第 57 卷 第 5 期 2008 年 5 月
1000-3290/2008/57(05)/2728-09
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.57,No.5,May,2008

不连续导电模式 DC-DC 变换器的倍周期分岔机理研究*

王学梅[1)2)†]　张　波[1)]　丘东元[1)]

1)(华南理工大学电力学院,广州　510640)

2)(湖南工业大学电气与信息工程学院,株洲　412008)

(2007 年 6 月 12 日收到;2007 年 8 月 17 日收到修改稿)

根据一般迭代映射的倍周期分岔定理,从数学上论证了电压型不连续导电模式(DCM) Boost 和 Buck 变换器中倍周期分岔现象产生条件,由此揭示了 DC-DC 变换器中倍周期分岔现象发生的机理,完善了该类变换器倍周期分岔分析的理论和方法.

关键词:倍周期分岔,迭代映射,Lyapunov 指数,施瓦茨导数

PACC:0545

1.引　　言

近 20 年来,混沌现象在数学、物理和工程领域进行了广泛的研究,特别是混沌应用研究与众多领域广泛交叉,取得了丰硕的成果.典型的混沌系统包括 Lorenz 系统、Chen 系统、Lü 系统、单参数的统一混沌系统以及多卷波混沌系统[1—3].混沌控制、反控制与同步,在混沌通信、信息技术、电力电子中,都取得了突破的进展[4—6].

电力电子中的 DC-DC 变换器是一种典型的分段光滑动力学系统,现有研究证明在一定的工作和参数条件下,系统会出现各种分岔,如倍周期分岔、Hopf 分岔、边界碰撞分岔和混沌运动,其中电压模式控制的 Buck、电流模式控制的 DC-DC 变换器以及电流不连续模式(DCM)的变换器中,主要出现倍周期分岔的混沌运动[7—11].但在 DC-DC 变换器倍周期分岔现象的研究成果中,大部分的研究工作集中在对分岔现象的数值计算方法的识别和验证上.主要方法有分岔图、Lyapunov 指数[9,12].分岔图方法采用迭代映射对变换器进行建模,仿真得到以某一参数为分岔参数的图形,通过图形来判断分岔和混沌的存在;Lyapunov 指数方法是通过对变换器变量的数值计算,获得 Lyapunov 指数的符号,说明变换器存在混沌现象,但不能指明分岔的类型.以上两种方法的特点是直观、形象,但需要进行大量的数值计算,且具有一定盲目性.进一步采用的 Jacobian 矩阵判据法,利用求解迭代映射不动点处的 Jacobian 矩阵,判定分岔是否发生,缺点是对于高维映射,不动点和 Jacobian 矩阵求取困难,也没有严格地从数学上解释倍周期分岔产生的机理和本质.文献[13]试图用施瓦茨导数说明 DCM DC-DC 变换器出现倍周期分岔现象的必然性,但施瓦茨导数仅仅是倍周期分岔发生的一个必要而非充要条件.

在非线性动力系统研究理论中,数学上有严格的稳定性判据和倍周期分岔产生的条件[14—16],为此本文首先引入一般迭代映射稳定性判据和倍周期分岔定理,然后对电压反馈型 DCM Boost 和 Buck 变换器迭代映射模型产生倍周期分岔的条件进行数学论证,进一步采用映射图、分岔图和 Lyapunov 指数分析了倍周期分岔现象的产生机理及其演化过程,最后通过实验验证了这类变换器的倍周期分岔和混沌现象.本文系统地提出一种从机理上判别和分析 DC-DC 变换器倍周期分岔研究的方法,该方法具有一般性,可以通过中心流型或其他约化方法将系统降维,推广到其他高维 DC-DC 变换器中.

* 国家自然科学基金(批准号:60474066,60774069)和广东省自然科学基金(批准号:05103540)资助的课题.

† E-mail:wang.xuemei@mail.scut.edu.cn

2. 迭代映射的倍周期分岔定理

设非线性映射 f，

$$x = f(\mu, x), \tag{1}$$

其中 x, μ 为系统变量和参量. 设 x^* 是非线性方程 $x^* - f(\mu^*, x^*) = 0$ 的解或零点，则 x^* 称为(1)式不动点. 对于周期 P 轨道的稳定条件是

$$s = \left| \frac{\partial(f^p(\mu, x))}{\partial x} \right|_{x = x^*} \leqslant 1, \tag{2}$$

其中，$f^p(\mu, x) \equiv \underbrace{f(\mu, f(\mu, \cdots f}_{p次}(\mu, x)\cdots))$. 当 $|s| = 1$时，系统处于稳定边界，不动点可能是吸引的，也可能是排斥、半稳定或以上均不是，称之为中性.

若(1)式满足以下条件[14—16]：

Ⅰ. 在(μ, x)平面中存在一个不动点(u^*, x^*)，

$$x^* = f(\mu^*, x^*); \tag{3}$$

Ⅱ. 在此不动点处稳定条件达到边界 -1，即

$$\frac{\partial(f(\mu, x))}{\partial x}\bigg|_{x = x^*, \mu = \mu^*} = -1; \tag{4}$$

Ⅲ. 在此不动点处，混合二阶导数

$$\frac{\partial^2(f^2(\mu, x))}{\partial\mu\partial x}\bigg|_{x = x^*, \mu = \mu^*} \neq 0; \tag{5}$$

Ⅳ. 在此不动点处，函数 f 的施瓦茨导数

$$S(f, x) \equiv \frac{f'''}{f'} - \frac{3}{2}\left(\frac{f''}{f'}\right)^2 < 0. \tag{6}$$

则在(u^*, x^*)处存在稳定的周期 2 分岔现象. 虽然定理描述的是周期 2 分岔，将 f^2 换成 f^{2p}，该定理也适用于周期 p 轨道分岔成周期 $2p$ 的情况.

在上述条件中，Ⅰ要求映射函数有一个稳定工作点；Ⅱ说明映射在失稳边界由稳定变为不稳定，即发生分岔；Ⅲ中混合二阶导数的正负号表明分岔的方向；Ⅳ中 $S(f, x) \neq 0$ 表明是倍周期分岔，即分岔后存在的一定是周期 2 而不是其他周期，又 $S(f, x) < 0$ 表明分岔后的周期轨道是稳定的. 当上述四个条件均满足时，系统发生的是倍周期分岔. 需指明的是，文献[16]中对条件Ⅲ和Ⅳ的表述与文献[14]有所不同，但本质上是一致的.

3. DCM Boost 变换器迭代映射及分岔条件

3.1. DCM Boost 变换器迭代映射

电压型 DCM Boost 变换器如图 1 示. 图中 E 为输入电压，T 为开关周期，L 为输入电感，R 为负载电阻，C 为输出滤波电容，X 为期望的稳态输出电压，k 是反馈比例增益，D 为稳态占空比. 电压型 DCM Boost 变换器工作模态可以用迭代映射方程来近似描述[7]：

$$x_{n+1} = f(k, x_n) = \alpha x_n + \frac{\beta h(d_n)^2 E^2}{x_n - E}, \tag{7}$$

式中 x_n 代表第 n 次迭代的电容电压，其他参数表示式如下：

$$\alpha = 1 - \frac{T}{CR} + \frac{T^2}{2C^2R^2}, \tag{8}$$

$$\beta = \frac{T^2}{2LC}, \tag{9}$$

$$d(x_n) = D - k(x_n - X), \tag{10}$$

$$h(d_n) = \begin{cases} 0, & d(x_n) < 0, \\ 1, & d(x_n) > 1, \\ d(x_n), & \text{其他}. \end{cases} \tag{11}$$

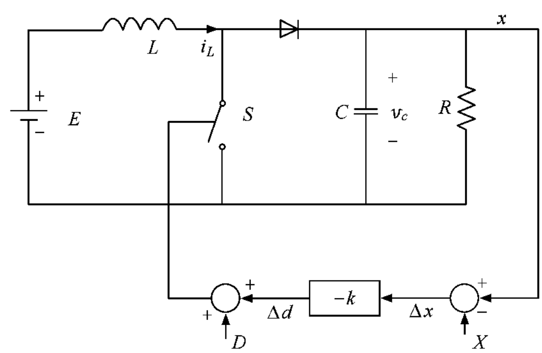

图 1　电压型 Boost 变换器

由(10)式，(7)式可以具体表示为

$$x_{n+1} = \alpha x_n + \frac{\beta E^2 D^2}{x_n - E} - \frac{2\beta E^2 Dk(x_n - X)}{x_n - E} + \frac{\beta E^2 k^2 (x_n - X)^2}{x_n - E}. \tag{12}$$

3.2. 倍周期分岔条件

由倍周期分岔定理的条件Ⅰ，(12)式的不动点即变换器稳态工作点. 设电路稳态工作点为 $x^* = X$，则可得到稳态占空比 D 为

$$D = \sqrt{\frac{(1 - \alpha)(X - E)X}{\beta E^2}}, \tag{13}$$

式中参数需满足$(1 - \alpha)/\beta > 0$.

由倍周期分岔定理的条件Ⅱ，变换器的失稳边

界由

$$\begin{aligned}&\frac{\partial(f(k,x))}{\partial x}\bigg|_*\\&=\alpha-\frac{\beta E^2[D-k(x-X)]^2}{(x-E)^2}\\&\quad-\frac{2\beta E^2[D-k(x-X)]k}{x-E}\bigg|_*=-1\end{aligned} \tag{14}$$

确定.

由(14)式可知,当

$$k^*=\left(1+\alpha-\frac{\beta E^2D^2}{(X-E)^2}\right)\frac{X-E}{2\beta DE^2} \tag{15}$$

时,系统将出现分岔.

再由倍周期分岔定理的条件 III,变换器的混合二阶导数决定了分岔方向[14,16],即

$$\frac{\partial^2(f^2(k,x))}{\partial k\partial x}\bigg|_*=-2\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial k}\bigg|_*+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial f}{\partial k}\bigg|_*\right), \tag{16}$$

其中

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial k}\bigg|_*&=\left[\frac{2\beta E^2D(x-X)}{(x-E)^2}-\frac{2\beta E^2Dx}{x-E}\right.\\&\quad\left.-\frac{2\beta E^2k(x-X)^2}{(x-E)^2}+\frac{4\beta E^2k(x-X)}{x-E}\right]\bigg|_*\\&=-\frac{2\beta E^2DX}{X-E}<0;\end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial k}\bigg|_*=-\frac{2\beta E^2D(x-X)}{x-E}-\frac{2\beta E^2k(x-X)^2}{x-E}\bigg|_*=0,$$

即$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{\partial f}{\partial k}\Big|_*=0$,因而$\frac{\partial^2(f^2(k,x))}{\partial k\partial x}\Big|_*>0$. 这时 $k<k^*$ 时的稳定周期 1 在 $k=k^*$ 处失稳,在 $k>k^*$ 时作为不稳定的周期 1 继续存在,同时在 k^* 处产生一对稳定的周期 2 解,即分岔方向向右.因此本系统产生的是随着 k 增加而发生的向右分岔.

进一步由倍周期分岔定理的条件 IV,可将 $S(f,x)<0$写为

$$\frac{3}{2}(f'')^2-f'''\cdot f'>0. \tag{17}$$

可得到[13]

$$\begin{aligned}&\frac{3}{2}(f'')^2-f'''f'\\&=\frac{6\alpha\beta E^2d(x)^2}{(x-E)^4}-\frac{12\alpha\beta E^2d(x)d'(x)}{(x-E)^3}\\&\quad+\frac{6\alpha\beta E^2d'(x)^2}{(x-E)^2}\\&\quad+\frac{6\beta^2E^4d(x)^2d'(x)^2}{(x-E)^4}\\&\quad-\frac{12\beta^2E^4d(x)d'(x)^3}{(x-E)^3}\\&\quad+\frac{6\beta^2E^4d'(x)^4}{(x-E)^2}\\&\quad+\frac{6\alpha\beta E^2d(x)d''(x)}{(x-E)^2}\\&\quad+\frac{6\beta^2E^4d(x)^3d''(x)}{(x-E)^4}\\&\quad-\frac{6\alpha\beta E^2d'(x)d''(x)}{x-E}\\&\quad-\frac{6\beta^2E^4d(x)^2d'(x)d''(x)}{(x-E)^3}\\&\quad+\frac{6\beta^2E^4d(x)^2d''(x)^2}{(x-E)^2}\\&\quad-\frac{2\alpha\beta E^2d(x)d'''(x)}{x-E}\\&\quad+\frac{2\beta^2E^4d(x)^3d'''(x)}{(x-E)^3}\\&\quad-\frac{2\beta^2E^4d(x)^2d'(x)d'''(x)}{(x-E)^2}.\end{aligned} \tag{18}$$

其中 $d(x)$为占空比,恒大于等于 0. 且由(10)式可知,当 $k>0$ 时,有 $d'(x)<0$,$d''(x)=0$ 和 $d'''(x)=0$,(18)式恒大于零,故 $S(f,x)<0$,条件 IV 满足.

综上所述,DCM Boost 变换器满足倍周期分岔的四个条件,必然会从稳定的周期 1 分岔到稳定的周期 2.

4. DCM Buck 变换器迭代映射及分岔条件

4.1. DCM Buck 变换器迭代映射

电压型 Buck 变换器如图 2 示. 电压型 DCM Buck 变换器工作模态可以用以下迭代方程来近似描述[8]:

$$x_{n+1}=\alpha x_n+\frac{\beta[D-k(x_n-X)]^2E(E-x_n)}{x_n}. \tag{19}$$

其中,电路参数含义以及占空比的表达式与 Boost 变换器相同.

4.2. 倍周期分岔条件

参见节 3 电压型 DCM Boost 变换器倍周期分岔条件确定过程. 可以分别得到主要表达式如下:

1) 系统存在稳态工作点 $x^*=X$,对应的占空比

$$D=\sqrt{\frac{(1-\alpha)X^2}{\beta E(E-X)}}, \tag{20}$$

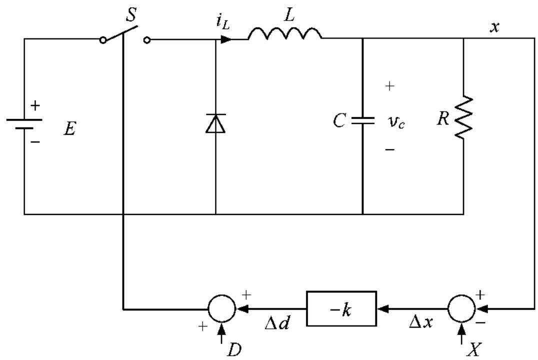

图 2　电压型 Buck 变换器

式中参数需满足$(1-\alpha)/\beta>0$.

2）失稳边界

当

$$k^{*}=\left(1+\alpha-\frac{\beta E^{2}D^{2}}{X^{2}}\right)\frac{X}{2\beta DE(E-X)}\tag{21}$$

时，系统将出现分岔.

3）倍周期分岔方向

由式

$$\begin{aligned}\frac{\partial^{2}f}{\partial x\partial k}\bigg|_{*}&=\left[-\frac{2\beta E^{2}DX}{x^{2}}+2\beta E^{2}k-\frac{2\beta E^{2}X^{2}k}{x^{2}}\right.\\&\left.\quad+2\beta ED-4\beta Ekx+4\beta EkX\right]\bigg|_{*}\\&=-\frac{2\beta E^{2}D}{X}+2\beta ED\\&=-2\beta ED\left(\frac{E}{X}-1\right),\end{aligned}$$

因为 $E>X$，上式小于零.

又

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial k}\bigg|_{*}&=\left[-\frac{2\beta DE^{2}(x-X)}{x}+\frac{2\beta E^{2}k(x-X)^{2}}{x}\right.\\&\left.\quad+2\beta ED(x-X)-2\beta Ek(x-X)^{2}\right]\bigg|_{*}\\&=0,\end{aligned}$$

则$\frac{1}{2}\frac{\partial^{2}f}{\partial x^{2}}\frac{\partial f}{\partial k}\bigg|_{*}=0$，因而$\frac{\partial^{2}(f^{2}(k,x))}{\partial k\partial x}\bigg|_{*}>0$，条件 III 满足. 与 Boost 变换器相同，分岔方向向右.

4）倍周期分岔且轨道稳定

由

$$\begin{aligned}&\frac{3}{2}(f'')^{2}-f'''f'\\&=\frac{6\alpha\beta E^{2}d(x)^{2}}{x^{4}}+\frac{6\alpha\beta E^{2}d'(x)^{2}}{x^{2}}\\&\quad-\frac{12\beta E^{2}d(x)d'(x)}{x^{3}}\left(\beta d(x)^{2}\frac{E}{x}+\alpha\right)\\&\quad+\frac{6\beta^{2}E^{3}d(x)^{2}d'(x)^{2}}{x^{3}}\left(\frac{E}{x}+2\right)\\&\quad-\frac{12\beta^{2}E^{3}d(x)d'(x)^{3}}{x^{2}}\left(\frac{E}{x}-1\right)\\&\quad+6\beta^{2}E^{2}d'(x)^{4}\left(\frac{E}{x}-1\right)^{2}.\end{aligned}\tag{22}$$

可知当 $k>0$ 时，上式各项均大于零，即 $S(f,x)<0$，变换器倍周期分岔且轨道稳定.

因此，DCM Buck 变换器满足倍周期分岔的四个条件，将产生从稳定的周期 1 到稳定的周期 2 的倍周期分岔.

5. DCM DC-DC 变换器倍周期分岔和混沌演化过程分析

由上两节分析可知，电压型 DCM Boost 和 Buck 变换器均满足倍周期分岔定理的四个条件，必将出现倍周期分岔现象. 本节将首先以 DCM Buck 变换器为例，通过分析不动点处斜率的变化，图解分析电路的倍周期分岔过程，DCM Boost 变换器倍周期分岔过程将参照得出，从另一个角度验证它们倍周期分岔产生的条件. 变换器参数见表 1[7,8].

表 1　DCM DC-DC 变换器参数

电路参数	数值	电路参数	数值
开关周期 $T/\mu s$	333.33	输出电压 X/V	25
输入电压 E/V	16（Boost） 33（Buck）	占空比 D	0.2874（Boost） 0.4717（Buck）
电容 $C/\mu F$	222	电感 $L/\mu H$	208
负载 R/Ω	12.5	α	0.8872
β	1.2		

参见(19)式，DCM Buck 变换器的迭代方程是一个倒单峰映射，将其称之为单谷映射. 映射曲线与对角线的交点即为不动点. 图 3 示出是 $k=0.0353$ 时的超稳定不动点($x^{*}=X=25$)，在该点映射的斜率为 0，且吸引速度最快.

由(21)式，当 $k=0.1189$，在不动点处的斜率达到稳定边界值 -1，将发生倍周期分岔，参见图 4(a). 而对于映射 $x=f^{(2)}(k,x)$，此时不动点处的斜率为 $+1$，参见图 4(b). 可见该点既是周期 1 的失稳点，同时也是稳定周期 2 出现的开端.

当 $k>0.1189$ 时，系统出现稳定的周期 2，映射由单谷(一次)映射变成双谷(二次)映射. 映射与对角线有 3 个交点，其中两个是新的稳定点(斜率 <

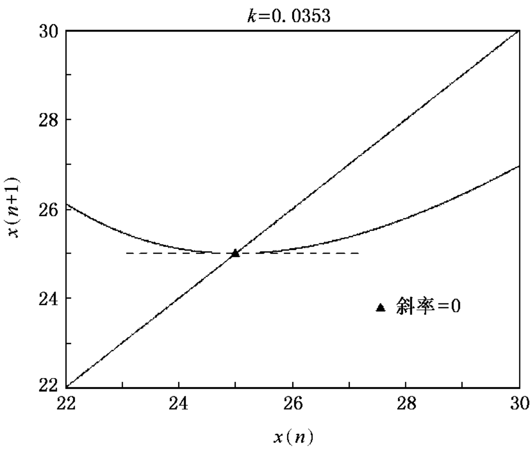

图 3 $k = 0.0353$ 时映射图

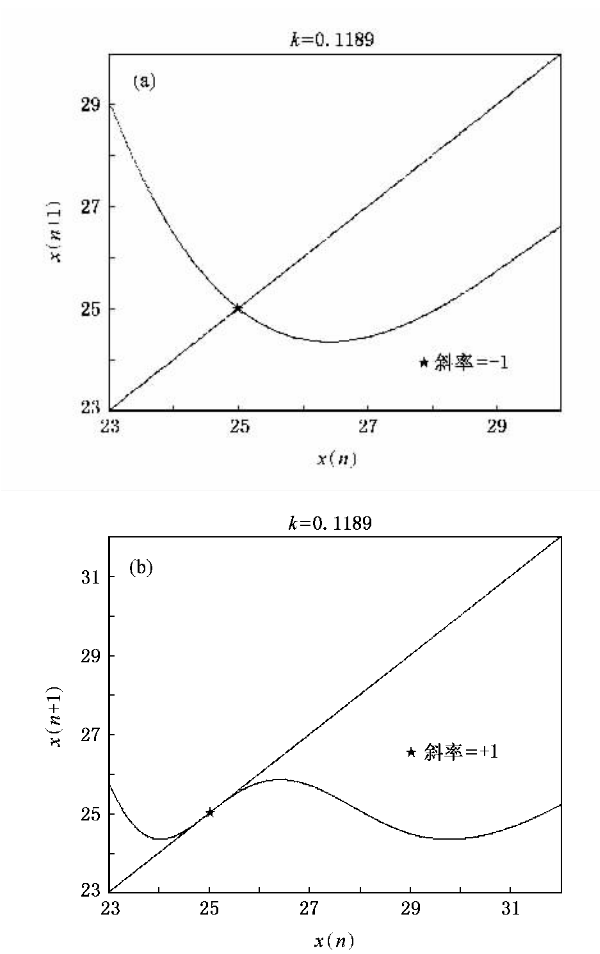

图 4 $k = 0.1189$ 时映射图 (a) $x = f(k, x)$；(b) $x = f^{(2)}(k, x)$

1)，即系统将以稳定的周期 2 出现，原周期 1 的不动点(斜率 >1)作为不稳定的不动点继续存在，由于混合二阶导数大于零，因此发生向右的周期 2 分岔，图 5.

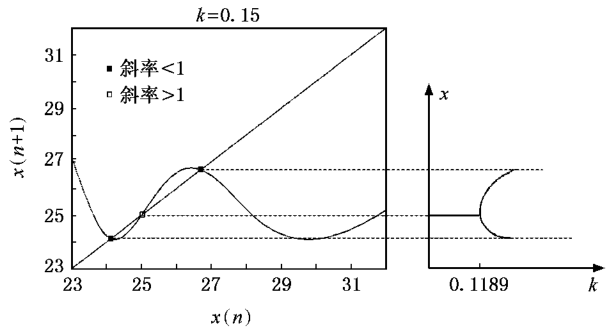

图 5 $k = 0.150$ 时映射图

当 $k = 0.159$ 时发生第二次倍周期分岔，图 6 映射在不动点处的斜率为 -1，周期 2 轨道失稳.

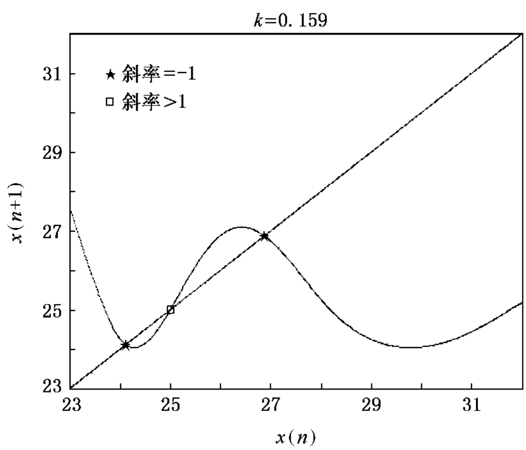

图 6 $k = 0.159$ 时映射图

当 $k > 0.159$ 时，系统出现稳定的周期 4，映射 f 由双谷映射变成四谷映射. 映射与对角线 $y = x$ 有 7 个交点，其中 4 个是新的稳定值，即系统将以稳定的周期 4 出现(斜率 <1)，原周期 1 和周期 2 的不动点作为不稳定的不动点继续存在(斜率 >1)，图 7.

以上图解，反应了随着反馈系数 k 变化系统出现从稳定的周期 1 到周期 2，4，…的倍周期分岔的演化过程. 其最终以费根鲍姆普适常数的周期倍增速率趋向于混沌[14]：

$$\delta_n = \frac{k_n - k_{n+1}}{k_{n+1} - k_{n+2}} = 4.6692\cdots \tag{23}$$

可估算出倍周期分岔在 $k_\infty \approx 0.173\cdots$ 时终止，系统从周期运动进入到了非周期运动——混沌运动.

通过分岔图和 Lyapunov 指数图可以进一步说明变换器的倍周期分岔演化过程. 图 8(a)为 DCM Buck 变换器以 k 为参数的分岔图，图 8(b)为 Lyapunov 指数图. 图中 Lyapunov 指数经过零的情况

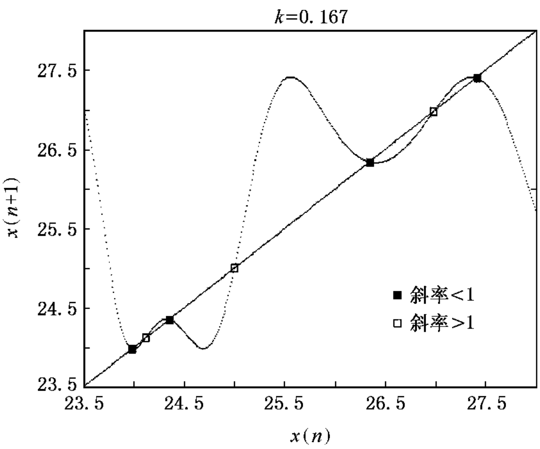

图 7　$k = 0.167$ 时映射图

有三种：在倍周期分岔点，由负值接近零，再变为负值；在倍周期分岔的极限点，指数由负值经零变为正值，混沌行为出现；在切分岔处，由正值经零变为负值.

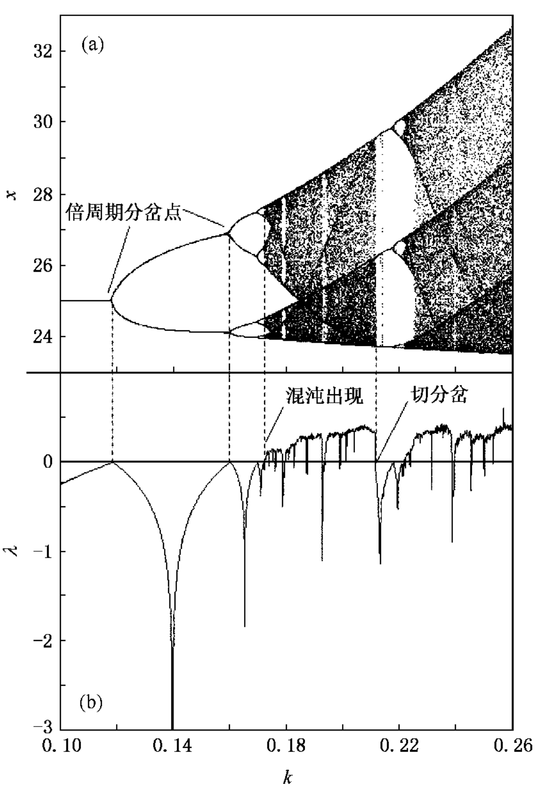

图 8　Buck 变换器分岔图(a)和 Lyapunov 指数图(b)

DCM Boost 变换器以 k 为分岔参数的分岔演化过程也可以参照以上分析得到. 图 9(a)是 DCM Boost 变换器以 k 为分岔参数的分岔图，图 9(b)为 DCM Boost 变换器的 Lyapunov 指数图. 随着反馈系数

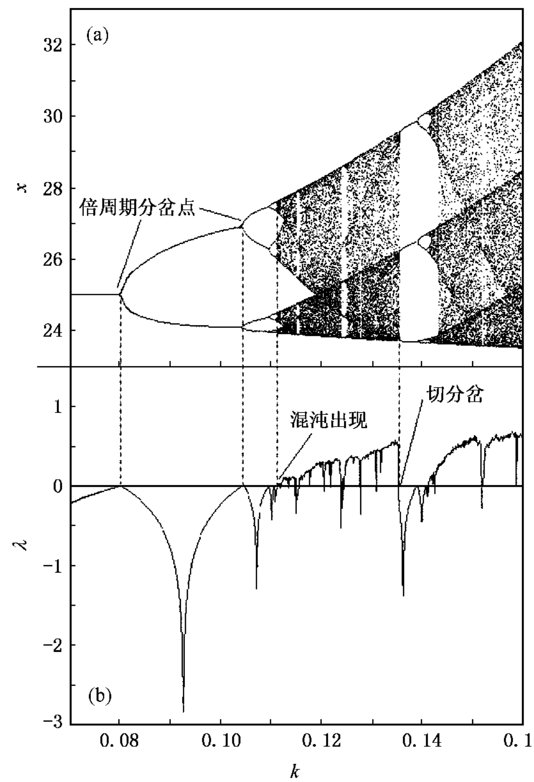

图 9　Boost 变换器分岔图(a)和 Lyapunov 指数图(b)

变化，系统同样出现从稳定的周期 1 到周期 2，4，…的倍周期分岔. 由倍周期分岔的条件 II 和(15)式，得到当 $k = 0.0802$ 发生周期 2 分岔，当 $k = 0.1045$ 发生周期 4 分岔…，倍周期分岔在 $k_\infty \approx 0.111\cdots$ 时终止，对应 Lyapunov 指数由负值经零变为正值，系统从周期运动进入混沌运动. 图 8 和图 9 可从看出，电压反馈型 DCM Buck 和 Boost 变换器具有相似的分岔图和 Lyapunov 指数，其混沌演化过程亦具有相似性.

非线性动力系统产生分岔和混沌的根源在于系统的奇异性. DC-DC 变换器的奇异性表现为结构的不稳定性. DC-DC 变换器工作在开关状态，是一个典型分段光滑(线性)的非自治系统，即在不同的阶段呈现不同的拓扑结构，其拓扑转换由外部载波和系统共同决定. 由于反馈环节的引入，使得 DC-DC 变换器的占空比随反馈变量的变化而变化，与变换器的输出间是强非线性函数关系，导致系统出现分岔和混沌现象. 从以上论述可以看出，DC-DC 变换器的动力学行为和通向混沌的道路与处处光滑系统有许多相似之处，在一定条件下，可以发生倍周期分岔这样的标准分岔.

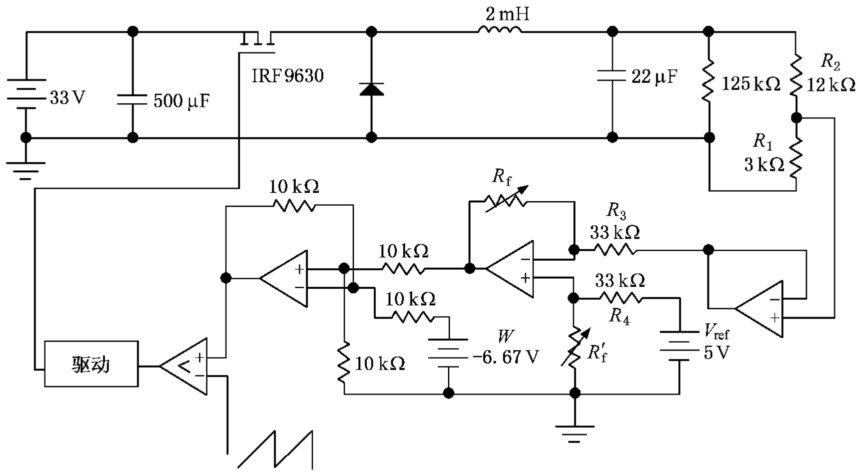

图 10 Buck 变换器实验电路

6. 实 验

以 Buck DC/DC 变换器的分岔和混沌实验电路为例,验证其倍周期分岔产生过程,具体电路如图 10. 反馈增益 k 的大小可以通过调节 R_f 得到.

图 11 至图 13 分别是对应于不同反馈增益 k 时变换器电感电流 i_L 和输出电压 v_C 的波形及相图.

由前面的理论分析已知,当 $k<0.1189$ 时,系统出现稳定的周期 1;当 $0.1189<k<0.159$ 时,系统出现的是稳定的周期 2;当 $k>0.173$ 时,系统将进入混沌运动.

图 11 是 $k=0.115$ 时的实验波形,可明显看出系统为稳定的周期 1. 图 12 是 $k=0.1335$ 时的实验波形,可看出系统为稳定的周期 2. 图 13 是 $k=0.21$ 时的实验波形,可看出系统进入到了非周期的混沌运动,其时域波形失去了周期运动的特点,成为一种类随机的状态,其相图表现为一混沌吸引子.

同时从反馈增益 k 的调整方向(逐渐增大)与系统运动变化趋势(由周期 1 到周期 2,4,…混沌)可知,系统分岔方向向右,与理论分析一致.

综上分析,实验结果与理论分析结论相符合,完全验证了前述理论研究的正确性.

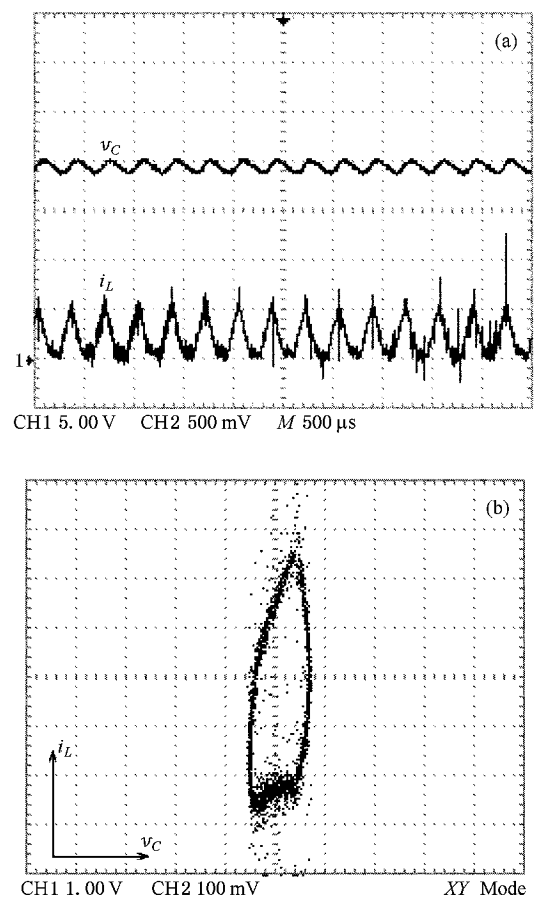

图 11 Buck 的周期 1($k=0.115$)实验波形 (a) 时域波形(上为输出电压;下为电感电流);(b) 相图

7. 结 论

倍周期分岔现象广泛地存在于各种 DC-DC 变换器中,是通向混沌的主要道路之一. 本文从机理上证明了工作不连续模式下的电压反馈型 DCM Boost 和 Buck 变换器必然将出现倍周期分岔,并分别采用映射图、分岔图、Lyapunov 指数和实验的方法进行了验证. 同时指出,电压反馈型 DCM Boost 和 Buck 变换器具有相似的分岔图和 Lyapunov 指数,其混沌演化过程亦具有相似性. 本文虽然是对一维映射 DC-DC 变换器得出结果,但基本分析方法能够进一步推广到其他一维及高维的 DC-DC 变换器中,具有一般性.

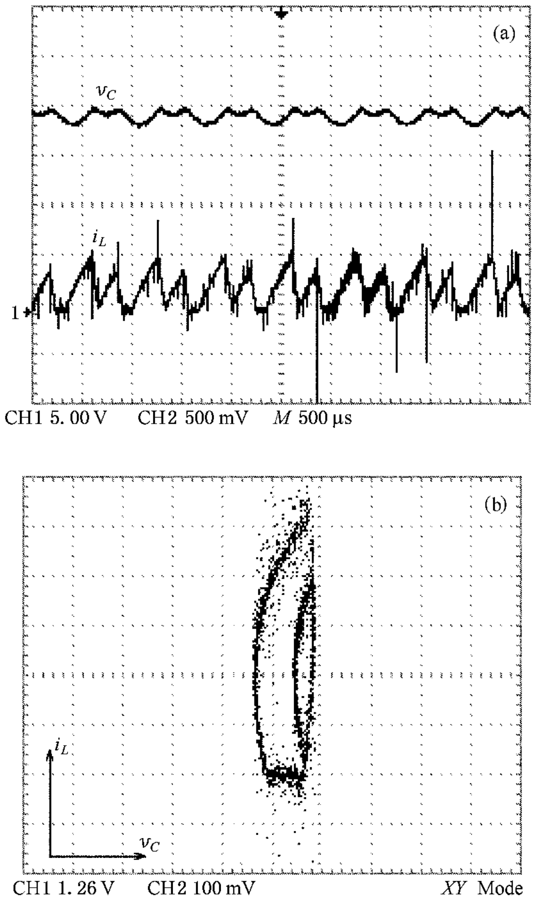

图 12　Buck 周期 2($k = 0.1335$)实验波形　(a) 时域波形(上为输出电压；下为电感电流)；(b) 相图

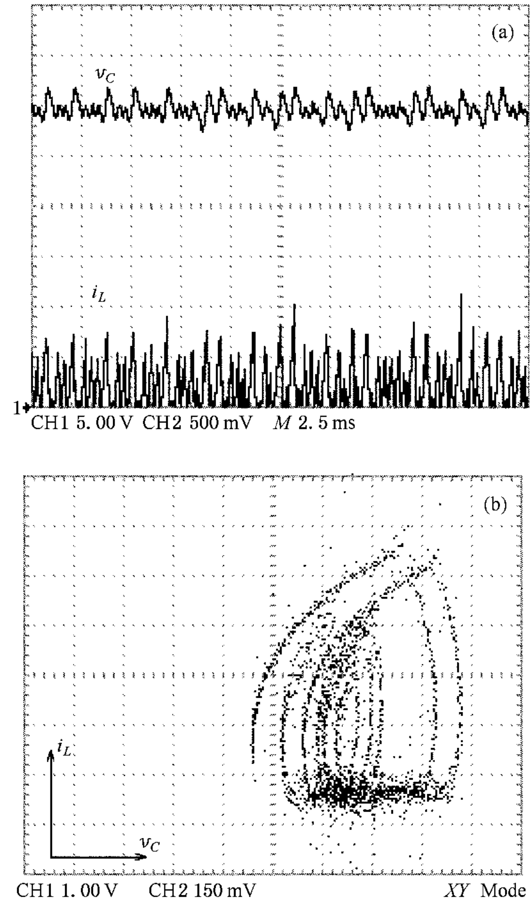

图 13　Buck 的混沌运动($k = 0.21$)实验波形　(a) 时域波形(上为输出电压；下为电感电流)；(b) 相图

[1] Lü J，Chen G 2006 *Int. J. Bifurcation and Chaos*，**16** 775

[2] Lü J，Yu S，Leung H，Chen G 2006 *IEEE Trans. Circuits and Syst.* I **53** 149

[3] Lü J，Chen G，Cheng D，Celikovsky S 2002 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **12** 2917

[4] Chen G，Yu X 2003 *Chaos Control：Theory and Applications* (Springer)

[5] Zhang J S，Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2121 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 2121]

[6] Yang R，Zhang B 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5567 (in Chinese) [杨汝、张　波 2006 物理学报 **55** 5567]

[7] Tse C K 1994 *IEEE Trans. Circuits and Syst.* I **42** 16

[8] Tse C K 1994 *Int. J. Ciruit Theory Appl.* **22** 263

[9] Tse C K 2002 *Proceedings of IEEE* **90** 768

[10] Li M，Ma X K，Dai D，Zhang H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1084 (in Chinese) [李　明、马西魁、戴　栋、张　浩 2005 物理学报 **54** 1084]

[11] Zhou Y F，Chen J N 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3676 (in Chinese) [周宇飞、陈军宁 2004 物理学报 **53** 3676]

[12] Zhang B 2005 *Transactions of China Electrotechnical Society* **20** 2 (in Chinese) [张　波 2005 电工技术学报 **20** 2]

[13] Chan W C Y，Tse C K 1997 *Proc. IEEE Power Electronics Specialists Conf.* 1317

[14] Hao Bolin 1993 *Starring with parabolas an introduction to chaotic dynamics* (Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [郝柏林 1993 从抛物线谈起-混沌动力学引论(上海：上海科技教育出版社)]

[15] Guckenheimer P 1977 *Invent. Math.* **39** 165

[16] Robinson R C 2004 *An introduction to dynamical systems：continuous and discrete* (Pearson-Prentice Hall)

Mechanism of period-doubling bifurcation in DCM DC-DC converter*

Wang Xue-Mei[1)2)†] Zhang Bo[1)] Qiu Dong-Yuan[1)]

1)(*Electric Power College*, *South China University of Technology*, *Guangzhou* 510640, *China*)

2)(*Electrical and Information Engineering*, *Hunan University of Technology*, *Zhuzhou* 412008, *China*)

(Received 12 June 2007; revised manuscript received 17 August 2007)

Abstract

The period-doubling bifurcation in DC-DC converters has been investigated widely. However, the studies main focus on the models of bifurcations and the identification of strange attractors, the essential mechanism causing period-doubling bifurcation was not analyzed. This paper deduces mathematically the conditions of producing the period-doubling bifurcation in discontinuous current mode (DCM) Boost and Buck converters based on voltage feedback control. It exposes the mechanism of the period-doubling bifurcation in DC-DC converters and perfects the theoretical analysis method, puting forward an analytic method for studying the period-doubling bifurcation.

Keywords: period-doubling bifurcation, iterative map, Lyapunov exponent, Schwarzian derivative

PACC: 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60474066, 60774069) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 05103540).

† E-mail: wang.xuemei@mail.scut.edu.cn