

# 一种新型的多包层光子晶体光纤的分析方法<sup>\*</sup>

魏东宾<sup>1)†</sup> 周桂耀<sup>1)‡</sup> 赵兴涛<sup>1)</sup> 苑金辉<sup>1)</sup> 孟 佳<sup>1)</sup> 王海云<sup>1)</sup> 侯蓝田<sup>1)‡</sup>

1) 燕山大学红外光纤与传感研究所, 秦皇岛 066004)

2) 燕山大学亚稳材料制备技术与科学重点实验室, 秦皇岛 066004)

(2007 年 6 月 27 日收到, 2007 年 8 月 17 日收到修改稿)

传统有效折射率方法只能模拟具有相同空气孔大小的单包层光子晶体光纤. 针对这一问题, 提出了一种改进的有效折射率法, 能够计算具有不同孔径的多包层光子晶体光纤的传输特性. 并用此方法对三包层光子晶体光纤的基模有效折射率和色散等特性进行了数值模拟, 结果与多极法模拟出的结果符合得很好. 这种改进的有效折射率法拓展了传统有效折射率法的适用范围, 对快速准确地分析和设计具有不同传输特性的多包层光子晶体光纤提供了理论依据.

关键词: 光子晶体光纤, 多包层, 有效折射率方法, 色散

PACC: 4280M, 4281D, 8120J

## 1. 引 言

近年来, 由于光子晶体光纤( photonic crystal fiber, PCF )具备传统光纤所无法比拟的灵活可调的传输特性, 成为当前的研究热点<sup>[1,2]</sup>. 人们通过设计不同的包层结构, 来达到对光子晶体光纤传输特性的优化. 目前, 对光子晶体光纤进行模拟的方法有很多, 如平面波法、双正交基矢量法、正交函数混合法、超元胞晶格方法、BPM 方法、Galerkin 方法等, 这些方法都有其各自的优缺点, 一方面, 大多数的数值模拟方法计算量大、耗时多, 不能快速地模拟微结构光纤的特性; 另一方面, 一些数值模拟方法模拟的光子晶体光纤的包层结构简单, 不富于变化. 传统有效折射率方法能实现对光子晶体光纤快速准确地模拟, 但它只能模拟具有相同空气孔大小的单包层光子晶体光纤. 于是, 本文借鉴阶跃折射率光纤的导光原理, 对传统有效折射率法进行了改进, 提出了一种改进的有效折射率法( improved effective index method, IEIM ), 能实现对多包层结构的光子晶体光纤进行快速准确的分析, 这就拓展了传统有效折射率法的适用范围.

## 2. 理论基础

有效折射率模型首先由 Birks 等人提出, 它是采用电磁场分布的标量近似理论, 把光纤的包层区域看作是没有中心缺陷且具有无限周期性排列的六角形二维光子晶体结构, 认为空间填充模( fundamental space-filling mode, FSM )是无限光子晶体包层的基模. 通过对一个单元胞的标量波方程求解, 计算出空间填充基模的传播常量  $\beta_{FSM}$ , 并由此得到包层的有效折射率  $n_{eff} = \beta_{FSM}/k_0$ , 其中  $k_0 = 2\pi/\lambda$ . 具体计算方法可参阅文献 [3—9].

传统有效折射率法计算的只是单一包层结构的 PCF, 即 PCF 的包层孔孔径大小相等, 并不能对更多结构的 PCF( 如具有色散补偿、色散平坦等特性的 W 形或多包层 PCF )进行模拟. 为了克服传统有效折射率法的这一缺陷, 本文对其进行了改进, 把它应用于多包层 PCF 的计算中. 多包层 PCF 的截面图如图 1 所示, 它是由多个空气孔环组成, 相邻的空气孔大小相同的环看作 PCF 的一个包层, 这样具有不同空气孔大小的 PCF 就成了多包层 PCF.

由于多包层 PCF 中不同大小的空气孔对应于

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划( 973 ) 批准号 2003CB314905 ), 国家自然科学基金重点项目( 批准号 60637010 )和国家高技术研究发展计划( 863 ) 批准号 2003AA311010 )资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: wdl800@126.com

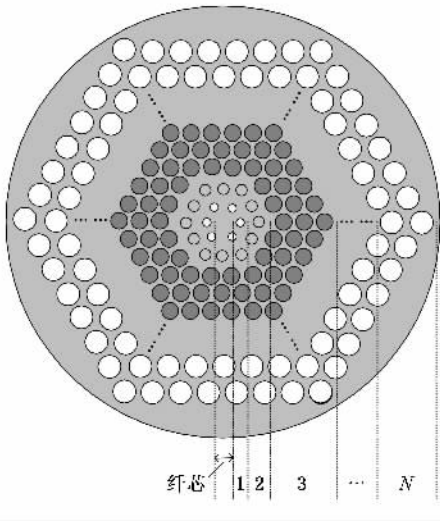


图 1 多包层 PCF 截面图

不同的有效折射率分布,所以每个包层因空气孔大小的不同而具有不同的折射率,于是通过上述理论先计算出各包层的有效折射率,再把多包层 PCF 等效为常规阶跃型多包层光纤,利用阶跃光纤的理论来进行研究.

根据标量近似理论,标量场为  $\Psi e^{j(\alpha z - \beta z + m\phi)}$  的形式,在柱坐标系中,应满足贝塞尔方程

$$\frac{d^2 \Psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dr} + \left( k_i^2 n_i^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \Psi = 0, \quad (1)$$

其中  $k_i, n_i$  分别对应纤芯和各包层波数和折射率.

在纤芯和包层中分别对该波动方程求解.在纤芯中,  $n = n_c, k_c^2 n_c^2 - \beta^2 > 0$ , 方程的解为

$$\Psi \sim J_m(Ur), \quad (2)$$

其中  $U = \sqrt{k_c^2 n_c^2 - \beta^2}$ .

在各内包层中,  $n = n_i$ , 分有两种情况考虑 (a) 若  $k_i^2 n_i^2 - \beta^2 > 0, i = 1, 2, \dots, N-1$ , 则对应的方程的解为

$$\Psi \sim AJ_m(Pr) + BY_m(Pr), \quad (3)$$

其中  $P = \sqrt{k_i^2 n_i^2 - \beta^2}$ .

(b) 若  $k_i^2 n_i^2 - \beta^2 < 0, i = 1, 2, \dots, N-1$ , 则对应的方程的解为

$$\Psi \sim AI_m(Qr) + BK_m(Qr), \quad (4)$$

其中  $Q = \sqrt{\beta^2 - k_i^2 n_i^2}$ .

在最外包层中,  $n = n_N, k_N^2 n_N^2 - \beta^2 < 0$ , 则对应的方程的解为

$$\Psi \sim K_m(Wr), \quad (5)$$

其中  $W = \sqrt{k_N^2 n_N^2 - \beta^2}$ .

以上各式中,  $r$  横截面径向半径,  $J_m, Y_m, I_m, K_m$  分别第一和第二阶贝塞尔函数和虚宗量第一和第二阶贝塞尔函数.

下面以最简单的三包层结构为例,运用改进的有效折射率法对其进行计算,所模拟的光纤截面和等效后的有效折射率剖面图如图 2 所示.

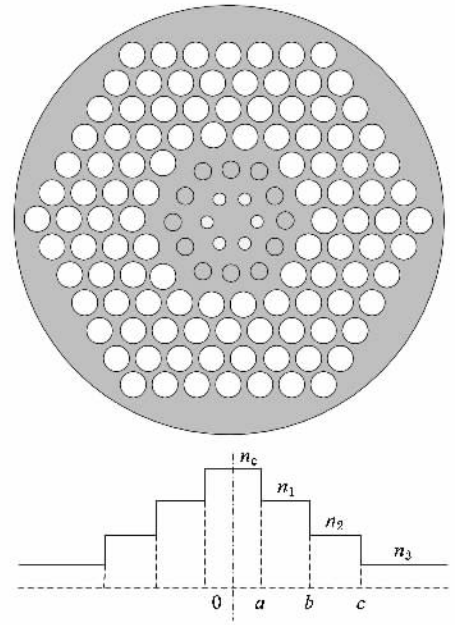


图 2 PCF 截面及有效折射率分布

图 2 中,纤芯为  $r < a$ , 折射率为  $n_c$ , 包层对应的折射率分别为  $n_1, n_2, n_3$ , 半径分别对应于  $b, c$ .

根据上述理论,传播常数  $\beta$  取  $k_1 n_1 < \beta < k_c n_c$ , 则方程在各区域的解为

$$\Psi = \begin{cases} AJ_m\left(U \frac{r}{a}\right), & r \leq a, \\ BI_m\left(P \frac{r}{b}\right) + CK_m\left(P \frac{r}{b}\right), & a \leq r \leq b, \\ DI_m\left(Q \frac{r}{c}\right) + EK_m\left(Q \frac{r}{c}\right), & b \leq r \leq c, \\ FK_m\left(W \frac{r}{c}\right), & r \geq c, \end{cases} \quad (6)$$

其中  $A, B, C, D, E, F$  是待定系数,  $J_m$  为第一类 Bessel 函数,  $I_m, K_m$  为虚宗量第一类和第二类 Bessel 函数,  $U = \sqrt{k_c^2 n_c^2 - \beta^2}, P = \sqrt{k_1^2 n_1^2 - \beta^2}, Q = \sqrt{k_2^2 n_2^2 - \beta^2}, W = \sqrt{k_3^2 n_3^2 - \beta^2}$ .

运用边界上  $\Psi$  和  $\partial\Psi/\partial r$  连续的条件,由(6)式中各分式可联立成方程组,并且在标量模中,  $m = 0$  时对应的  $LP_{01}$  模为基模,这样即可得特征方程

$$\frac{[K_0(P) - f \cdot I_0(P)]}{[PK_1(P) + f \cdot PI_1(P)]} = \frac{[-I_0(\bar{Q}) + g \cdot K_0(\bar{Q})]}{[\bar{Q}I_1(\bar{Q}) + g \cdot \bar{Q}K_1(\bar{Q})]}, \quad (7)$$

其中

$$f = -\frac{\bar{P}K_1(\bar{P})J_0(U) - UJ_1(U)K_0(\bar{P})}{\bar{P}I_1(\bar{P})J_0(U) + UJ_1(U)I_0(\bar{P})},$$

$$g = \frac{WK_1(W)I_0(Q) + QI_1(Q)K_0(W)}{WK_1(W)K_0(Q) - QK_1(Q)K_0(W)},$$

$$\bar{P} = P \frac{a}{b},$$

$$\bar{Q} = Q \frac{b}{c}.$$

(7)式是包含 Bessel 函数的超越方程,无法得到解析解,但可以运用数值解法得到  $\beta$  随波长变化的数值解.这样,基模的有效折射率

$$n_{\text{eff}} = \beta/k, \quad (8)$$

其中  $\beta$  为基模传播常数,  $k$  为自由空间波数.

光子晶体光纤的色散系数<sup>[5-12]</sup>可以定义为

$$D = \frac{d\tau}{d\lambda} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \approx D_w + D_m, \quad (9)$$

这里  $\lambda$  为波长,  $c$  为波速,  $n$  为导模有效折射率,  $D_w$  为波导色散,  $D_m$  为材料色散.

在传统光纤的色散特性计算过程中,人们总是通过先计算波导色散  $D_w$ ,再计算材料色散  $D_m$ ,然后计算总色散  $D = D_w + D_m$ .但是,这种计算方法会造成很大的误差,为了减小此误差,本文采用文献[5-7]中的方法,在对光子晶体光纤的折射率进行计算时,直接把材料色散考虑进去,最后再对由(8)式得到的有效折射率求得总色散

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{\text{eff}}}{d\lambda^2}, \quad (10)$$

这里  $\lambda$  为波长,  $c$  为波速.

### 3. 数值模拟和结果分析

因为多极法(multipole method, MPM)<sup>[13,14]</sup>是目前理论比较成熟、计算比较准确的方法,为了验证 IEIM 的计算精度,分别用 MPM 和 IEIM 两种方法进行了模拟并对其结果进行了比较.本文在用 MPM 模拟过程中,采用了 PCF 包层具有 4—6 环空气孔的六角形结构,这样得到的  $n_{\text{eff}}$  最大误差小于  $10^{-7}$ .

### 3.1. 基模有效折射率曲线比较

基模的有效折射率决定着很多 PCF 的传输特性,如色散、归一化频率、数值孔径、非线性、有效模面积和弯曲损耗等,因此能够准确的得到基模有效折射率非常重要.

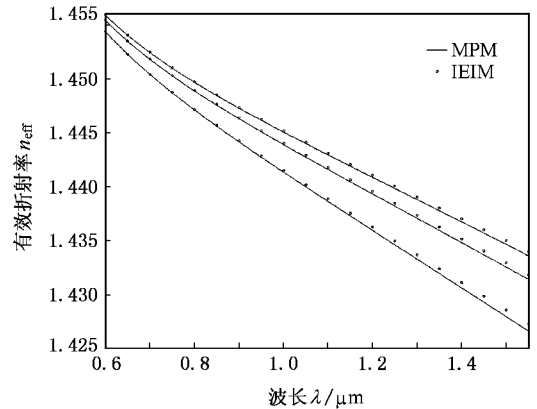


图3 包层孔直径  $d_1 = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 0.6 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = 0.7 \mu\text{m}$ , 节距  $\Lambda$  分别为  $2 \mu\text{m}$ ,  $2.3 \mu\text{m}$ ,  $2.5 \mu\text{m}$  时, IEIM 和 MPM 计算的 PCF 基模有效折射率随波长变化曲线

图3是 PCF 包层孔直径  $d_1 = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 0.6 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = 0.7 \mu\text{m}$  时,孔间距  $\Lambda$  分别为  $2 \mu\text{m}$ ,  $2.3 \mu\text{m}$ ,  $2.5 \mu\text{m}$  时有效折射率随波长的变化曲线.由图可以看出,由 IEIM 和 MPM 两种模拟方法计算出的曲线非常接近,相对误差非常小,在波长为  $1.55 \mu\text{m}$  处,其相对误差约为  $0.4\%$ .

### 3.2. 色散曲线比较

为了进一步分析这种方法的准确性,分别用

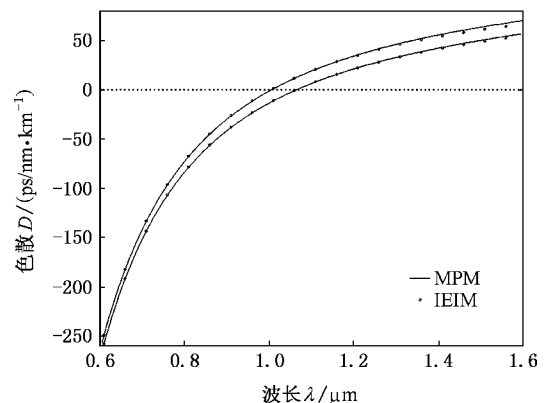


图4 包层孔直径  $d_1 = 1.6 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 1.8 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = 2.0 \mu\text{m}$ , 节距  $\Lambda$  分别为  $3.0 \mu\text{m}$  和  $3.5 \mu\text{m}$  时, IEIM 和 MPM 计算的 PCF 总色散随波长变化曲线

MPM 和 IEIM 模拟了 PCF 总色散值随波长的变化。

图 4 给出光子晶体光纤总色散值随波长变化的 IEIM 与 MPM 模拟结果的对比,其中 PCF 的包层孔直径为  $d_1 = 1.6 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 1.8 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = 2.0 \mu\text{m}$ , 节距  $\Lambda$  分别为  $3.0 \mu\text{m}$  和  $3.5 \mu\text{m}$ . 结果表明这两种方法的

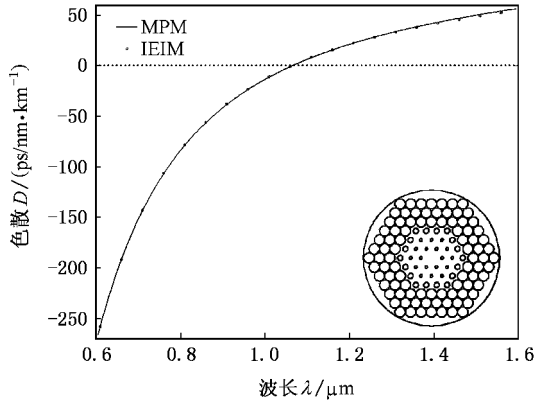


图 5 直径为  $d_1$  的包层孔为两环,  $d_1 = 1.6 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 1.8 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 3.5 \mu\text{m}$ , IEIM 和 MPM 计算的 PCF 总色散随波长变化曲线

曲线在整个波段范围基本重合,在波长为  $1.55 \mu\text{m}$  处的色散值相差约  $1\text{--}2 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}^{-1}$ .

另外,本文也对最内包层为多环的情况进行了模拟,PCF 截面如图 5 内插图所示,直径为  $d_1$  的包层孔为两环,PCF 各参数为  $d_1 = 1.6 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 1.8 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 3.5 \mu\text{m}$ . 图 5 是用 MPM 和 IEIM 两种方法得到的曲线,可见在整个波段范围两条曲线也趋于重合,在  $1.55 \mu\text{m}$  处的色散差仅为  $1.5 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}^{-1}$  左右。

## 4. 结 论

总之,通过用 IEIM 与 MPM 对多包层光子晶体光纤的基模有效折射率和色散等特性的数值模拟结果表明,这种新型的 IEIM 不仅具有简单、快速的特点,而且克服了传统有效折射率法不能模拟多包层结构的缺点,能够对多包层结构的 PCF 进行快速准确地模拟.这对用这种方法在快速和准确分析、设计 PCFs 及相关器件方面有着重大意义。

- [1] Bjarklev A, Broeng J, Bjarklev A S 2003 *Photonic Crystal Fibers* (Norwell: Kluwer Academic Publishers) p5
- [2] Russell P 2003 *Science* **299** 358
- [3] Knight J C, Birks T A, Russell P S J 1998 *Opt. Soc. Am. A* **15** 748
- [4] Li Y F, Wang C Y, Hu M L 2004 *Opt. Commun.* **40** 29
- [5] Li S G, Liu X D, Hou L T 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1873 (in Chinese) [李曙光、刘晓东、侯蓝田 2004 物理学报 **53** 1873]
- [6] Li S G, Liu X D, Hou L T 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2811 (in Chinese) [李曙光、刘晓东、侯蓝田 2003 物理学报 **52** 2811]
- [7] Zhao X T, Hou L T, Liu Z L, Wang W, Wei H Y, Ma J R 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2275 (in Chinese) [赵兴涛、侯蓝田、刘兆伦、王伟、魏红彦、马景瑞 2007 物理学报 **56** 2275]
- [8] Li Y F, Wang C Y, Hu M L, Li S G, Liu X D, Hou L T 2004 *Acta*

*Phys. Sin.* **53** 1396 (in Chinese) [栗岩锋、王清月、胡明列、李曙光、刘晓东、侯蓝田 2004 物理学报 **53** 1396]

- [9] Zhang D S, Dong X Y, Zhang W G, Wang Z 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1235 (in Chinese) [张德生、董孝义、张伟刚、王志 2005 物理学报 **54** 1235]
- [10] Liu Z L, Liu X D, Li S G, Zhou G Y, Wang W, Hou L T 2007 *Opt. Commun.* **272** 92
- [11] Knight J C, Arriaga J, Birks T A 2000 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12** 807
- [12] Reeves W H, Knight J C, Russell P S J 2002 *Opt. Express* **10** 609
- [13] White T P, Kuhlmeier B T, McPhedran R C, Maystre D, Renversez G, Sterke C M, Botten L C 2002 *Opt. Soc. Am. B* **19** 2322
- [14] Kuhlmeier B T, White T P, Renversez G, Maystre D, Botten L C, Sterke C M, McPhedran R C 2002 *Opt. Soc. Am. B* **19** 2331

# A new analysis method of multi-cladding photonic crystal fibers<sup>\*</sup>

Wei Dong-Bin<sup>1)†</sup> Zhou Gui-Yao<sup>1)‡</sup> Zhao Xing-Tao<sup>1)</sup> Yuan Jin-Hui<sup>1)</sup>

Meng Jia<sup>1)</sup> Wang Hai-Yun<sup>1)</sup> Hou Lan-Tian<sup>1)‡</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Infrared Optical Fibers & Sensors, Yanshan University, Qinghuangdao 066004, China*

<sup>2</sup> *Key Laboratory of Metastable Material Science & Technology, Yanshan University, Qinghuangdao 066004, China*

( Received 27 June 2007 ; revised manuscript received 17 August 2007 )

## Abstract

The conventional effective index method can only simulate the photonic crystal fibers with single cladding structure. To solve the problem, an improved effective index method is proposed in this paper. It calculates the propagation properties of multi-cladding photonic crystal fibers. The indices and total dispersions of the guided modes of three-cladding photonic crystal fibers are investigated by this method. The results agree closely with those of the multipole method. Improved effective index method not only extends the application of conventional effective index method, but also provides theoretical support for analyzing and designing multi-cladding photonic crystal fibers with different propagation characteristics.

**Keywords** : photonic crystal fiber , multi-cladding , effective index method , dispersion

**PACC** : 4280M , 4281D , 8120J

<sup>\*</sup> Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant No. 2003CB314905 ), the State Key Program of National Natural Science of China ( Grant No. 60637010 ) and the National High Technology Research and Development Program of China ( Grant No. 2003AA311010 ).

<sup>†</sup> E-mail : wdb800@126.com