

基于自适应遗传算法部分相干光 整形位相板的优化设计*

李建龙 吕百达†

(四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

(2007 年 7 月 19 日收到, 2007 年 9 月 19 日收到修改稿)

基于自适应遗传算法, 对部分相干光整形的相位板做了优化设计. 以高斯-谢尔模型(GSM)光束为例, 推导出远场光强的解析表达式. 最优化设计的位相板能将 GSM 光束变为平顶光束. 数值计算例表明空间相干性对光束整形效果的影响. 与已有工作相比较说明自适应遗传算法用于部分相干光整形的优点.

关键词: 自适应遗传算法, 光束整形, 部分相干光, 位相板

PACC: 4270Q, 7820P

1. 引 言

部分空间相干光及其应用是在理论上和实际工作中都非常重要的课题. Wolf 等人开创性的工作^[1,2]推动了部分相干光和相关领域研究工作的进展. 已证明多模激光可用部分空间相干光来描述^[3], 部分空间相干光已成功用于工业激光材料加工, 激光核聚变和信息光学等领域^[4-6]. 对部分相干光的空间整形引起广泛的研究兴趣, 文献^[7]用改进的迭代傅里叶变换算法(IFTA)对准分子激光器输出的部分相干光的整形做了计算模拟, 但算法十分复杂, 且整形效果尚不够理想. 众所周知, 遗传算法是在位相恢复问题中广为应用的一种算法, 其显著优点是不依赖于问题的数学模型, 也不需要具有可导性等约束条件, 非常适用于复杂性高且搜索空间大的问题, 并且能在复杂而庞大的搜索空间中寻找最优解或准最优解^[8-10], 但至今尚未见有遗传算法用于部分相干光空间整形的报道. 本文将改进的遗传算法, 即自适应遗传算法^[11]用于部分相干光整形位相板的优化设计, 并以数值计算例对设计方法和结果做了说明.

2. 理论模型

设多阶相位板的折射率为 n_p , 其复振幅透过率

可表示为

$$t(x, y) = \exp(i\theta(x, y)). \quad (1)$$

沿 x, y 方向将多阶相位板等间距分别划分为 $2m_1, 2m_2$ 个区间, 此时位相板被分成 $2m_1 \times 2m_2$ 区域, 故波长为 λ 的入射光通过位相板后其位相延迟为

$$\Delta\phi(x_l, y_j) = \frac{2\pi}{\lambda}(n_p - 1)h_{lj}, \quad (2)$$

式中 x_l, y_j, h_{lj} ($l = -m_1, -m_1 + 1, \dots, m_1 - 1, m_1; j = -m_2, -m_2 + 1, \dots, m_2 - 1, m_2$) 分别表示 x 方向第 l 界点、 y 方向第 j 界点和它们所对应位相板的几何厚度. 当 x, y 方向所划分的间距趋于零时, 位相板的透过率函数可以看作是一系列 $t(x_l, y_l)$ 按一定顺序排列的点透过率的集合.

设入射部分相干光入射于 $z = 0$ 面上, 入射光束的电场为 $E_0(x, y)$, 互强度为 $J_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) = E_0^*(\mathbf{r}_1)E_0(\mathbf{r}_2)$. 在 $z = 0$ 面上, 置一透过率为 $t(x, y)$ 的位相板, 则 $J_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ 通过该位相板后的互强度 $J(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \rho)$ 可表示为^[12]

$$J(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \rho) = t(\mathbf{r}_1)J_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)t^*(\mathbf{r}_2), \quad (3)$$

式中 $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1)$ 和 $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$ 为位相板上部分相干光电场中的两个场点位置坐标. 置于远场观察屏上光强的公式为^[7]

$$I(\mathbf{r}, z) = \frac{1}{\lambda_0^2 z^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} J(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \rho)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 10574097)资助的课题.

† E-mail: Baidalu@tom.com

$$\times \exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda_0 z}[\alpha(x_1 - x_2) + \beta(y_1 - y_2)]\right\} \\ \times dx_1 dx_2 dy_1 dy_2, \quad (4)$$

式中 $\mathbf{r} = (x, y)$. 当有限束宽光束入射时(4)式的有效积分区域(在该区域以外积分为零)沿 x, y 方向分别以 $\Delta x, \Delta y$ 为步长划分为 $2m_1, 2m_2$ 个有限区

$$K(x, y, z) = \frac{1}{\lambda_0^2 z^2} \sum_{l_1=-m_1}^{m_1} \sum_{l_2=-m_1}^{m_1} \sum_{j_1=-m_2}^{m_2} \sum_{j_2=-m_2}^{m_2} \exp\left[-\frac{i2\pi(n_p - 1)}{\lambda_0} (h_{l_1 j_1} - h_{l_2 j_2})\right] (\Delta x) (\Delta y)^2 \\ \times J_0(l_1 \Delta x, j_1 \Delta y; l_2 \Delta x, j_2 \Delta y, 0) \exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda_0 z} [\alpha(l_1 - l_2) \Delta x + \beta(j_1 - j_2) \Delta y]\right\}, \quad (6)$$

式中 $h_{l_1 j_1}, h_{l_2 j_2}$ 分别为 (x_{l_1}, y_{j_1}) 和 (x_{l_2}, y_{j_2}) 点处位相板的几何厚度.(6)式满足有限离散傅里叶变换形式,其计算速度快于传统傅里叶变换.同时,可看出当入射光场的 $J_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ 确定时,位相板的位相分布(即表面浮雕结构)影响光强分布,因而使用合适设计的位相板可有效控制出射部分相干光远场光强分布,即实现部分相干光的空间整形.

3. 数值模拟和分析

(6)式表明,入射部分相干光的 $J_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ 确定时,合适选择位相板的位相分布,可得到期望的光强分布.反之,从期望的光强分布出发,借助优化算法的迭代搜索就可得到位相板表面的位相分布,这即位相恢复问题.本文使用遗传算法来优化设计改变部分相干光光强分布的位相板.为了克服传统遗传算法收敛速度慢、易陷入局部最优的不足,我们使用自适应遗传算法,使得交叉和变异概率随适应度的大小及分散程度进行自适应调整,自适应遗传算法原理详见文献[11,13].其要点为

1) 产生初始位相群体,将其个体代入(6)式计算出部分相干光远场光强值,然后利用光强适应度函数值进行选择,光强适应度函数为

$$Fi[f(h)] = \sqrt{\frac{\sum_{p=1}^m I^2(h_p)}{\sum_{p=1}^m (K(h_p) - \hat{I}(h_p))}}, \quad (7)$$

式中 $K(h_p), \hat{I}(h_p)$ 分别为观察屏上 p 位置处优化光强值和期望光强值,从上式可以看出,随着适应度函

数.当步长足够小时,位相板上任意位置 (x_l, y_j) 可表示为

$$(x_l, y_j) = (l\Delta x, j\Delta y)$$

$$(l = -m_1, \dots, m_1 - 1, m_1;$$

$$j = -m_2, \dots, m_2 - 1, m_2), \quad (5)$$

共有 $2m_1 \times 2m_2$ 种可能组合,故(4)式改写为

数的增大,该基因的适应度增强.

2) 利用轮盘赌法在位相种群中随机选择两个繁殖下一代位相个体,并且进行自适应变异.若用 H_1 和 H_2 分别表示父代两位相个体,则后代 H_1^c 和 H_2^c 按下规则产生:

$$H_1^c = aH_1 + (1-a)H_2, \quad (8a)$$

$$H_2^c = aH_2 + (1-a)H_1, \quad (8b)$$

上式中 a 为 $[0, 1]$ 内均匀分布的一个随机数,并随之检验新一代群体是否满足收敛准则.

3) 遗传参数的自适应调整.位相个体的交叉概率 p_c 和变异概率 p_m 按如下公式自动调整:

$$p_c = \begin{cases} k_1 \frac{f_{\max} - f_1}{f_{\max} - f_{\text{avg}}}, & f \geq f_{\text{avg}} \\ k_2, & f < f_{\text{avg}} \end{cases}, \quad (9)$$

$$p_m = \begin{cases} k_3 \frac{f_{\max} - f}{f_{\max} - f_{\text{avg}}}, & f \geq f_{\text{avg}} \\ k_4, & f < f_{\text{avg}} \end{cases}$$

式中 f_{\max} 为位相群体中最大的光强适应度值, f_{avg} 为位相群体的平均光强适应度值, f_1 为交叉的两位相个体中较大的光强适应度值, f 为变异位相个体的光强适应度值, k_1, k_2, k_3, k_4 为自适应控制参数,本文中分别取 $k_1 = k_2 = 0.195, k_3 = k_4 = 0.121$.

4) 若不满足收敛准则,则从步骤2)开始重复对位相个体进行选择、交叉、变异等遗传操作,直至满足某一性能指标或规定的遗传代数,从而得出位相分布的优化解.

在数值模拟中,设 $z = 0$ 入射面上的部分相干光为高斯-谢尔模型(GSM)光束,其互强度为^[11]

$$J_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) = \exp\left(-\frac{\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2}{w_0^2}\right)$$

$$\times \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (10)$$

式中 w_0 为束腰宽度, σ_0 为空间相干长度. 将(5), (11)式代入(6)式, 有

$$\begin{aligned} K(x, y, z) = & \frac{1}{\lambda_0^2 z^2} \sum_{l_1=-m_1}^{m_1} \sum_{l_2=-m_1}^{m_1} \sum_{j_1=-m_2}^{m_2} \sum_{j_2=-m_2}^{m_2} \exp\left[-\frac{i2\pi(n_p - 1)}{\lambda_0} (h_{l_1 j_1} - h_{l_2 j_2})\right] (\Delta x)^2 (\Delta y)^2 \\ & \times \exp\left[-\frac{(l_1^2 + l_2^2)(\Delta x)^2 + (j_1^2 + j_2^2)(\Delta y)^2}{w_0^2}\right] \exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda_0 z} [x(l_1 - l_2)\Delta x + y(j_1 - j_2)\Delta y]\right\} \\ & \times \exp\left\{-\frac{[(l_1 - l_2)\Delta x + (j_1 - j_2)\Delta y]^2}{2\sigma_0^2}\right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

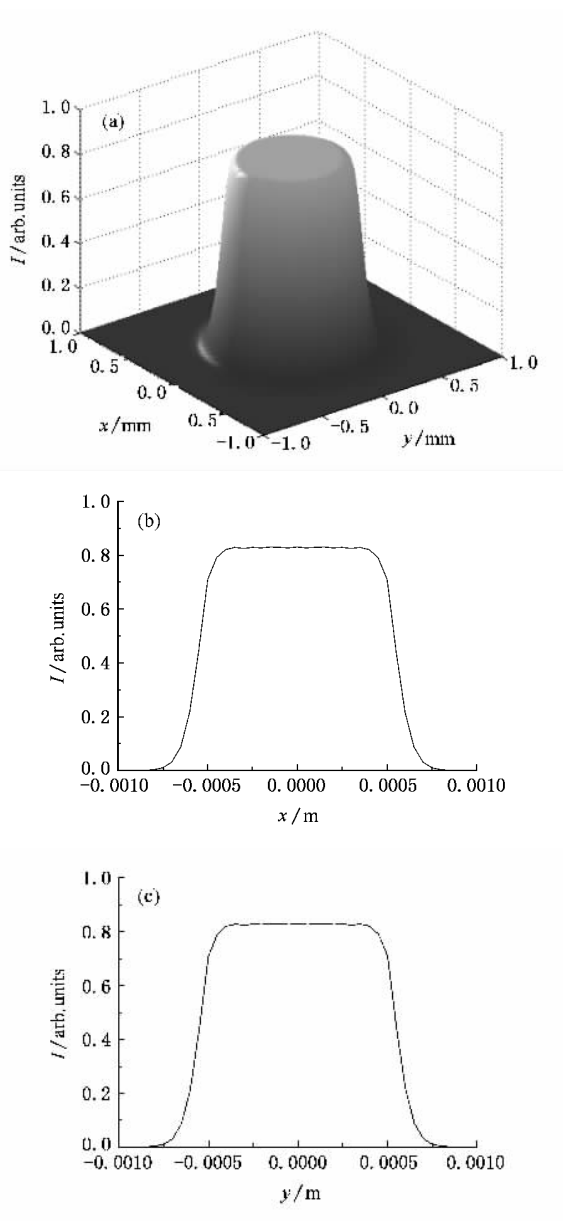


图 1 (a)用自适应遗传算法得到的优化的二维平顶光强分布; (b) $x(y=0)$ 方向优化光强的平顶分布 (c) $y(x=0)$ 方向优化光强的平顶分布

设以平顶分布为远场期望光强的分布,用自适应遗传算法整形的典型计算结果见图 1 和图 2. 计算中所取参数为 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, $w_0 = 1.2 \text{ mm}$ 和空间相干参数 $\beta = [1 + (w_0/\sigma_0)^2]^{1/2} = 0.5$.

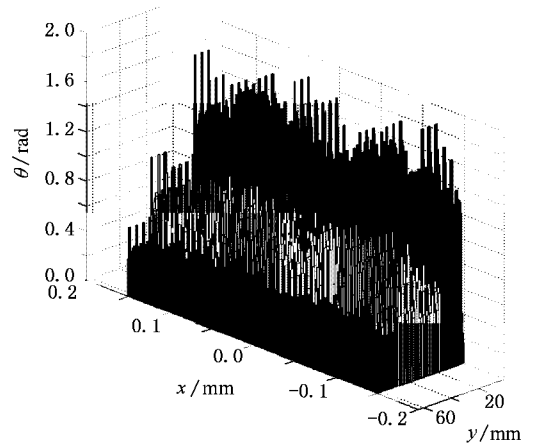


图 2 对应图 1 的二维位相板

图 1(a)给出了用自适应遗传算法得到的二维优化平顶光强分布. 图 1(b)和(c)分别给出了在 $x(y=0)$ 和 $y(x=0)$ 方向上光强截面图, 从图可以看出, 优化光强有较好的平顶分布. 图 2 给出了对应图 1 的二维位相板上的位相分布. 从(12)式知, 部分相干光其空间相干性影响光强分布. 图 3(a)~(c)给出了空间相干参数 $\beta = 0.2$, $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ 和 $w_0 = 1.2 \text{ mm}$ 的 GSM 光束通过图 2 所示位相板后远场的光强分布. 由图 3(a)知, 此时光强不再是期望的平顶分布. 但若用上述方法对 $\beta = 0.2$ 的 GSM 光束通过位相板做优化计算, 仍可得到平顶分布光强, 限于篇幅在此从略.

现用顶部波形畸变因子 $\Pi_{l(\text{rms})}^{[14]}$ 分别对光强顶部平整度进行评价, 其定义为

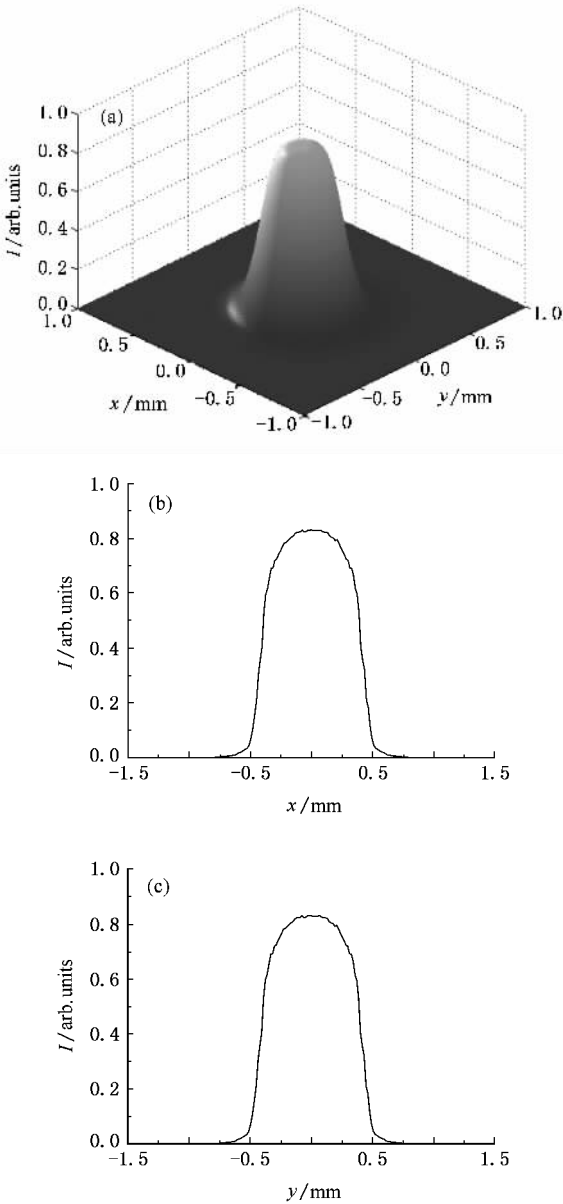


图3 (a) $\beta = 0.2$ 的 GSM 光束通过图 2 所示位相板后远场光强分布 (b) $x(y=0)$ 方向的光强分布 (c) $y(x=0)$ 方向的光强分布

$$\Pi_{I_{k(\text{rms})}} = \sqrt{\frac{\sum |I_{k(\text{real})} - I_{k(\text{ideal})}|^2}{B \times I_{k(\text{ideal})}^2}}, \quad (13)$$

式中 $I_{k(\text{real})}$ 、 $I_{k(\text{ideal})}$ 分别表示实际光强取样点的光强和目标光强对应取样点的光强, B 为取样点数, 易知 $\Pi_{I_{k(\text{rms})}}$ 表征的物理意义是实际光束与目标光束顶部波形畸变因子的大小. 图 1(b) 和 (c) 顶部波形畸变因子的大小均为 4.53%, 而图 3(b) 和图 3(c) 的顶部波形畸变因子的大小均为 19.42%.

4. 结 论

本文将自适应遗传算法用于部分空间相干光整形位相板的优化设计. 对三维 GSM 光束整形为平顶光束的计算模拟结果表明, 可得到顶部波形畸变因子小于 4.53% 的整形结果. 部分相干光的空间相干性对整形效果有影响, 当改变空间相干度 β 时, 用同一位相板可得到不同整形效果. 为说明自适应遗传算法用于部分相干光整形中的主要物理问题, 以三维 GSM 光束整形为平顶光束为例进行了计算分析. 本文方法和所得结果可推广用于将 GSM 光束整形为空心光束或有其他形状光强剖面的光束. 对其他类型部分空间相干光, 只要其初始互强度(或交叉谱密度函数)已知, 就可直接利用本文推出的(6)式和自适应遗传算法做位相板优化设计, 实现空间整形. 与文献[12]中对部分相干光整形的相关工作比较(例如比较本文图 1 和文献[7]中图 6), 本文所得结果明显优于文献[7]. 这是因为本文利用抽样定理和函数积分性质得到通过位相板后部分相干光远场光强的(6)式, 对 GSM 光束还可得到解析式(12), 再利用自适应遗传算法搜索求解, 这样就避免了文献[7]中光强的卷积表示, 不需要进行复杂的去卷积运算, 并克服了 IFTA 法丢失高频成分的不足. 因此自适应遗传算法在部分相干光整形中有较为普遍的应用意义.

[1] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge U. Press, Cambridge, UK)

[2] Wolf E 2003 *Phys. Lett. A* **312** 263

[3] Gase R 1991 *J. Mod. Opt.* **38** 1107

[4] Berngs J, Unnebrink L, Henging T 1998 *Pro. SPIE* **3573** 108

[5] Turunen J, Paakkonen P, Kuittinen M, Laakkonen P, Simonen J, Kajava T, Kaivola M 2000 *J. Mod. Opt.* **47** 2467

[6] Kato, Mima K, Miyayaga, Arinaga, Kitagawa, Nakatsuka, Yamanaka 1984 *Phys. Rev. Lett.* **53** 1057

[7] Schäfer D 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 2915

[8] Dai D, Ma X K, Li F C, Y Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2459 (in Chinese) [戴 栋, 马西奎, 李富才, 尤 勇 2002 物理学报 **51** 2459]

[9] Niu P F, Zhang J, Guan X P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2493 (in

- Chinese)[牛培峰、张君、关新平 2007 物理学报 **56** 2493]
- [10] Gong C J ,Hu X W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 927 (in Chinese)[龚春娟、胡雄伟 2007 物理学报 **56** 927]
- [11] Zhou M ,Sun S D 1999 *Theory and application of the genetic algorithm* (National Defence Industry Press ,Beijing) (in Chinese) [周明、孙树栋 1999 遗传算法原理及其应用(北京 :国防工业出版社)]
- [12] Goodman J W 1985 *Statistical Optics* (Wiley ,New York)
- [13] Zhang H Z ,Peng Y F ,Xiong K 2007 *Water conservancy science and technology and Economy* **13** 230 (in Chinese)[张怀芝、彭云枫、熊堃 2007 水利科技与经济 **13** 230]
- [14] Wang W ,Li T ,Pei M ,Li Y P ,Hong Y L ,Fu S J 2001 *Chin. J of Lasers* **A28** 41 (in Chinese)[王伟、李涛、裴珉、李永平、洪义麟、傅绍军 2001 中国激光 **A28** 41]

Optimized design of phase plates for shaping partially coherent beams based on the adaptive genetic algorithm *

Li Jian-Long Lü Bai-Da[†]

(*Institute of Laser Physics and Chemistry ,Sichuan University ,Chengdu 610064 ,China*)

(Received 19 July 2007 ; revised manuscript received 19 September 2007)

Abstract

Based on the adaptive genetic algorithm ,the optimized design of phase plates for shaping partially coherent beams is performed. Taking the Gaussian Schell-mode beam as an example ,the analytical expression for the far-field intensity is derived and the phase plate capable of transforming GSM beams to flat-topped ones is optimized. The effect of spatial coherence on the beam shaping is illustrated by a numerical example. Comparison of the results with the previous work shows the advantages of the adaptive genetic algorithm in shaping partially coherent beams.

Keywords : adaptive genetic algorithm , beam shaping , partially coherent beam , phase plate

PACC : 4270Q , 7820P

* Project support by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574097).

[†] E-mail :Baidalu0@tom.com