

高次谐波辐射光子的能量-激光相位关系研究*

葛愉成†

(北京大学物理学院和核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871)

(2007 年 7 月 3 日收到, 2007 年 9 月 17 日收到修改稿)

原子在强激光电场中高次谐波辐射的理论实验研究是当今科学前沿之一. 利用量子力学理论和鞍点方法, 细致地研究了高次谐波辐射光子的能量与激光相位的关系. 对于时间宽度无限长激光, 在一个激光周期内特定相位处产生的高阶辐射(X射线)有特定的能量, 能量分布在 71.80° 处成峰, 有高斯形函数的对称形状, 给出了这种分布的参数化公式. 对于不同宽度的飞秒激光, 能量分布的成峰位置、最大值和带宽等参数会发生变化. 计算表明, 三个振荡周期(半高宽)的飞秒激光, 当载波-包络相位为 17.5° 和 105° 时, 可以分别得到纯净的阿秒单脉冲和双脉冲. 在能量-相位图上, 基本对称的单脉冲峰位为载波相位 53.86° , 宽度 53.34° ; 高度基本相同的双脉冲峰位分别为 -31.51° 和 143.81° , 宽度分别 72.19° 和 73.34° , 相位间隔 175.33° . 这些研究结果, 有助于研究超短 X 射线脉冲的产生、分离、测量和应用.

关键词: 超短脉冲激光, 高次谐波产生, 鞍点方法, 能量相位关系

PACC: 3280F, 3365, 3280, 3365C

1. 引言

众所周知, 原子发光现象的研究, 与量子力学的起源和发展密不可分. 这些理论和实验的研究成果, 为人类提供了大量有关原子和分子微观运动的知识. 然而, 传统意义上的光谱学和现今超短脉冲激光的理论实验, 大多是针对几个电子伏特能量光子的发光和传输现象上. 随着超短 X 射线脉冲超快速测量技术的进步, 也为了研究超快速化学反应、生化反应等动力学过程, 需要能量越来越高、带宽越来越窄、时间宽度越来越短的光脉冲作为探针, 去激发和探测分子中原子的运动以及原子中电子的运动, 即所谓的分子电影和原子电影. 当然, 要稳定地产生高能量、高精度和可以重复的超短光脉冲, 在技术上有一定困难, 理论上有待进一步深入研究. Drescher 等人利用时间宽度为 7 fs (半高宽, $1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$)、波长为 750 nm 的激光脉冲, 首次产生和测量得到 $650 \pm 150 \text{ as}$ ($1 \text{ as} = 10^{-18} \text{ s}$)、90 eV 能量的真空超紫外线 (extreme ultra-violet, XUV) 脉冲^[1], 在 2002 年被评为 Science 十大科学突破之一. Kienberger 和 Goulielakis 等人分别报道了产生并测量 250 as 宽度 XUV 脉

冲^[2], 以及用它直接测量几个振荡周期的激光电场变化的实验^[3]. 近十几年来, 有关超短光脉冲的产生、测量和应用的研究, 一直是人们非常关注的课题^[4,5]. 普遍认为, 原子在强激光电场中产生高次谐波辐射 (high-order harmonic generation, HHG) 是获得超短 XUV 和高能量软 X 射线光脉冲的有效途径. 国外很多作者对此进行了全面深入的理论和实验研究. Lewenstein 等人提出了原子在激光场中产生高次谐波辐射的理论^[6], 并用鞍点方法计算了辐射能谱, 给出了与实验相符的能谱高端截断法则 (cut-off law). 近来, 产生水窗波段 X 射线光源的研究为人们所重视^[7,8]. 光子能量在碳吸收边 (283.7 eV) 和氧吸收边 (532.1 eV) 之间的水窗波段 X 射线, 能被含碳的生物物质吸收, 但相对较少地被水吸收. 因此, 能有效地用水窗波段 X 射线研究水环境中活性蛋白质、DNA 分子及其他生命物质的动力学过程. 近几年来, 国内很多作者对高次谐波的产生机理作了深入地研究^[9-13].

值得指出的是, 我们在文献 [14—21] 中, 系统地提出了从 X 射线激发原子产生的光电子能谱及其相应的比例、积分和微分谱提取 X 射线强度和频率时间分布信息的激光相位确定法和变换方程. 为了

* 国家自然科学基金(批准号: 10675014)资助的课题.

† E-mail: gyc@pku.edu.cn

在实验上验证这些方法和变换方程,并且将这些方法发展成为具有计量学精度的标准化的超快速测量方法,我们需要产生和测量阿秒及飞秒 X 射线脉冲.与上世纪 90 年代初相比,当前的超短脉冲激光技术,特别是只有几个振荡周期的激光脉冲技术,有了突飞猛进的发展.为此,我们不仅要了解高次谐波辐射的能谱,还需要研究高次谐波辐射的产生过程,获得辐射光子的能量与激光相位的关系.因为这些信息能帮助我们设计更好的实验方案.本文利用强场近似和 Lewenstein 等人的鞍点方法,深入细致地研究高次谐波辐射光子能量与激光相位的关系,给出参数化公式.这些新的研究结果,将有助于了解原子的发光行为和高次谐波辐射的动力学过程.同时,在理论上指出了阿秒超快速测量中一种客观的时间标度,这对于建立和评估新一代的超快速测量实验和应用装置将是十分有意义的.

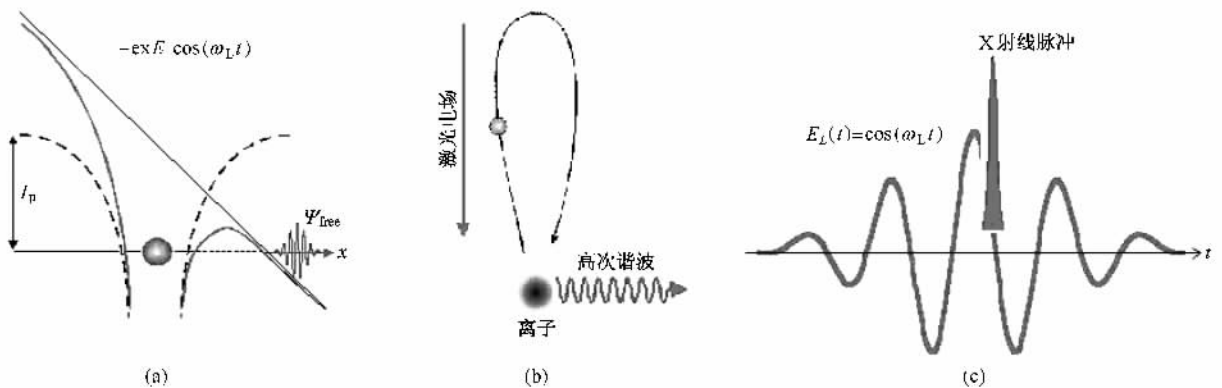


图 1 原子产生高次谐波辐射示意图 (a)原子势阱形状受强激光电场影响而发生变化,价电子通过隧道效应变成自由电子,它在强激光电场中运动并获得能量 (b)自由电子被离子重新俘获(返回母核),多余能量以高次谐波的形式辐射出来 (c)X 射线(即阶次较高的谐波辐射)产生时刻对应的激光相位

价电子离开原子后,将受到激光电场的驱动,其运动方向和能量会随着激光电场的变化而变化.当电子与母核相遇并满足一定的条件时,它们再次结合成原子,并以辐射的形式放出电离能和电子从电场中吸取的多余能量,如图 1(b)所示.理论和实验都证明,只有奇数次谐波辐射产生,即辐射光子的能量总是激光光子能量的奇数倍.辐射能谱表现为低能端强、高能端突然截止、中间过渡段较为平坦的结构^[6, 22, 23].其中截止能量可用下式表示:

$$N_{\max} \cdot \hbar\omega_L = 3.17 U_p + I_p, \quad (1)$$

式中 N_{\max} 为在实验上可以测量得到的谐波辐射最高阶次, U_p 为激光场的有质动力势.当谐波阶次较高时,其能量达到软 X 射线或水窗波段 X 射线的能量

2. 高次谐波辐射原理

原子不受激光电场影响时,其价电子处在图 1(a)虚线所示的原子势阱中运动,并稳定地处于某一原子能级上,其电离能用 I_p 表示.当原子受到强激光电场作用时,由于激光的波长远大于原子的尺寸,势能位形发生严重的变化,如图 1(a)中的实曲线所示, x 为激光电场方向(x 轴)的坐标.此时,电子将有可能通过隧道效应,越过较低的势垒,离开原子而成为自由电子.电子发生隧穿的概率 $\Psi_{\text{free}}(t)$ 与电离能 I_p 和激光强度 $E_L(t) = E \cos(\omega_L t)$ 有关,可以表示为 $|\Psi_{\text{free}}(t)|^2 \propto \exp[-kI_p^{3/2}/E_L(t)]$, 其中 t 为时间参数, E 为激光电场强度, ω_L 为激光角频率, k 为系数.

范围.如图 1(c)所示,在激光的某些相位点,产生了 X 射线脉冲.

电子在原子和激光联合电场中运动,可用含时间的薛定谔方程描述.为简单起见,采用原子单位,能量以激光光子能量 $\hbar\omega_L$ 作为单位,则薛定谔方程可写为

$$\begin{aligned} & i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle \\ & = \left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) - E \cos(t)x \right] |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle \quad (2) \end{aligned}$$

其中 $|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle$ 为电子的波函数, \mathbf{r} 为空间坐标向量, $V(\mathbf{r})$ 为原子的库仑势场.

根据 Lewenstein 等人的理论^[6],原子发出高次谐波辐射的能谱特性由原子的含时电偶极矩阵元的

x 方向分量 $x(t) = \Psi(t)|x|\Psi(t)$ 决定. 如果采用正则动量 p , 即 $p = v + A(t)$, v 为电子的速度矢量, 则在动量本征态中, 它可以展开为

$$x(t) = i \int_0^t dt' \int d^3 p E \cos(t') d_x [p - A(t')] \times d_x^* [p - A(t)] \times \exp[-iS(p, t, t')] + c. c. \quad (3)$$

可以用下式计算 (3) 式中的作用量函数 $S(p, t, t')$:

$$S(p, t, t') = \int_{t'}^t dt'' \left\{ \frac{[p - A(t'')]^2}{2} + I_p \right\}. \quad (4)$$

(3) 式中 $A(t) = [-E \sin(t), 0, 0]$ 是激光场的矢量势, $d_x(v) = v|r|10$ 是原子的电偶极矩矩阵元, 其 x 方向 (假设为激光线性极化方向) 的分量表示为 $d_x(v)$. $E \cos(t') d_x [p - A(t')]$ 表示在 t' 时刻具有正则动量 p 的电子跃迁到自由态的概率幅值, $d_x^* [p - A(t)]$ 表示电子在时刻 t 与离子复合时的概率幅值. 对于最简单的单色、线性极化激光, 作用量 $S(p, t, t')$ 的变化明显快于 (3) 式中其他因子的变化, 因此 (3) 式中对 p 的积分贡献主要来自于 $S(p, t, t')$ 的鞍点附近. 如在 $S(p, t, t')$ 中将电子返回母核的时间用 $\tau = t - t'$ 来表示, 则鞍点应满足如下三个条件^[6]:

$$\nabla p S(p, t, t') = r(t) - r(t') = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial S(p, t, \tau)}{\partial \tau} = \frac{[p - A(t - \tau)]^2}{2} + I_p = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial S(p, t, \tau)}{\partial t} = \frac{[p - A(t)]^2}{2} - \frac{[p - A(t - \tau)]^2}{2} = 2K + 1. \quad (7)$$

实际上, $\nabla p S(p, t, t')$ 或等价地 $\nabla p S(p, t, \tau)$ 正是自由电子在 t 和 t' 时刻所处位置矢量的差值. (5) 式表明, 价电子发生隧穿和复合的空间位置应该相同,

并且靠近原子中心, 因为只有在这些位置才有可能发生基态到自由态或自由态到基态之间的跃迁. 根据 (6) 式, 当 $I_p = 0$, 可以得到 $v_x(t - \tau) = p_x(t, \tau) - A_x(t - \tau) = 0$, 其中 $p_x(t, \tau)$ 是鞍点处电子正则动量 p 的 x 方向分量, 即电子在离开原子时的初始速度应为 0. 当 $I_p \neq 0$ 时, 为了隧穿库仑势垒, $t - \tau$ 时刻的电子必须具有负能量, 否则 (6) 式无解. 这要求电子返回时间 τ 是复数, 其中虚部代表电子隧穿时间. (7) 式是典型的能量守恒关系, 谐波光子的能量即是原子的电离能与电子在外场中获得的能量之和.

对于不同的电子与离子复合时刻 t (5) (6) 和 (7) 式分别用来确定电子的正则动量 p_{st} , 返回时间 τ 和辐射能量. 而对于不同的 I_p/U_p 值和谐波阶次 $2K + 1$, 且考虑不同的激光脉冲包络形状和激光载波-包络相位 Φ , 可以用数值计算方法计算出电子在激光电场中获得的能量与电子返回母核的时间 τ 之间的关系, 从而得出高次谐波辐射光子的能量与激光相位之间的关系曲线, 简称能量-相位关系 (energy-phase relation). 为简单起见, 当 $I_p \ll U_p$ (即 $I_p/U_p \approx 0$) 时, 可以忽略 (6) 式中 I_p 的影响.

3. 计 算

图 2(a) 是在 $I_p/U_p \approx 0$ 和激光电场幅度不变 (即无限长激光脉冲, 激光包络形状函数恒为 1) 时, 根据鞍点条件计算得到的结果, 其中实线表示电子的能量增益函数 $\Delta E_{kin}(\tau)/U_p$ 随返回时间 τ 的变化关系. $\Delta E_{kin}(\tau)/U_p$ 对于不同的返回时间有不同的数值, 呈现一定的周期结构. 在第一个极大值处, 返回

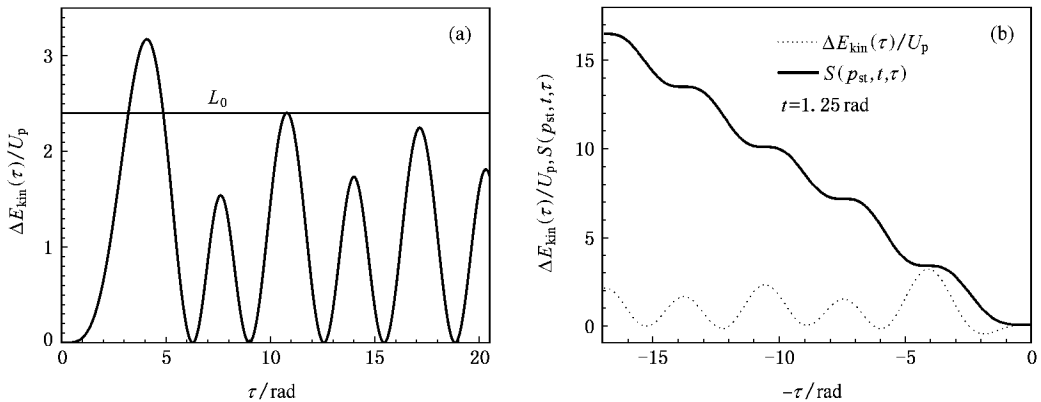


图 2 电子的能量增益函数 $\Delta E_{kin}(\tau)/U_p$ 随返回时间 τ 的变化 (a) $\tau \leq 20.5$ rad 时 $\Delta E_{kin}(\tau)/U_p$ 的变化曲线 (b) $t = 1.25$ rad 时的 $\Delta E_{kin}(\tau)/U_p$ (虚线) 和 $S(p_{st}, t, \tau)$ (实线) 变化曲线

时间 $\tau_1 = 4.08(\text{rad})$, $\Delta E_{\text{kin}}(\tau)/U_p = 3.17$. 在其他峰位处, $\Delta E_{\text{kin}}(\tau)/U_p$ 在 1.7—2.4 之间, 且 $\tau_2 = 7.62 \text{ rad}$, $\tau_3 = 10.80 \text{ rad}$, $\tau_4 = 13.98 \text{ rad}$, $\tau_5 = 17.16 \text{ rad}$. 图 3(a) 中水平线 L_0 以上的部分 $3.02 \leq \tau \leq 4.88(\text{rad})$, $\Delta E_{\text{kin}}(\tau)/U_p > 2.4$. 因此, 只有那些返回时间小于一个光学振荡周期、特定相位处的电子才有可能辐射高能量的谐波光子(X 射线). 图 3(b) 显示了复合时刻 $t = 1.25 \text{ rad}$ 时的 $\Delta E_{\text{kin}}(\tau)/U_p$ (虚线) 和 $S(p, t, \tau)$ (实线) 随 τ 的变化曲线. 从图中可以看出, 每个 $\Delta E_{\text{kin}}(\tau)/U_p$ 函数的极大处, 正好位于 $\partial_\tau S(p, t, \tau) = 0$ 的位置, 即符合鞍点条件.

为了方便计算和表述能量-相位关系, 仍取 $I_p/U_p \approx 0$ 并且求对应于图 2 中第一个峰曲线所对应的解(因为其他峰曲线所对应的最高辐射能量远小

于 $3.17 U_p$). 图 3(a) 中横坐标 t 表示电子返回母核的时间或激光相位, 曲线 L_1 表示激光电场的变化函数 $\cos(t)$, 在此作为相位或时间的参考. 对于 τ 和 t 的解, 虚线段 APB 上的点代表电子产生时刻(即离开原子时)的激光相位值($t - \tau$), 实线段 BQC 上的点代表电子返回母核时刻的激光相位 t . 其中如箭头所示, 在 P 点(-161.96°)离开原子, 又在 Q 点(71.80°)返回母核所辐射的谐波光子能量最大($\approx 3.17 U_p + I_p$). 如果用相位图表示, 如图 3(b) 所示, 曲线 L_2 上各点对应电子产生(即离开原子)时刻 $t - \tau$ 和返回母核时刻 t 的相位. 图中 G 点对应电子在图 3(a) 中 P 点产生、又在 Q 点返回母核而产生最高能量谐波辐射的激光相位.

上述解可以用更为直观的产生谐波辐射的电子

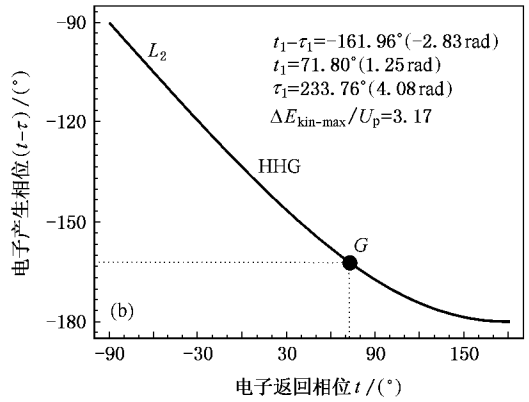
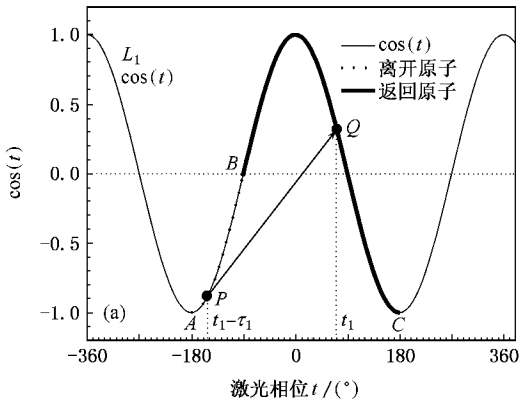


图 3 价电子产生和返回母核的相位关系示意图 (a) 箭头($P \rightarrow Q$)代表最高光子能量辐射的电子产生和复合时刻 (b) L_2 上各点表示能够辐射高次谐波的电子产生时刻的激光相位 $t - \tau$ 和复合时刻的激光相位 t 的解

能量增益-激光相位图来表示, 如图 4(a) 所示, 简称

$\tau \leq 2\pi$ 时的能量-相位关系. 能量增益函数 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p$

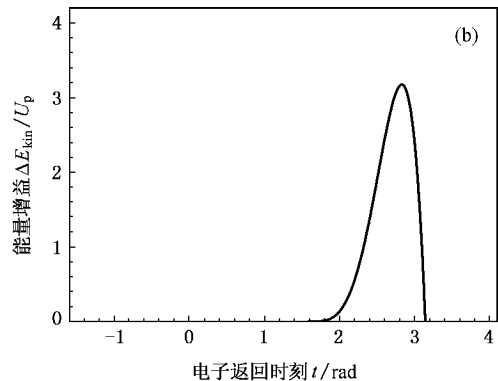
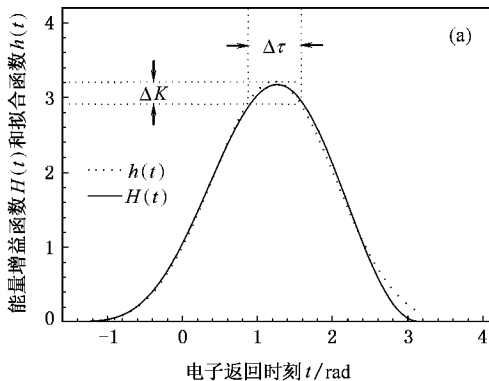


图 4 $\tau \leq 2\pi$ 时的能量-相位关系 (a) 实线是谐波辐射电子能量增益函数 $H(t)$ 与电子返回时刻 t 之间的关系, 虚线是 $H(t)$ 的高斯拟合曲线 $h(t)$. $H(t)$ 是满足全部鞍点条件(5)–(7)三式的解; (b) 表示只满足(6)(7)二式而不满足位置条件(5)式的解

用 $H(t)$ 表示. 很明显, 从曲线的总体形状来看, $H(t)$ 是分布较宽、形状几乎是对称的曲线. 图 4(a) 中的虚线是 $H(t)$ 的高斯拟合曲线 $h(t)$:

$$h(t) = -0.08 + 3.29e^{-0.75(t-1.22)^2}. \quad (8)$$

$h(t)$ 几乎与 $H(t)$ 一致, 中心位置在 $t = 1.22 \text{ rad}$ 处 (实际在 1.25 rad 处, 差别很小), 半高宽 1.92 rad . 作为比较, 图 4(b) 画出了只符合(6)(7)二式的解, 即只满足了部分鞍点条件的解.

另外, 如果在图 4(a) 中的能量增益函数 $H(t)$ 的峰位处取一定的能量带宽 ΔK (小量), 则可以将相应的相位展宽 $\Delta\tau$ 写为

$$\Delta\tau = 2.44 \sqrt{\Delta K / U_p}. \quad (9)$$

从(9)式可以看出, 对于同样的带宽 ΔK , $\Delta\tau$ 随着 U_p 即激光强度的增加而显著地减小, 因此, 要得到时间

宽度很窄的阿秒级 X 射线脉冲, 需要增加激光脉冲的强度.

图 5(a) 是通过数值积分方法具体计算(4)式的作用量 $S(\mathbf{p}, t, t-\tau)$, 并从鞍点应满足的三条件(5)–(7)式出发, 在考虑了其他邻近周期产生的谐波辐射的贡献时, 计算得到的电子能量增益函数 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p$ (实点线) 和高斯形拟合曲线 $h(t)$ (8) 式 (细实线). 从图中可以看出, 在 $2.4 \leq \Delta E_{\text{kin}}/U_p \leq 3.17$ 内 (即水平线 L_3 和 L_4 之间, 相位在 $0.61 + k\pi : 1.87 + k\pi$ (rad), $k = \pm 1, \pm 2, \dots$) 的能量-相位关系比较简单. 在上述条件下且 $\tau \leq 2\pi \text{ rad}$ 时, 每个激光周期只有一个分布曲线; 在大时间范围 ($\tau > 0$) 内表现为周期为 π 、频率为 2 倍激光振荡频率的脉冲序列. 因此, 可以用具有特定带宽的光学滤波器分离出 X 射线脉冲序列.

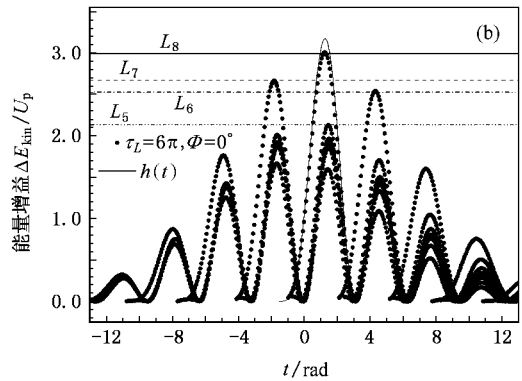
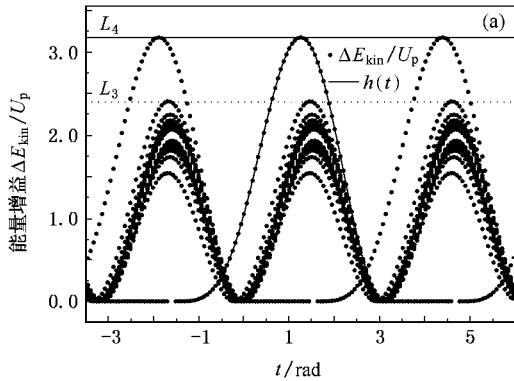


图 5 电子能量增益函数 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p$ 与相位的关系 (a) 无限长激光脉冲 (实点线: $\Delta E_{\text{kin}}/U_p$, 细实线: $h(t)$) 水平线 L_3 : $\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 2.4$, 水平线 L_4 : $\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 3.17$ (b) $\tau_L = 6\pi \text{ rad}$ (3 个激光振荡周期) 且 $\Phi = 0^\circ$. 水平线 L_5 — L_8 对应的 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p$ 分别为 2.1 2.5 2.7 3.0)

对于飞秒激光脉冲, 谐波辐射能量-相位图的计算较为复杂. 若用 τ_L 表示激光脉冲的时间宽度 (半高宽), 图 5(b) 给出了 $\tau_L = 6\pi \text{ rad}$, 即 3 个激光振荡周期、载波-包络相位 (carrier-envelope phase) $\Phi = 0^\circ$ 的电子能量增益-相位关系. 从图 5(b) 可以看出, 位于水平线 L_5 ($\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 2.1$) 之上有 3 个脉冲; 位于水平线 L_6 ($\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 2.5$) 之上有 2 个脉冲; 位于水平线 L_7 ($\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 2.7$) 之上只有 1 个脉冲, 并且最大值 (水平线 L_8) 为 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 3.0$, 比图 4(a) 中 $h(t)$ 的最大值 3.17 有明显的差距. 图 6(a) 和 (b) 显示了 Φ 分别为 17.5° 和 105° 时计算得到的电子能量增益函数 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p$ -相位关系图. 位于水平线 L_9 ($\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 2.6$) 之上有 1 个脉冲, 最大值为 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 3.0$; 位于水平线 L_{10} ($\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 2.2$) 之上只有

2 个脉冲, 最大值为 $\Delta E_{\text{kin}}/U_p = 2.9$, 比图 $h(t)$ 的最大值 3.17 差距更大. 进一步分析指出, 如在上述单脉冲和双脉冲峰位置附近取一定的能量带宽 ΔK (小量), 其时间宽度仍可以近似用(9)式表示. 这些计算结果表明, 飞秒激光脉冲激发产生的高次谐波辐射也是一个飞秒脉冲包, 它包含了很多小脉冲. 实验上若用不同带宽的滤波器, 将可以得到不同数量的小脉冲. 计算表明, 对于同样强度的激光, 随着激光脉冲时间宽度的变小, 谐波辐射的最大能量将显著地变小. 因此, 要获得纯净的阿秒单脉冲或双脉冲, 需要用只有几个振荡周期的激光脉冲. 对于激光时间宽度、载波-包络相位、最大辐射能量和单脉冲带宽之间的定量关系, 我们正在做系统的计算和研究分析.

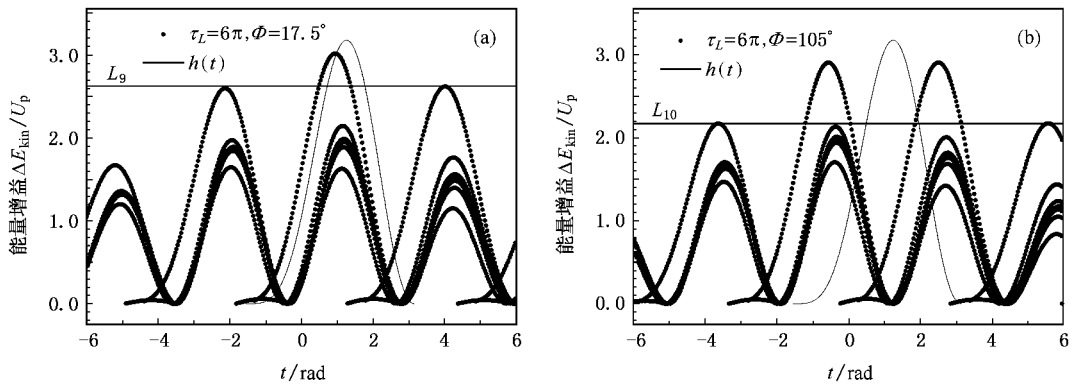


图6 飞秒激光脉冲激发高次谐波辐射的电子能量增益-相位关系(实点线: $\Delta E_{kin}/U_p$; 细实线: 图4(a)中的高斯函数 $h(t)$) (a) $\Phi = 17.5^\circ$ (b) $\Phi = 105^\circ$

(9)式有助于理解通过高次谐波辐射产生的阿秒 X 射线脉冲的能量-脉冲宽度特性. 当然, 由于波列长度及光在介质中传输时产生的脉冲展宽, 最终在实验上测量得到的脉冲时间特性可能在某种程度上会变得复杂. 但是, 对于如图 6(b)所示的飞秒激光脉冲激发的高次谐波辐射的能量-相位特性的双脉冲结构, 预示着只要选择合适的激光参数、合适的 X 射线能量带宽, 在实验上有可能通过文献 [15—21] 所提出的光电子激光相位确定法和能谱变换方程方法, 测量得到高次谐波辐射的双脉冲时间间隔. 这对于理论和实验研究具有重要的科学意义. 因为这种阿秒双脉冲结构是高次谐波辐射的一种固有属性, 可以作为超快速测量中一种客观的时间标度, 而不是通过分离光束、控制相对延迟时间等技术手段而人为产生的双脉冲或多脉冲结构. 不仅如此, 实验上如能测量这种双脉冲, 就进一步验证了强场近似和 Lewenstein 理论在产生水窗波段、甚至更高能量 X 射线辐射条件下的适用性. 同时, 因为这种双脉冲取决于实际的激光参数和实验技术条件, 因此这些实验结果能用来细致地评估和刻度测量装置的性能及各项技术指标.

4. 结 论

本文用量子力学的方法, 研究了在强激光电场中原子的行为以及它需要满足的含时间薛定谔方程. 从电偶极矩阵元表达式中作用量需要满足的鞍

点条件出发, 对于高次谐波辐射的动力学过程进行了分析研究. 计算给出了辐射能量-相位关系, 分析了谐波辐射的时间、空间和能量特性. 研究表明, 在单个激光周期内, 辐射的能量-相位分布为近似高斯函数对称形状. 在理论上给出了最高阶次附近辐射 (X 射线) 的能量带宽和辐射能量-相位分布曲线宽度之间的参数化公式. 计算表明, 飞秒激光脉冲激发的高次谐波辐射的最大能量将偏离 (1) 式所表示的能量截断法则 (变小). 可以通过改变激光脉冲的时间宽度、控制载波-包络相位和 X 射线滤波器的工作带宽, 来达到只输出单个、两个或三个阿秒 X 射线光脉冲的目的. 如三个振荡周期 (半高宽) 的飞秒激光, 当载波-包络相位为 17.5° 和 105° 时, 可以分别得到纯净的阿秒单脉冲和双脉冲. 在能量-相位图上, 基本对称的单脉冲峰位为载波相位 53.86° , 宽度 53.34° , 增益带宽 $\Delta E_{kin}/U_p = 0.4$. 高度基本相同的双脉冲峰位分别为 -31.51° 和 143.81° , 宽度分别为 72.19° 和 73.34° , 相位间隔 175.33° , 增益带宽 $\Delta E_{kin}/U_p = 0.7$. 这些研究结果, 有助于研究超短 X 射线脉冲的产生、分离、测量和应用. 这些结果是高次谐波辐射固有的特性, 可以通过实验来进一步测量和研究.

作者感谢何海萍的支持和帮助, 感谢与 M. Lewenstein 教授 (the Institut de Ciencias Fotoniques), 北京大学江栋兴教授, 叶沿林教授, 陈金象教授, 刘洪涛教授的讨论.

- [1] Drescher M , Hentschel M , Kienberger R , Tempea G , Spielmann C , Reider G A , Corkum P B , Krausz F 2001 *Science* **291** 1923
- [2] Kienberger R , Goulielmakis E , Uiberacker M , Baltuska A , Yakovlev V , Bammer F , Scrinzi A , Westerwalbesloh T , Kleineberg U , Heinzmann U , Drescher M , Krausz F 2004 *Nature* **427** 817
- [3] Goulielmakis E , Uiberacker M , Kienberger R , Baltuska A , Yakovlev V , Scrinzi A , Westerwalbesloh T , Kleineberg U , Heinzmann U , Drescher M , Krausz F 2004 *Science* **305** 1267
- [4] Hentschel M , Kienberger R , Spielmann C , Reider G A , Milosevic N , Brabec T , Corkum P B , Heinzmann U , Drescher M , Krausz F 2001 *Nature* **414** 509
- [5] Drescher M , Hentschel M , Kienberger R , Uiberacker M , Yakovlev V , Scrinzi A , Westerwalbesloh T , Kleineberg U , Heinzmann U , Krausz F 2002 *Nature* **419** 803
- [6] Lewenstein M , Balcou P , Ivanov M Y , LHuillier A , Corkum P B 1994 *Phys. Rev. A* **49** 2117
- [7] Spielmann Ch , Burnett N H 1997 *Science* **278** 661
- [8] Schnürer M , Spielmann Ch , Wobrauschek P , Streltsov C , Burnett N H , Kan C , Ferencz K , Koppitsch R , Cheng Z , Brabec T , Krausz F 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3236
- [9] Wu J H , Yan J M 2003 *Chin. Phys.* **12** 1390
- [10] Li P C , Zhou X X , Dong C Z , Zhao S F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 750 (in Chinese) [李鹏程、周效信、董晨钟、赵松峰 2004 物理学报 **53** 750]
- [11] Zheng Y H , Zeng Z N , Li R X , Xu Z Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2243 (in Chinese) [郑颖辉、曾志男、李儒新、徐至展 2007 物理学报 **56** 2243]
- [12] Zhang , Y P , Zhang F S , Meng K L , Xiao G Q 2007 *Chin. Phys.* **16** 83
- [13] Zhou Z Y , Yuan J M 2007 *Chin. Phys.* **16** 675
- [14] Ge Y C 2006 *Phys. Rev. A* **74** 015803
- [15] Ge Y C 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 2909
- [16] Ge Y C 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 349
- [17] Ge Y C 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1916
- [18] Ge Y C 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 143
- [19] Ge Y C , Li Y J , Kang K J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2669 (in Chinese) [葛愉成、李元景、康克军 2005 物理学报 **54** 2669]
- [20] Ge Y C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2653 (in Chinese) [葛愉成 2005 物理学报 **54** 2653]
- [21] Ge Y C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3386 (in Chinese) [葛愉成 2006 物理学报 **55** 3386]
- [22] Miyazaki K , Takada H 1995 *Phys. Rev. A* **52** 3007
- [23] Corkum P B , Burnett N H , Brunel F 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1259

Relation of harmonic radiative energy and laser phase in high-order harmonic generation *

Ge Yu-Cheng[†]

(School of Physics and State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology , Peking University , Beijing 100871 , China)

(Received 3 July 2007 ; revised manuscript received 17 September 2007)

Abstract

The behavior of an atom in strong laser field and the dynamic process of high-order harmonic generation (HHG) are analyzed with the quantum theory and saddle-point method. Within a laser optical cycle of a long duration laser , the relations between the radiative energy and the laser phase of HHG show a Gaussian-like distribution which peaks at 71.80° . A parameterized formula is deduced to calculate the high harmonic emission duration and the bandwidth of the HHG energy-phase distribution. The peak position , maximum and the bandwidth of a selected energy-phase distribution pulse depend on the laser parameters. Calculations show that a pure single (double) energy-phase distribution pulse (s) can be generated by a 3-cycle laser with a carrier-envelope phase of 17.5° (105°). A single symmetric energy-phase distribution pulse peaks at the carrier phase of 53.86° and spans 53.34° . The double energy-phase distribution pulses separated by 175.33° have the same height. They peak at -31.51° and 143.81° , and span 72.19° and 73.34° , respectively. These results may be useful for researches of ultra-short X-ray generation , pulse separation , measurement and its application.

Keywords : ultra-short laser , high-order harmonic generation , saddle-point method , energy-phase relation

PACC : 3280F , 3365 , 3280 , 3365C

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10675014).

[†] E-mail : gyc@pku.edu.cn