

# LA 声子对激子 qubit 纯退相干的影响<sup>\*</sup>

刘云飞<sup>1,2)</sup> 肖景林<sup>1,2)†</sup>

1) 河北科技师范学院数理系, 秦皇岛 066004)

2) 内蒙古民族大学物理与电子信息学院, 通辽 028043)

(2007 年 9 月 29 日收到, 2007 年 11 月 2 日收到修改稿)

在一个抛物量子点中, 以激子的真空态和基态作为量子比特 (qubit), 采用求密度矩阵元的方法, 计算了由形变势下声学声子引发的激子量子比特纯退相干. 找到了激子量子比特纯退相干因子对时间、温度和量子点受限长度的依赖关系. 研究发现, 激子量子比特的退相干因子在 2.5 ps 的时间范围内随着时间的增加而迅速增加, 其纯退相干时间在 ps 量级, 在温度即使为绝对温度 0 K 时由 LA 声子引发的退相干依然存在, 在温度大于 3 K 后退相干因子随温度的增大而开始迅速增大, 并同时发现量子点受限长度对退相干因子有重要影响, 激子越受限退相干越快. 研究结果表明, 对激子量子比特使用适当大小量子点, 且保持环境低温, 并采用低能超快光学操作可以有效地抑制声子对激子量子比特纯退相干的影响.

关键词: 量子点, 量子信息, 量子比特

PACC: 0367, 7138

## 1. 引 言

量子信息和量子计算是当今物理学的前沿课题之一, 大量的工作被投入到量子信息过程的实施和量子计算机的研制中. 而量子计算机又是量子信息的核心器件, 近年来人们提出了多种实现量子计算机的方案<sup>[1-8]</sup>. 其中半导体量子点已经吸引了大量的注意, 因为它具有能级结构可调, 可以实现全光操作, 便于实现量子比特的集成等优点, 有可能作为量子光学技术的基本单元. 由于在低维系统中激子具有许多特性<sup>[9,10]</sup>, 特别是在半导体量子点中激子在 ps 范围内能有效地通过光控制<sup>[11,12]</sup>, 寿命有 1 ns<sup>[13,14]</sup>, 并且随着激子 Rabi 振荡的成功观测<sup>[15,16]</sup>, 人们更加相信以激子的两个能级构成量子比特是可行的. 但在量子点中却遇到了量子计算的重大难题——消相干<sup>[17]</sup>. 由于激子也存在于量子点中, 激子要与晶格声子相互作用, 要与附加产生的双激子相互作用, 这些都会导致激子 qubit 消相干, 从而破坏量子信息与计算过程. 当然选用激子低能级, 使用低能激发光, 缩小量子点的尺寸<sup>[18]</sup>, 都可以抑制双激子的产生. 自然如何抑制声子引发的激子退相干成

为了研究的重点. 本文以抛物量子点中激子的真空态和基态构成二能级系统作为量子比特, 计算了由形变势下声学声子和激子相互作用引发的激子量子比特纯退相干, 得出了激子量子比特的退相干因子与时间、温度及量子点受限长度的变化关系. 结果表明, 对激子量子比特使用适当大小量子点, 且保持环境低温, 并采用低能超快光学操作可以有效地抑制声子对激子量子比特纯退相干的影响. 研究结论对理论和实验有一定的指导意义.

## 2. 理论模型

选球形量子点, 激子的真空态  $|0\rangle$  和有一个激子的基态  $|1\rangle$  所构成的二能级系统为量子位单位. 由于双激子也是重要的消相干源, 为防止双激子的产生, 尽量采用小的量子点, 这样声子成为主要的消相干源. 为方便求解, 近似认为量子点仅受抛物势作用, 这和物理实际也是比较接近的.

首先从激子和声子相互作用的哈密顿量入手. 考虑到在温度小于 50 K, 能级间隔大于 20 meV 时, 激子和声子相互作用的非对角元可以忽略, 同时一般情况下, 能量耗散的时间尺度比纯退相干的时间

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10347004)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: xiaojlin@126.com

尺度大得多,则对于本文的模型在偶极和旋转波近似下,激子和声子相互作用的哈密顿量为<sup>[19]</sup>

$$H_{\text{ex-ph}} = \sum_q S_z (g_q b_q^\dagger + g_q^* b_q), \quad (1)$$

其中  $S_z$  为 Pauli 算符  $\sigma_z$  的 1/2,  $q$  为声子波矢,  $b_q^\dagger$  ( $b_q$ ) 为声子的产生(湮没)算符,  $g_q$  为激子和声子的耦合矩阵元,其表达式为<sup>[20]</sup>

$$g_q = g_q^e \int d\mathbf{r}^3 e^{iq \cdot \mathbf{r}} |\phi^e(\mathbf{r})|^2 - g_q^h \int d\mathbf{r}^3 e^{iq \cdot \mathbf{r}} |\phi^h(\mathbf{r})|^2, \quad (2)$$

其中  $\mathbf{r}$  为三维坐标矢量,  $g_q^e$  ( $g_q^h$ ) 为电子(空穴)与声子的耦合常数,  $\phi^{e/h}(\mathbf{r})$  为电子(空穴)的基态波函数. 因为本文的模型受抛物势作用,则激子的基态波函数为高斯型:

$$\phi^{e/h}(\mathbf{r}) = \left( \frac{1}{R_{e/h}^2 \pi} \right)^{\frac{3}{4}} \exp\left( -\frac{\mathbf{r}^2}{2R_{e/h}^2} \right), \quad (3)$$

其中  $R_{e/h}$  为电子(空穴)的量子点受限长度.

由于本文采用的激子和声子相互作用的哈密顿量和文献[21, 22]中的仅相差常数 2 倍,则用文献中同样的方法,可以得到激子量子比特随时间演化的约化密度矩阵元为

$$\begin{aligned} \rho_{00}(t) &= \rho_{00}(0), \quad \rho_{11}(t) = \rho_{11}(0), \\ \rho_{01}(t) &= \rho_{01}(0) e^{-R(t)}, \quad \rho_{10}(t) = \rho_{10}(0) e^{-R(t)}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中这里的退相干因子应为

$$R(t) = \sum_q \left[ (1 - \cos \omega_q t) \coth\left( \frac{\beta \hbar \omega_q}{2} \right) \right] \frac{|g_q|^2}{\hbar^2 \omega_q^2} \quad (5)$$

其中  $\beta = (k_B T)^{-1}$ ,  $k_B$  为波尔兹曼常数,  $T$  为开氏温度,  $\omega_q$  为声子频率.

由(4)式可知声子引发了量子位约化密度矩阵非对角元的衰变,即纯退相干.在量子点中主要存在三种声子与激子的相互作用,即形变势作用下的声学声子,压电作用的声学声子和极化作用下的光学声子.由于本文采用的是小型量子点,且为防止载流子隧穿,对量子点采用深能级势垒,这使得电子和空穴波函数高度重叠,这样导致  $R_e \approx R_h \approx R$ , 这使光学声子和压电声学声子与激子的耦合大大降低,形变势 LA 声子成为主要的退相干机理<sup>[23]</sup>. 根据(2)式,激子和 LA 声子的耦合常数为

$$g_q = \left( \frac{\hbar q}{2\nu \rho u} \right)^{\frac{1}{2}} (D_e \int d^3 \mathbf{r} e^{iq \cdot \mathbf{r}} |\phi^e(\mathbf{r})|^2 - D_h \int d^3 \mathbf{r} e^{iq \cdot \mathbf{r}} |\phi^h(\mathbf{r})|^2)$$

$$= \left( \frac{\hbar q}{2\nu \rho u} \right)^{\frac{1}{2}} (D_e - D_h) \exp\left( -\frac{q^2 R^2}{4} \right), \quad (6)$$

其中  $u$  为声速,  $\nu$  为归一化体积,  $D^{e/h}$  为电子(空穴)的形变势常数.对 LA 声子有  $\omega_q = qu$ , 把(6)式带入(5)式中,并求和变积分可以得到退相干因子  $P(t)$  的具体表达式.

### 3. 结果与讨论

以 GaAs 作为量子点材料,根据文献[24]参数取  $u = 4.81 \times 10^3$  m/s,  $D_e = -14.6$  eV,  $D_h = -4.8$  eV,  $\nu \rho = 5300$  kg/m<sup>3</sup>, 为了能清楚地反映 LA 声子对量子点 qubit 的退相干机制,本文作出了与退相干因子有关的图像.

图 1 为温度  $T = 30$  K, 量子点受限长度  $R$  分别为 3 和 6 nm 时,退相干因子  $P$  与时间  $t$  的关系曲线.从图 1 中可以看到退相干因子  $P$  在前 2.5 ps 内随时间  $t$  的增加迅速增加,LA 声子的退相干作用异常明显,说明此时激子和 LA 声子作用较强.但由于辐射弛豫 2.5 ps 后,退相干因子  $P$  随时间  $t$  的增加而开始趋于平缓.当然不管怎样,退相干因子  $P$  与时间  $t$  的关系曲线都表明,LA 声子与激子的作用是重要的消相干源,退相干时间在 ps 的量级,这个结果和文献[25]基本是一致的.

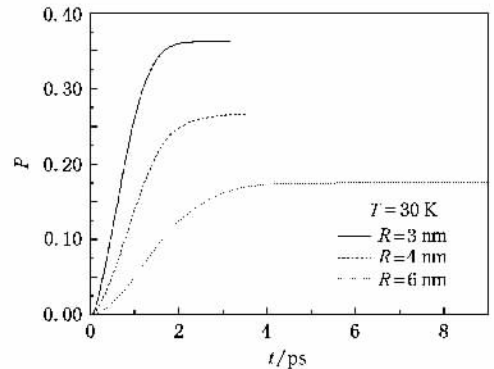


图 1 退相干因子  $P$  与时间  $t$  的关系曲线

图 2 为时间  $t = 3$  ps, 量子点受限长度  $R$  分别为 3 和 6 nm 时,退相干因子  $P$  与温度  $T$  的关系曲线.从图 2 中可以看到量子点 qubit 退相干与温度密切相关.在温度小于 3 K 时,由于激子和 LA 声子作用较弱,退相干因子随温度的变化不大.但即使在温度为 0 K 时 LA 声子对量子点 qubit 仍然有退相干作用,这也说明了 LA 声子对量子点 qubit 的退相干作用是不

能忽略的. 当温度大于 3 K 时, 退相干因子  $P$  随温度  $T$  的增加开始迅速增加. 这是因为随温度的增加, LA 声子和激子的耦合作用增强. 在温度为 60 K 时, 激子 qubit 已经接近完全退相干, 消相干时间仅约为几个 ps.

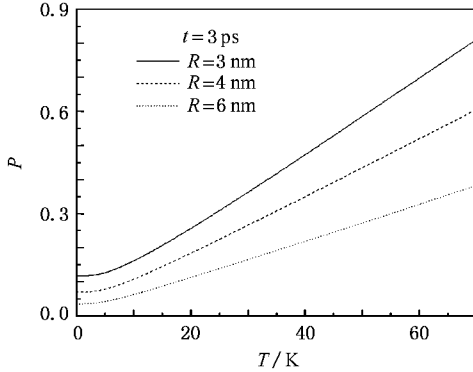


图 2 退相干因子  $P$  与温度  $T$  的关系曲线

图 3 为时间  $t = 3$  ps, 温度  $T$  分别为 5, 25 和 50 K 时, 退相干因子  $P$  与受限长度  $R$  的关系曲线. 从图 3 可以看到退相干因子  $P$  随受限长度  $R$  的增加而减小, 而且受限长度  $R$  越小, 退相干因子  $P$  的变化越大, 即退相干越快. 可见量子点受限长度  $R$  对激子 qubit 的 LA 声子纯退相干有重要影响. 选用的量子点过大, 有可能导致双激子的产生而引起附加的消相干. 选用的量子点过小, 会导致电子和空穴波函数的高度重叠, 激子的振动会加强, 进而激子与晶格的耦合作用变大, LA 声子将引起量子比特系统迅速退相干. 可见, 量子点尺寸选取的是否合理将影响

激子 qubit 的品质.

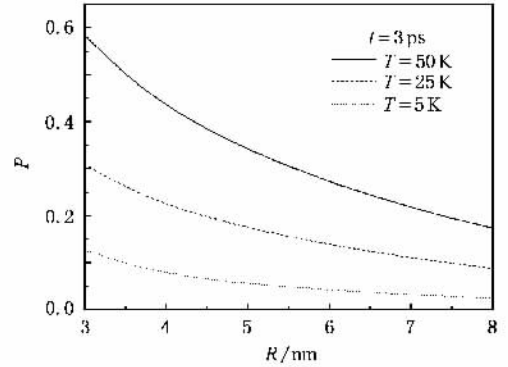


图 3 退相干因子  $P$  与受限长度  $R$  的关系曲线

## 4. 结 论

本文通过求约化密度矩阵的方法, 找到了激子与 LA 声子相互作用和激子 qubit 纯退相干之间的关系. 发现激子与 LA 声子之间的耦合作用是激子 qubit 消相干的重要原因. 由于 LA 声子的影响, 激子 qubit 纯退相干的时间在 ps 量级. 研究得出激子量子比特的退相干因子在 2.5 ps 的时间范围内随时间的增加而迅速增加, 在温度大于 3 K 后随温度的增大而开始迅速增大的结论, 并同时发现量子点的尺寸越小激子 qubit 退相干越快. 本文的结果表明, 对激子量子比特使用适当大小量子点, 且保持环境低温, 并采用低能超快光学操作可以有效地抑制声子对激子量子比特纯退相干的影响. 研究结论对理论和实验有一定的指导意义.

[1] Li S S, Long G L, Bai F S, Feng S L, Zheng H Z 2001 *Pro. Natl. Acad. Sci. USA* **98** 11847

[2] Gershenfeld N A, Chuang I L 1997 *Science* **275** 350

[3] Liu J J, Zhang S F, Yang G C, Li S S 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 114

[4] Li S S, Xia J B, Liu J L, Yang F H, Niu Z C, Feng S L, Zheng H Z 2001 *J. Appl. Phys.* **90** 6151

[5] Kane B E A 1998 *Nature* **393** 133

[6] Wang Z W, Xiao J L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 678 (in Chinese) [王子武, 肖景林 2007 物理学报 **56** 678]

[7] Makhlin Y, Schon G, Shnirman A 1999 *Nature* **398** 305

[8] Li S S, Wu X G, Zheng H Z 2004 *Physics* **33** 404 (in Chinese) [李树深, 吴晓光, 郑厚植 2004 物理 **33** 404]

[9] Liu J J, Zhang S F, Kong X S S 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 358

[10] Liu J J, Li Y X, Kong X J, Li S S 1999 *Chin. Phys. Lett.* **16** 526

[11] Biolatti E, Iotti R C, Zanardi P, Rossi F 2000 *Phys. Rev. B* **85** 5647

[12] Chen P, Piermarocchi C, Sham L J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 067401

[13] Borri P, Langbein S, Schneider S, Woggon U, Sellin R L, Ouyang D, Bimberg D 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 157401

[14] Bayer M, Forchel A 2002 *Phys. Rev. B* **65** 041308

[15] Kamada H, Gotoh H, Temmyo J, Takagahara T, Ando H 2002 *Phys. Rev. Lett.* **87** 246401

[16] Zrenner A, Beham E, Stuffer S, Finders F, Bicher M, Abstreiter G 2002 *Nature* **418** 612

[17] Pan L X, Li S S, Liu J L, Niu Z C, Feng S L, Zheng H Z 2002 *Science in China (Series A)* **45** 666

[18] Gotoh H, Kamada H, Saitoh T 2004 *Phys. Rev. B* **69** 155328

- [ 19 ] Zhu K D , Wu Z J , Yuan X Z , Zheng H 2005 *Phys. Rev. B* **71** 235312
- [ 20 ] Pazy E 2002 *Semicond. Sci. Technol.* **17** 1172
- [ 21 ] Fedichkin L , Fedorov A 2004 *Phys. Rev. A* **69** 032311
- [ 22 ] Stavrou V N , Hu X D 2005 *Phys. Rev. B* **72** 075362
- [ 23 ] Vagov A , Axt V M , Kuhn T 2003 *Phys. Rev. B* **67** 115338
- [ 24 ] Takagahara T 1999 *Phys. Rev. B* **60** 2638
- [ 25 ] Kojima K , Tomita A 2006 *Phys. Rev. B* **73** 195312

## Effects of LA phonon on pure dephasing for exciton qubit<sup>\*</sup>

Liu Yun-Fei<sup>1,2)†</sup> Xiao Jing-Lin<sup>1,2)†</sup>

<sup>1</sup> *Department of Mathematics and Physics , Hebei Normal University of Science and Technology , Qinhuangdao 066004 , China )*

<sup>2</sup> *College of Physics and Electronic Information , Inner Mongolia National University , Tongliao 028043 , China )*

( Received 29 September 2007 ; revised manuscript received 2 November 2007 )

### Abstract

In a parabolic quantum dot ( QD ) , the exciton vacuum state and the exciton ground state may be employed as a two-level quantum system—a qubit . The pure dephasing due to deformation potential exciton-bulk longitudinal acoustic phonon ( LAP ) interaction for the exciton qubit is investigated by using the reduce density matrix . The dependence of dephasing factor on time and the confinement length of the QD and temperature is calculated . It is shown that the pure dephasing factor increases quickly with increasing time when time is smaller than 2.5 ps , and the dephasing time is of the order of ps . Even at absolute zero temperature , exciton-LAP interaction still causes excitonic dephasing . The pure dephasing factor increases with increasing temperature quickly when temperature is higher than 3 K . At the same time , it is found that the confinement length of the QD has important effects on pure dephasing of qubit , the smaller the quantum size , the faster the pure dephasing is . The results show that using appropriate QD size at low temperature and using ultra-fast laser technology can effectively suppress pure dephasing due to exciton-LAP interaction .

**Keywords :** quantum dot , quantum information , qubit

**PACC :** 0367 , 7138

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10347004 ) .

<sup>†</sup> Corresponding author . E-mail : xiaojlin@126.com