

单周控制 Buck 变换器中的降频现象分析^{*}

王发强 张 浩[†] 马西奎

(西安交通大学电气工程学院电力设备电气绝缘国家重点实验室, 西安 710049)

(2007 年 7 月 7 日收到, 2007 年 8 月 18 日收到修改稿)

研究了单周控制 Buck 变换器中的降频现象, 并给出了降频现象发生的临界条件以及电感电流断续导电模式 (DCM) 与电感电流连续导电模式 (CCM) 的临界条件. 研究结果表明, 降频现象的发生是由于复位积分器的输出电压在 n 个时钟周期内不能达到参考电压 V_{ref} , 使得它无法在 n 个时钟周期内复位, 只有在 $n+1$ 个时钟周期内复位. 值得注意的是, 在任一工作频率下, 变换器无论工作在 CCM 还是 DCM, 均处于稳定状态; 在主电路参数及时钟周期不变的情况下, DCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间与 CCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间之比保持不变. 随着电路工作频率的降低, 还会导致输出电压的纹波增大. 最后, 给出了 Power Simulation (Psim) 电路仿真结果和电路实验结果, 验证了理论分析的正确性.

关键词: 降频现象, 单周控制, Buck 变换器, 稳定性

PACC: 0547, 4660D

1. 引 言

近年来, 由于非线性电路系统中复杂动力学行为的研究具有实际的工程背景或潜在的应用价值, 引起了人们广泛的关注和深入的研究, 从而成为当前国际研究的一个热点问题. 特别是在混沌产生器的研究方面, 随着 Lorenz 系统的发现^[1], Chen 混沌系统^[2]、Lü 混沌系统^[3]、统一混沌系统^[4]等混沌系统的相继提出以及各种各样多涡卷混沌产生器的设计^[5-6], 为混沌控制、同步控制及其应用的研究提供了丰富的研究对象, 同时也极大的丰富了非线性电路理论的内容. 众所周知, 在工业中有着广泛应用的电力电子电路是一类强非线性系统, 已有的研究结果表明电力电子电路系统中存在着丰富的非线性现象^[7-8]. 由于这些非线性现象不仅会影响输出电压的稳定性, 而且还会降低系统的转换效率. 因此, 在实际工程中, 总是期望能预测到这些非线性现象的发生, 并通过调整电路参数达到减少甚至避免其不利影响的目的. 然而, 已有的文献主要是对传统的 PWM 控制 DC-DC 变换器中的非线性现象进行研究, 而对于 Smedley 和 Cuk 提出的单周控制 DC-DC 变换器中复杂行为的研究则很少. 单周控制是一种

大信号非线性控制技术^[9], 由于具有动态响应速度快、能有效抵偿输入电压扰动等优点, 目前, 已广泛地应用于开关电源^[10]、功率因数校正^[11]、开关功率放大器^[12]以及有源滤波^[13]等领域. 特别是基于单周控制技术的集成芯片 IR1150 在实现功率因数校正方面^[14], 与传统的平均电流控制相比, 它在保持了良好性能的同时, 减少了设计步骤及控制电路元器件的数量, 节省了电路设计时间和降低了成本, 从而有力地推动了单周控制方法在实际工程中的应用. 因此, 深入的研究单周控制开关电源中各种复杂动力学行为, 在实际工程中具有重要的理论意义和工程应用价值.

在文献 [15] 中, 我们研究单周控制 Boost 变换器中的低频波动现象, 发现当单周控制 Boost 变换器工作于电感电流断续导电模式 (DCM) 时, 处于稳定的运行状态, 而当单周控制 Boost 变换器工作于电感电流连续导电模式 (CCM) 时, 电感电流和输出电压将会出现低频波动. 究其原因, 主要是因为, Boost 变换器工作于 DCM 时, 是最小相位系统, 而工作于 CCM 时则是非最小相位系统; 而对于 Buck 变换器来说, 无论工作于 DCM 还是 CCM, 都是最小相位系统^[16]. 从而, 由于 Buck 变换器与 Boost 变换器之间本质结构的区别, 使得 Buck 变换器与 Boost 变换器相比, 会

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 50607015), 高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20050698004), 陕西省自然科学基金 (批准号: 2006E113) 资助的课题.

[†] 通讯联系人, E-mail: haozhang@xjtu.edu.cn

呈现出不同的复杂动力学行为.因此,本文以单周控制 Buck 变换器为对象研究了其中的降频现象,给出了降频现象发生的临界条件以及在任一工作频率下 DCM 与 CCM 转换的临界条件,揭示了降频现象发生的物理机理,通过 Psim 电路仿真和硬件电路实验验证了理论分析的结果.

2. 单周控制 Buck 变换器的工作原理

单周控制 Buck 变换器的电路原理图如图 1 所示.该电路由主电路和控制电路两部分组成.控制电路主要包括带复位开关 S_r 的积分器,比较器 COMP,RS 触发器,周期为 T_s 的 CLK 和参考电压 V_{ref} .当一个时钟周期开始时,CLK 输出为高电平,RS 触发器置位,使得主电路开关 S 闭合,积分开关 S_r 断开,二极管 D 由于承受反向电压也断开.这时,输入电压 E 给电感 L 充电,电感电流 i_L 开始上升,积分电容 C_0 开始对二极管 D 上的电压进行积分,称该电路工作于模式 1.

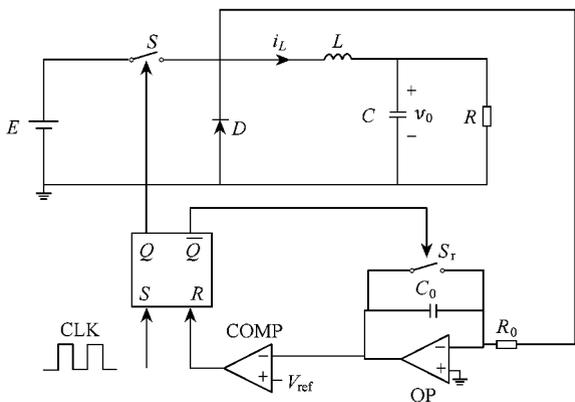


图 1 单周控制 Buck 变换器电路原理图

当积分电压达到参考电压 V_{ref} 时,即

$$V_{ref} = \frac{1}{R_0 C_0} \int_0^{t_{on}} E d\tau. \quad (1)$$

比较器 COMP 输出高电平,RS 触发器复位,使得主电路开关 S 断开,积分开关 S_r 闭合,二极管 D 闭合.这时,主电路给滤波电容 C 充电,电感电流 i_L 开始下降,而积分电容 C_0 上的电压则被强制为零,称该电路工作于模式 2.如果在下一个时钟周期开始时,电感电流 i_L 大于零,则系统工作在 CCM.否则,系统工作在 DCM,此时,主电路开关 S 关断,二极管 D 关断,积分开关 S_r 闭合,称该电路工作于模

态 3.在上述三种模式下,主电路的状态方程可分别表示为

模式 1

$$\begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= \frac{E}{L} - \frac{v_0}{L}, \\ \frac{dv_0}{dt} &= \frac{i_L}{C} - \frac{1}{RC}v_0; \end{aligned}$$

模式 2

$$\begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= -\frac{v_0}{L}, \\ \frac{dv_0}{dt} &= \frac{i_L}{C} - \frac{1}{RC}v_0; \end{aligned}$$

模式 3

$$\begin{aligned} i_L &= 0, \\ \frac{dv_0}{dt} &= -\frac{1}{RC}v_0. \end{aligned}$$

3. 系统分析

由(1)式可得,开关 S 导通时间 t_{on} 为

$$t_{on} = \frac{V_{ref} R_0 C_0}{E}. \quad (2)$$

可见,在单周控制 Buck 变换器中,当输入电压 E 不变时,开关 S 导通时间与参考电压 V_{ref} 成正比.如果 $t_{on} < T_s$,该电路在一个时钟周期内可实现控制器的积分复位功能,并且电路的工作频率 f 等于时钟频率 f_s ($= \frac{1}{T_s}$).否则,电路的工作频率 f 将小于时钟频率 f_s ,称之为发生了降频现象.

令

$$n = \text{int}\left(\frac{t}{T_s}\right) = \text{int}\left(\frac{V_{ref} R_0 C_0}{ET_s}\right), \quad (3)$$

其中,符号 int 表示取整函数.即

$$n = \text{int}\left(\frac{t}{T_s}\right) = \begin{cases} 0, & 0 < t < T_s, \\ 1, & T_s < t < 2T_s, \\ k, & kT_s < t < (k+1)T_s. \end{cases} \quad (4)$$

这里,以 $n = k$ 为例进行分析,即积分电压达到参考电压 V_{ref} 所需要的时间为 $kT_s < t < (k+1)T_s$,那么当第 k 个时钟脉冲开始时,由于积分电压没有达到参考电压 V_{ref} ,不会引起比较器 COMP 的翻转,所以触发器的输出仍然保持原来的逻辑状态,开关 S 没有发生任何动作,一直到当积分电压达到参考电压 V_{ref} 时,才使得开关 S 动作.只有当第 $k+1$ 个

时钟脉冲开始时,RS 触发器才置位.这时电路才工作完一个周期.因此,电路的工作频率 f 为时钟频率 f_s 的 $\frac{1}{n+1}$.此时,Buck 变换器电感电流连续导电模式的条件为

$$\frac{L}{(n+1)RT_s} \geq \frac{1-D}{2}, \quad (5)$$

其中 $D = \frac{V_{ref} R_0 C_0}{(n+1)ET_s}$.

在这种情况下,DCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间与 CCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间之比为

$$\lambda = \frac{RT_s}{2L} - 1. \quad (6)$$

可见,在主电路参数及时钟周期确定的情况下,DCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间与 CCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间之比保持不变.

输出电压的纹波为

$$\nabla v_o = \frac{V_o(1-D)}{8LC} (n+1)^2 T_s^2. \quad (7)$$

可见,在相同的占空比情况下,当发生降频现象时,其输出电压纹波随着工作频率 f 的降低而增大.

为分析系统发生降频现象时的稳定性,下面首先建立单周控制 Buck 变换器工作在 DCM 和 CCM 下的输出电压对基准电压的小信号模型.

令 $v_{ref} = V_{ref} + \hat{v}_{ref}$ 和 $d = D + \hat{d}$, 根据 (1) 式有

$$\hat{d} = \frac{R_0 C_0 \hat{v}_{ref}}{(n+1)T_s E}. \quad (8)$$

由文献 [17] 知,建立小信号模型时必须考虑延时,所以需要单周控制器小信号模型做一些改进.一般认为有 1 个工作周期的滞后.利用 Z 变换以及考虑到零阶保持器后,则相应的 S 域表达式为

$$\hat{d}(s) = H_c(s) \frac{R_0 C_0 \hat{v}_{ref}(s)}{(n+1)T_s E}, \quad (9)$$

其中 $H_c(s) = 1 + \frac{s}{w_n Q_z} + \frac{s^2}{w_n^2}$, $w_n = \frac{\pi}{(n+1)T_s}$ 和 $Q_z = -\frac{2}{\pi}$.

3.1. 断续导电模式 (DCM)

当 $\frac{L}{(n+1)RT_s} < \frac{1-D}{2}$ 时,系统工作在 DCM,其输出电压对参考电压的传递函数为

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} = H_c(s) \frac{G_{d0} R_0 C_0}{(n+1)T_s E \left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)}, \quad (10)$$

其中 $G_{d0} = \frac{2V_o(1-M)}{M(2-M)} \sqrt{\frac{1-M}{k}}$, $\omega_p = \frac{2-M}{(1-M)RC}$,

$$M = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{D^2}}}$$
 和 $k = \frac{2L}{(n+1)RT_s}$.

根据 Routh 稳定性判据,系统处于稳定状态.

3.2. 连续导电模式 (CCM)

当 $\frac{L}{(n+1)RT_s} \geq \frac{1-D}{2}$ 时,系统运行在 CCM,其输出电压对参考电压的传递函数为

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} = H_c(s) \frac{R_0 C_0}{(n+1)T_s \left(LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1 \right)}. \quad (11)$$

根据 Routh 稳定判据,系统处于稳定状态.

综上所述,当发生降频现象时,无论运行于 DCM 还是 CCM,系统都是稳定的.

4. 数值仿真及电路实验

采用 Psim 进行电路仿真并进行硬件电路实验.电路参数如下: $E = 5 \text{ V}$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$, $R = 100 \text{ }\Omega$, $R_0 = 2 \text{ k}\Omega$, $C_0 = 1 \text{ }\mu\text{F}$, $T_s = 40 \text{ }\mu\text{s}$.主电路开关 S 采用 IRFP250,积分开关 S_r 采用 IRF640,比较器 COMP 采用 LM311,运算放大器 OP 采用 LF356.为便于测量电感电流 i_L ,在主电路中串接 $0.5 \text{ }\Omega$ 的采样电阻.这样,测得电感电流 i_L 则为实际电感电流的 $\frac{1}{2}$.这里仅考虑电路工作频率大于 $0.2 f_s$ 的情况.由 (4) 式和 (5) 式可得,系统的工作频率 f 与参考电压 V_{ref}

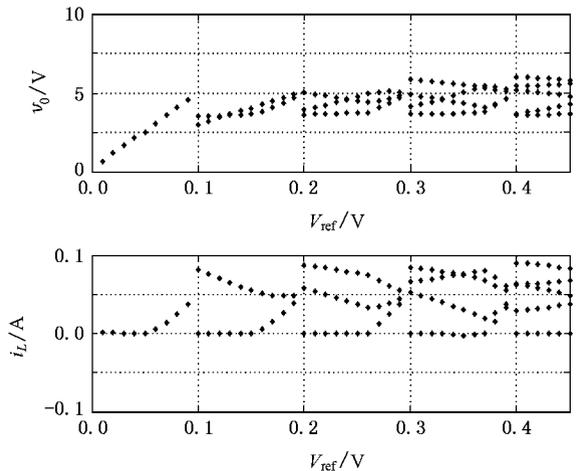


图 2 输出电压 $v_o(t)$ 与电感电流 $i_L(t)$ 随参考电压 V_{ref} 变化的采样图

的关系以及在任一工作频率下 DCM 与 CCM 的区间,如表 1 所示.随着参考电压 V_{ref} 的增大,在每个时钟脉冲开始时对输出电压 $v_o(t)$ 及电感电流 $i_L(t)$ 进行采样,如图 2 所示.从表 1 和图 2 中可知,当电路工作频率较高时,如 $f_s, \frac{1}{2}f_s$, 其 CCM 与 DCM 之间的临界条件相互符合得很好;而当电路工作频率较低时,如 $\frac{1}{3}f_s, \frac{1}{4}f_s$, 则出现误差.究其原因,主要是在推导临界条件公式时,假定了其电路工作频率远远大于电路的本征频率^[18].根据表 1 选择不同的 V_{ref} 值时, Psim 电路仿真结果和硬件电路实验结果分

别如图 3、图 4 所示.可见,硬件电路实验结果图 4 与数值仿真结果图 3 相一致.在此,我们以 $V_{ref} = 0.164$ V 为例来分析,对应的数值仿真图形为图 3(d),电路实验图形为图 4(d).根据理论分析可知,电路的工作频率应为开关频率的 $\frac{1}{2}$, 并且系统应该工作于 CCM.而从图 3(d)、图 4(d) 可看出 RS 触发器反向输出 \bar{Q} 、电感电流 i_L 及输出电压 v_o 的周期是时钟脉冲周期 CLK 的两倍,那么,相应的频率则为 $\frac{1}{2}$, 而且系统运行在 CCM 状态,可见,与理论分析一致,从而验证了理论分析的正确性.

表 1 电路工作频率与参考电压 V_{ref} 的关系

工作频率 f		V_{ref} 区间/V	选择 V_{ref} /V	仿真	实验
f_s	DCM	$0.01 < V_{ref} \leq 0.05$	0.030	图 3(a)	图 4(a)
	CCM	$0.05 < V_{ref} \leq 0.10$	0.064	图 3(b)	图 4(b)
$\frac{1}{2}f_s$	DCM	$0.10 < V_{ref} \leq 0.15$	0.130	图 3(c)	图 4(c)
	CCM	$0.15 < V_{ref} \leq 0.20$	0.164	图 3(d)	图 4(d)
$\frac{1}{3}f_s$	DCM	$0.20 < V_{ref} \leq 0.25$	0.230	图 3(e)	图 4(e)
	CCM	$0.25 < V_{ref} \leq 0.30$	0.264	图 3(f)	图 4(f)
$\frac{1}{4}f_s$	DCM	$0.30 < V_{ref} \leq 0.35$	0.330	图 3(g)	图 4(g)
	CCM	$0.35 < V_{ref} \leq 0.40$	0.390	图 3(h)	图 4(h)

5. 结 论

本文通过数值仿真及电路实验研究了单周控制 Buck 变换器中的降频现象,得到的主要结论如下:

1. 单周控制 Buck 变换器中发生降频现象的主要原因是复位积分器的输出电压在 n 个时钟周期内无法达到参考电压 V_{ref} , 导致复位积分器无法在 n 个时钟周期内复位,从而只有在 $n+1$ 个时钟周期内复位,使得电路工作频率为时钟频率的 $\frac{1}{n+1}$, 即

发生降频现象.

2. 在任一工作频率下,无论变换器工作在 DCM 还是 CCM,它都是稳定的.此外,在主电路参数及时钟周期确定的情况下,DCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间与 CCM 对应的参考电压 V_{ref} 区间之比保持不变.

3. 在相同占空比情况下,其输出电压纹波随着电路工作频率的降低而增大.

总之,与传统 PWM 控制不同,降频现象是单周控制 DC-DC 变换器中所特有的复杂现象之一.

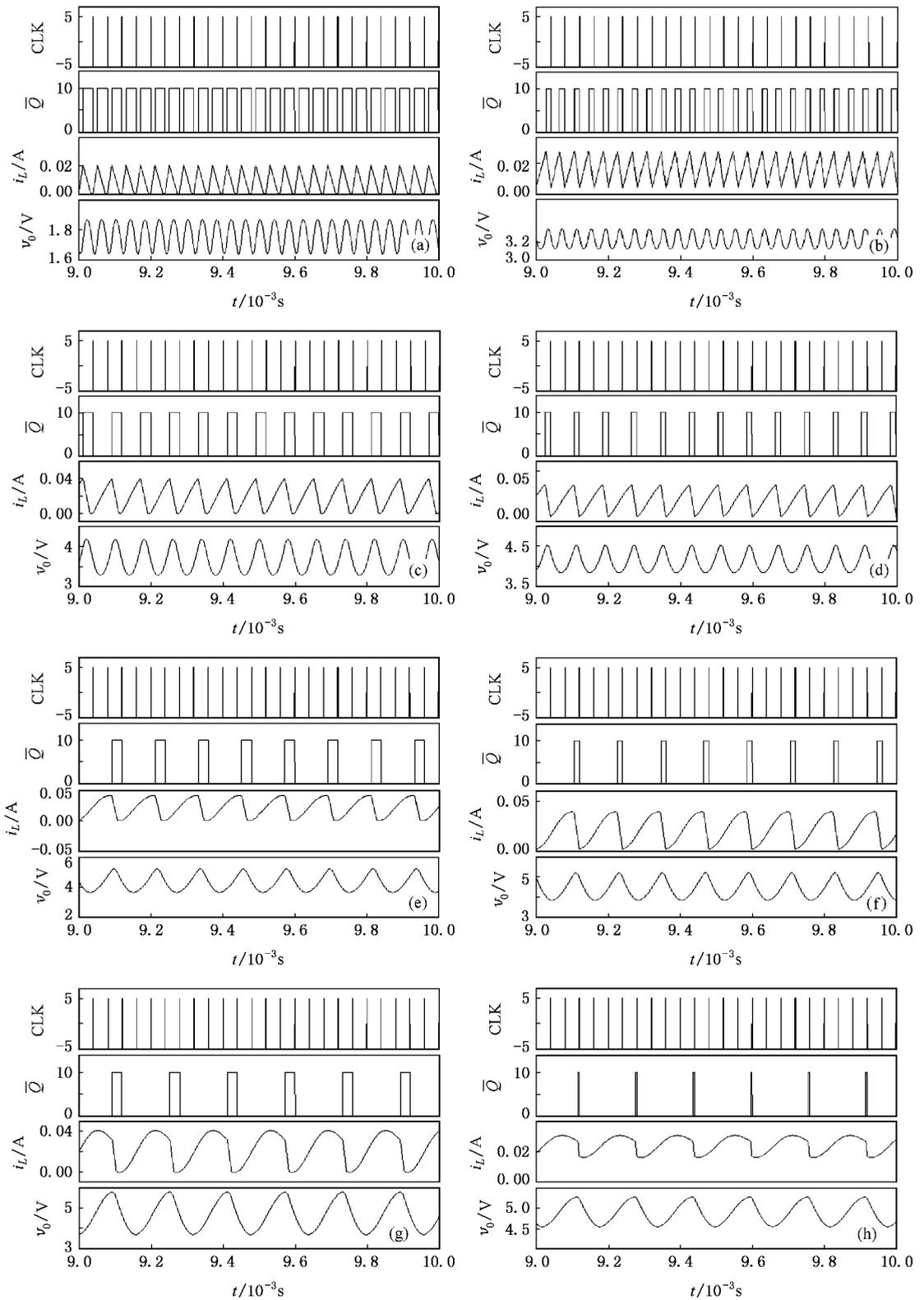


图3 不同 V_{ref} 值时的仿真波形图 (CLK, \bar{Q} , i_L , v_0) (a) $V_{\text{ref}} = 0.03\text{ V}$ (b) $V_{\text{ref}} = 0.064\text{ V}$ (c) $V_{\text{ref}} = 0.13\text{ V}$ (d) $V_{\text{ref}} = 0.164\text{ V}$, (e) $V_{\text{ref}} = 0.23\text{ V}$ (f) $V_{\text{ref}} = 0.264\text{ V}$ (g) $V_{\text{ref}} = 0.33\text{ V}$ (h) $V_{\text{ref}} = 0.39\text{ V}$

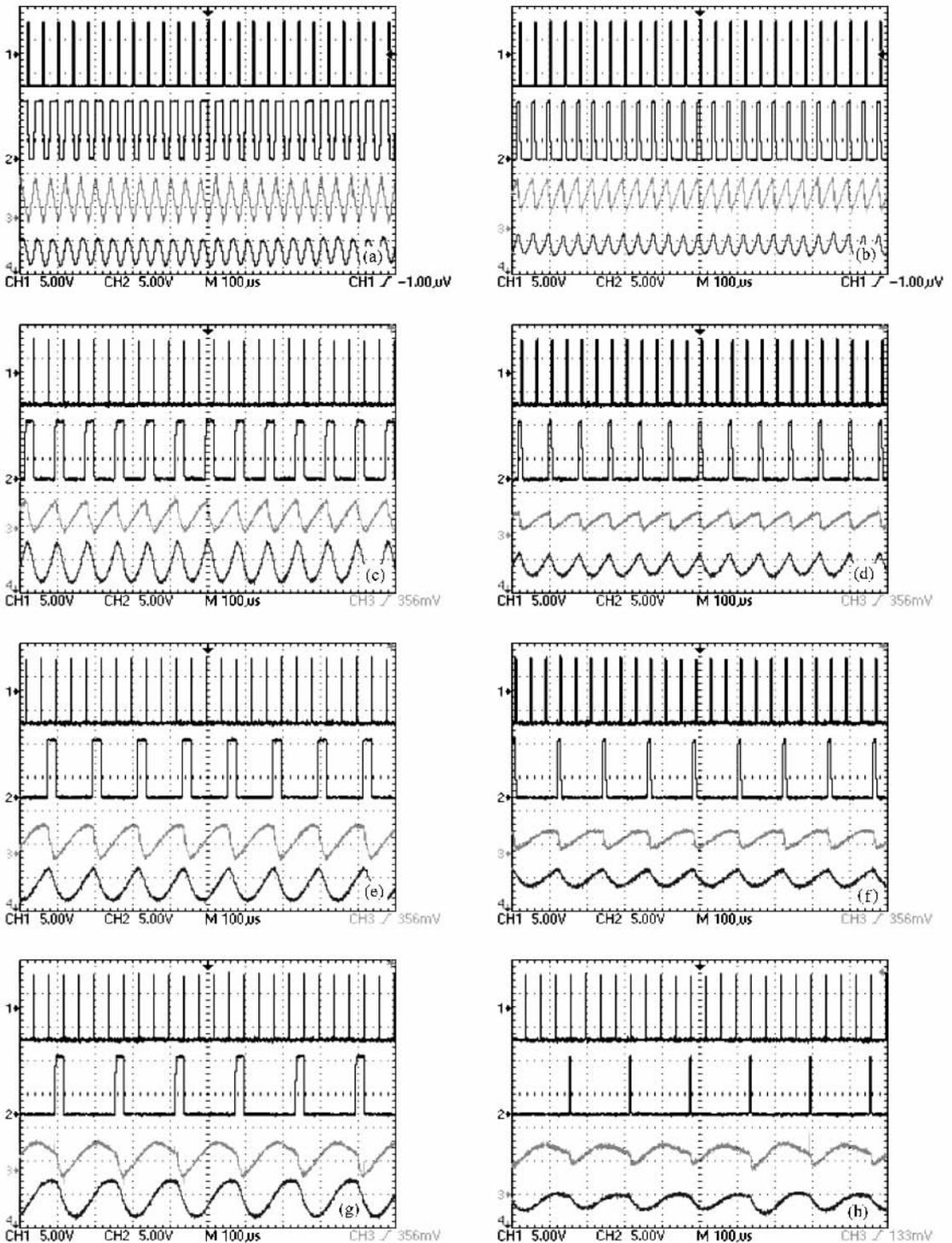


图4 不同 V_{ref} 值时的实验波形图 (CLK, \bar{Q} , i_L , v_0) (a) $V_{ref} = 0.03$ V (b) $V_{ref} = 0.064$ V (c) $V_{ref} = 0.13$ V (d) $V_{ref} = 0.164$ V, (e) $V_{ref} = 0.23$ V (f) $V_{ref} = 0.264$ V (g) $V_{ref} = 0.33$ V (h) $V_{ref} = 0.39$ V

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atoms . Sci.* **20** 130
- [2] Chen G R , Ueta T 1999 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **9** 1465
- [3] Lü J H , Chen G R 2002 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **12** 659
- [4] Lü J H , Chen G R , Cheng D Z , Celikovsky S 2002 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **12** 2917
- [5] Lü J H , Yu S M , Leung H , Chen G R 2006 *IEEE Trans. Circuits and Syst.* **1** **53** 149
- [6] Lü J H , Chen G R 2006 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **16** 775
- [7] Luo X S , Wang B H , Chen G R , Quan H J , Fang J Q , Zou Y L , Jiang P Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 12 (in Chinese) [罗晓曙、汪秉宏、陈关荣、全宏俊、方锦清、邹艳丽、蒋品群 2003 物理学报 **52** 12]
- [8] Zhou Y F , Chen J N , Xie Z G , Ke D M , Shi L X , Sun W F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3676 (in Chinese) [周宇飞、陈军宁、谢智刚、柯导明、时龙兴、孙伟锋 2004 物理学报 **53** 3676]
- [9] Smedley K M , Cuk S 1991 *IEEE Power Electronics Specialists Conference* 888
- [10] Smedley K M , Cuk S 1995 *IEEE Transactions on Power Electronics* **10** 625
- [11] Hu Z B , Zhang B , Hu S F , Deng W H 2005 *Proceeding of the CSEE* **25** 19 (in Chinese) [胡宗波、张波、胡少甫、邓卫华 2005 中国电机工程学报 **25** 19]
- [12] Zhou L W , Gong W , Su X F 2004 *Transactions of China Electrotechnical Society* **19** 106 (in Chinese) [周维维、龚伟、苏向丰 2004 电工技术学报 **19** 106]
- [13] Qiao C M , Smedley K M , Maddaleno F 2004 *IEEE Trans. Circuits and Syst.* **1** **51** 1623
- [14] Zhu F , Liu L , Gong C Y 2007 *Power Supply Technologies and Applications* **10** 36 (in Chinese) [朱锋、刘磊、龚春英 2007 电源技术应用 **10** 36]
- [15] Wang F Q , Zhang H , Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1522 (in Chinese) [王发强、张浩、马西奎 2008 物理学报 **57** 1522]
- [16] Xing Y , Cai X S 2006 *High Frequency Power Switch Converter* (Beijing : China Machine Press) p201 (in Chinese) [邢岩、蔡宣三 2006 高频功率开关变换器技术 (北京 : 机械工业出版社) 第 201 页]
- [17] Tang W , Lee F C , Ridley R B , Cohen I 1993 *IEEE Transactions on Power Electronics* **8** 396
- [18] Zhang W P 2006 *Modeling and Control of Switching Converter* (Beijing : Chinese Electric Power Press) (in Chinese) p6 [张卫平 2006 开关变换器的建模与控制 (北京 : 中国电力出版社) 第 6 页]

Reducing frequency phenomenon in Buck converters with one cycle control^{*}

Wang Fa-Qiang Zhang Hao[†] Ma Xi-Kui

(State Key Laboratory of Electrical Insulation & Power Equipment , School of Electrical Engineering ,
Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 , China)

(Received 7 July 2007 ; revised manuscript received 18 August 2007)

Abstract

This paper deals with the reducing frequency phenomenon in Buck converters with one cycle control. The critical conditions of its occurrence and operation modes are derived. The results show that the reducing frequency phenomenon occurs because the output voltage of the integrator does not rise to the reference voltage V_{ref} within n clock periods so that the integrator can not be reset in n clock periods but must be reset in the $(n + 1)$ th clock period. Furthermore, the converters are stable both in CCM and DCM when the reducing frequency phenomenon occurs. Meanwhile, the ratio of the intervals with the reference voltage V_{ref} between CCM and DCM is held constant. In addition, the ripple of the output voltage is increasing with the decrease of the circuit operating frequency. Finally, these theoretical results are verified by the numerical simulation and circuit experiment.

Keywords : reducing frequency phenomenon , one cycle control , Buck converter , stability

PACC : 0547 , 4660D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50607015), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 20050698004), and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province (Grant No. 2006E113).

[†] Corresponding author. E-mail : haozhang@xjtu.edu.cn