Physics and Electronic Information , Inner Mongolia National University , Tongliao 028043 , China )*

( Received 6 September 2007 ; revised manuscript received 27 September 2007 )

### Abstract

On the condition of electric-LO phonon strong coupling in parabolic quantum dot , we obtained the eigenenergy of the ground state and the first excited state , the eigenfunctions of the ground state and the first excited state by using variational method of Pekar type. This system of quantum dot may be employed as a two-level quantum system-qubit. The phonon spontaneous emission causes the decoherence of the qubit. We discussed the relation between the decoherence time and the Coulomb binding parameter , the coupling strength , the confinement length , and the coefficient dispersion.

**Keywords :** quantum dot , qubit , quantum information , decoherence

**PACC :** 0367 , 7138

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10747002 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : yinjiwen1962@126.com