

变权小世界生物神经网络的兴奋及优化特性^{*}

郑鸿宇 罗晓曙[†] 吴 雷

(广西师范大学物理与电子工程学院, 桂林 541004)

(2007 年 8 月 30 日收到, 2007 年 11 月 19 日收到修改稿)

根据实际生物神经网络具有小世界连接和神经元之间的连接强度随时间变化的特点, 首先构造了一个以 Hodgkin-Huxley 方程为节点动力学模型的动态变权小世界生物神经网络模型, 然后研究了该模型神经元的兴奋特性、权值变化特点和不同的学习系数对神经元的兴奋统计特性的影响. 最有意义的结果是, 在同样的网络结构、网络参数及外部刺激信号的条件下, 学习系数 b 存在一个最优值 b^* , 使生物神经网络的兴奋度在 $b = b^*$ 时达到最大.

关键词: 动态变权生物神经网络, 小世界网络, Hodgkin-Huxley 方程

PACC: 0590

1. 引 言

生物神经网络发放电节律的研究一直是生物神经学中的一个热点问题. 许多学者研究了在各种不同刺激下生物神经网络的放电特性^[1-7]. 其中文献 [1] 研究了 Hodgkin-Huxley (H-H) 神经元在外部正弦信号刺激下的兴奋特性. 文献 [4] 研究了具有侧向抑制机理的小世界生物神经网络在直流刺激下的兴奋特性. 此外, 生物神经网络耦合方式的探讨也是人们非常关注的研究领域. 自从 Watts 和 Strogatz^[8] 的开创工作发表以来, 对小世界网络展开理论和应用研究与日俱增. 研究发现很多生物神经网络在各个神经元之间都具有明显的聚类现象和相对短的路长^[8-10], 也就是说很多生物神经网络都是小世界网络. 在这方面, 很多学者构造出了一些具有小世界效应的神经网络模型并研究了该模型的一些动力学特性^[4, 11-13].

目前, 加权神经网络的结构特征与动力学行为的研究受到了广泛关注. 例如, 文献 [11] 提出了一个具有均匀分布的随机连接权重的小世界神经网络模型, 并研究了网络模型的稳定性; 文献 [4, 12] 提出了一个具有侧向抑制机理的小世界生物神经网络模

型, 并研究了该模型在不同外加刺激下的兴奋特性. 但是, 这些研究都没有考虑到生物神经网络连接权的动态变化. 由于实际生物神经网络中神经元间的连接强度是不相同的, 并且生物神经元之间的连接强度在细胞的发育生长和学习、记忆等活动中是随时间变化的, 即突触传递信息的强度是可变的, 即具有学习功能. 因此, 研究小世界生物神经网络连接权值的动态变化与神经元发放电节律之间的变化关系, 对于探讨神经元的放电节律更具有理论意义和实用价值.

Hebb 于 1949 年最先提出来的 Hebb 学习规则^[14] 是最著名的也被证明是一种正确的权值变化规则, 但是由于生物系统中的生理参数变化不可能无限递增或递减, 反映在人工生物神经网络中, 其权值的变化量不能无限增大或减小, 因此, 随后在文献 [15] 中, 作者提出了对 Hebb 学习规则的一种改进方法, 即 Oja's 学习规则. 因此, 本文借助于 Oja's 学习规则, 首先构造了一个以 H-H 方程为节点动力学模型的动态权值变化的小世界生物神经网络模型, 然后研究了该模型神经元的兴奋特性、权值变化特点和不同的学习系数对神经元的兴奋统计特性的影响. 通过研究发现, 生物神经网络连接权值的学习系数 b 对网络的兴奋特性具有优化作用.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 70571017)和广西研究生教育创新计划(批准号: 2006106020809M36)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: lxs@mailbox.gxnu.edu.cn

2. 模型描述

人们对生物神经网络的研究大都是通过神经元的电活动来描述的,其中 H-H 方程是一种最接近动作电位发放的生物神经元放电模型^[16],该模型能够量化描述神经元细胞膜上电压与电流的变化过程.本文采用该方程作为小世界生物神经网络节点的动力学模型,并考虑到真实生物脑神经网络中存在的动态变权特性,按 WS^[8]型小世界网络进行耦合,得到变权的生物神经网络模型由下式来刻画:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_m \frac{dV_i}{dt} = -g_{Na} m_i^3 h_i (V_i - V_{Na}) \\ \quad - g_K n_i^4 (V_i - V_K) - g_L (V_i - V_L) \\ \quad + I_{k(ext)} + \frac{c}{N} \sum_{j=1}^N W_{ij} a_{ij} V_j, \\ \frac{dm_i}{dt} = \alpha_{m_i} (V_i) (1 - m_i) - \beta_{m_i} (V_i) m_i, \\ \frac{dh_i}{dt} = \alpha_{h_i} (V_i) (1 - h_i) - \beta_{h_i} (V_i) h_i, \\ \frac{dn_i}{dt} = \alpha_{n_i} (V_i) (1 - n_i) - \beta_{n_i} (V_i) n_i, \\ \nabla W_{ij} = b \arctan [V_i (V_j - V_i W_{ij})], \\ \quad (1 \leq i \leq N). \end{array} \right. \quad (1)$$

其中, N 表示神经元的总数,本文中取 $N = 400$; V_i 表示膜电位,对应着该神经细胞的发放电位; C_m 为膜电容; $m_i(t)$ 和 $h_i(t)$ 为钠偶极子开放概率; $n_i(t)$ 为钾偶极子开放概率; α_i, β_i 分别为膜电压 V_i 的函数; g_{Na}, g_K 和 g_L 分别为离子通道的最大电导; V_{Na}, V_K 和 V_L 分别为响应的平衡电势;式中,各参量取值都采用文献 [16] 的数据. $I_{k(ext)}$ 为输入到神经元的总的外部电流,它可分为两部分,即 $I_{ext} = I_s + I_p$, I_s 为输入到神经元中的直流电流,可以认为它是一个常数^[17].本文中认为 I_s 为一个常量,取 $I_s = 7.2 \mu A \cdot ms^{-2}$. I_p 可以是周期的或非周期的,也可以是脉冲信号,本文考虑 I_p 为正弦电流 $I_p = \sin(\omega t)$, ω 为刺激频率,取 $\omega = 0.6 \text{ rad} \cdot ms^{-1}$; $\frac{c}{N} \sum_{j=1}^N W_{ij} a_{ij} V_j$ 为复杂神经网络中的耦合项,在这里采用 Wang 等人构造的复杂网络耦合模型的简化形式^[18].式中, c 为耦合强度,本文中取 $c = 1.0$; W_{ij} 为神经元间连接权值,如果在神经元 i 和神经元 j 之间存在连接 ($i \neq j$),则 i, j 之间存在一个连接权重 $W_{ij} \neq W_{ji}$;反之, $W_{ij} =$

$W_{ji} = \alpha (i \neq j)$,且 W_{ii} 的对角线元素全为零,这意味着网络里所有节点都没有自连接.考虑到通道中的离子是双向渗透的,所以我们的网络模型采用双向不等权连接. $A = \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ 是网络的连接耦合矩阵,该连接矩阵元素 $a_{ij} (i \neq j)$ 满足: i 与 j 两个神经元有连接时, $a_{ij} = 1$, 否则, $a_{ij} = 0, a_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}$, 在该模型中,采用 WS 型的小世界网络连接形式.

目前对生物神经网络连接权的研究中,通常 W_{ij} 都被定义为不同的常量.但是,如前所述,实际生物神经元之间的连接强度是不断动态改变的,因此在 (1) 式中引入权值 W_{ij} 的变化方程,如下式 (3) 所示.该方程是通过把 Oja's 学习规则 (2) 式进行非线性化得到,具体过程如下:

文献 [19] 概述了 Hebb 学习规则及其发展过程,分析了 Hebb 学习规则应用于生物神经网络中的不足之处并改进为 (2) 式的学习规则也即 Oja's 学习规则. Oja's 学习规则^[15]作为 Hebb 学习规则的一种改进算法,它在单个神经元的权值变化中具有很好的收敛性^[20],但是在规模比较大的生物神经网络中, Oja's 学习规则易使网络的解产生发散,因此,我们把 Oja's 学习规则 (2) 式进行非线性化

$$\nabla W_{ij} = b V_i (V_j - V_i W_{ij}), \quad (2)$$

得

$$\nabla W_{ij} = b f [V_i (V_j - V_i W_{ij})], \quad (3)$$

式中 $f(\cdot)$ 为具有有限幅作用的非线性函数, b 为一个正的权值学习系数.这里我们定义 $f(x) = \arctan(x)$.

在下一节中,我们将用数值模拟方法来研究小世界生物神经网络模型 (1) 的权值变化对其放电节律和兴奋特性的影响,采用定步长四阶 Runge-Kutta 算法对模型 (1) 进行计算,其中时间步长为 0.01.

3. 数值模拟及分析

我们定义节点 i 的连接强度为 $S_i(t) = \sum_{j=1}^N W_{ij}$ (t), 它为与节点 i 相连接的所有其他神经元的权值的代数和.图 1 为网络模型 (1) 式中任意两个神经元的输出电压 V_i, V_j , 连接权 W_{ij}, W_{ji} , 以及连接强度 S_i, S_j 随时间的变化.由图 1 可以看出,当两个神经元同时处于静息状态时,神经元的连接强度 S_i, S_j 和连接两个神经元之间的权值 W_{ij}, W_{ji} 都基本不发

生变化;当神经元 i 处于兴奋,而神经元 j 处于静息状态时,连接 i, j 之间的连接权 W_{ij} 会增强,而 i, j 之间的反向连接权 W_{ji} 却会相应的减弱.同样,当神经元 j 处于兴奋,而神经元 i 处于静息状态时,连接 j, i 之间的连接权 W_{ji} 会增强,而 j, i 之间的反向连接权 W_{ij} 却会减弱.即当有离子电流从一个神经元通过他们的连接通道,传导到另一个神经元时,那么从该神经元到另一个神经元之间的连接权值就会增强,这一结果与实际生物神经细胞的兴奋传递过程中突触的变化特性是相似的,也与 Oja's 学习规则的含义是相符合的.对于单神经元,在受到同样的外部交、直流混合刺激时,其神经元的输出电压 V_i 如图 2 所示.由图 1(a)与图 2 可知,变权神经网络种神经元的放电节律同样会产生兴奋与静息交替出现的状态.

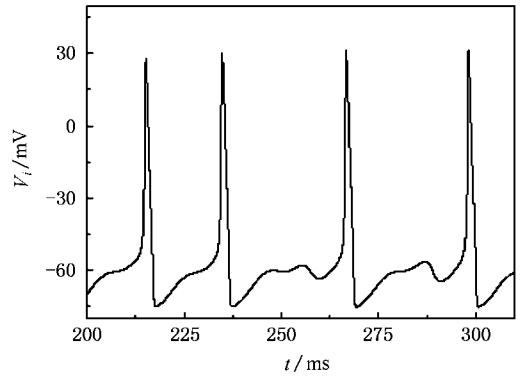


图2 单个生物神经元的放电图 外加刺激 $I_{ext} = (7.2 + \sin(0.6t)) \mu A \cdot ms^{-2}$

其中,整个神经网络的平均发放电压 $V_{out}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i(t)$ 作为网络输出信号电压^[5].

$$\bar{n}_{exc} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} n_{exc}(t) dt, \quad (5)$$

这里假设神经元的兴奋阈值为 5 mV,即神经元发放电压 $V_i(t) > 5$ mV 时,则认为该神经元是兴奋的,否则,认为是抑制的,则可定义整个网络的神经元兴奋个数为 $n_{exc}(t)$.

下面讨论学习系数 b 的变化对网络兴奋的统计特性的影响.图 3 为生物神经网络平均兴奋度 \bar{V}_{out} 随学习系数 b 的变化,图 4 为生物神经网络平均兴奋神经元个数 \bar{n}_{exc} 随学习系数 b 的变化.由图 3 A 可以看出,在同样的网络结构、参数及外部刺激信号的条件,学习系数 b 存在一个最优值 b^* ,使小世界生物神经网络的兴奋度在 $b = b^*$ 时达到最大.当 $b > b^*$ 时神经元之间连接权值的学习系数对神经网络的发放电会产生抑制作用.另外,还可以看出,学习系数 $b = b^*$ 时网络的兴奋度比 $b = 0$ 时要大的多.这说明生物神经网络连接权值的学习系数对网络的兴奋度具有优化作用.

下面对学习系数达到最佳值时生物神经网络的兴奋度最大的现象给出定性的解释.由(3)式可知,最优学习系数实际上反映的是存在最佳的权值调整量,使神经网络逐渐达到最大兴奋状态.这种现象可解释如下:

Kohonen 认为人的大脑有如下特点^[21]:大脑神经元的有关参数在神经网络受外部输入刺激而识别事物的过程中产生变化,表现为神经网络中神经元的连接强度发生变化.随着神经元连接强度变化的

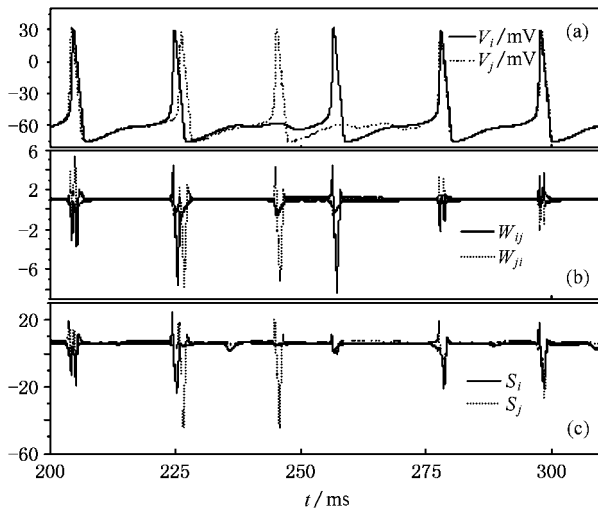


图1 任意两个神经元的放电节律、连接权值及第 i 连接强度随时间的变化图 $b = 0.1$ (当两个神经元之间有连接时) (a) 分别为神经元 i, j 的膜电压 V_i, V_j (b) 为神经元 i, j 之间的连接权值 W_{ij} 及反向连接权值 W_{ji} (c) 分别为节点 i, j 的连接强度 S_i, S_j

为了研究学习系数 b 的变化对小世界生物神经网络兴奋强度和兴奋节律的影响,引入两个对时间的平均量 \bar{V}_{out} 和 \bar{n}_{exc} ,其表达式如(4)(5)式.这两个量可以反映神经网络的平均兴奋强度^[10],若两值越大,表明 t_1 到 t_2 的时间段内生物神经网络的平均兴奋度越大.为了保证结果的可靠性,应使神经网络刺激后的输出达到稳定后进行时间平均,即 t_1 取刺激持续一段时间后的值,在下面的计算与讨论中,我们均取 $t_1 = 200$ ms, $t_2 = 400$ ms.

$$\bar{V}_{out} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} V_{out}(t) dt, \quad (4)$$

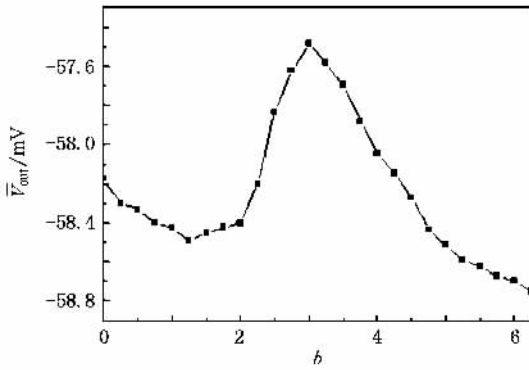


图3 神经网络平均兴奋度 \bar{V}_{out} 随学习系数 b 的变化

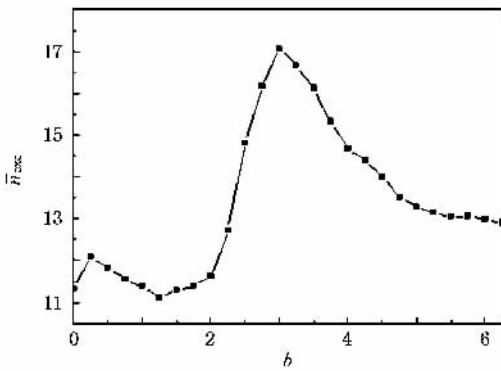


图4 神经网络平均兴奋神经元个数 \bar{n}_{exc} 随学习系数 b 的变化

增大,网络中神经元的兴奋活动也会逐渐增加.但根

据文献 [22] 的研究结果可知,当大脑中兴奋神经元的兴奋活动增加时,其胶质细胞可以通过某种功能抑制神经元的活动,防止神经元的过度兴奋.这一现象说明在实际的神经系统中,神经元的连接强度的变化存在最佳值,使神经系统达到最大兴奋状态.在本文的生物网络模型中发现存在最优学习系数,即存在最佳权值改变量,使网络模型 (1) 达到最大兴奋状态.这一现象与上述真实生物神经网络的兴奋特性是吻合的.

4. 结 论

本文考虑了真实生物神经网络的神经元之间具有小世界连接和神经元之间的连接强度随时间变化的特点,提出了一个动态变权小世界生物神经网络模型,研究了该模型神经元的兴奋特性和连接权值变化的特点以及不同的学习系数对神经元的兴奋统计特性及优化的影响.讨论了学习系数 b 的变化对生物神经网络平均兴奋度 \bar{V}_{out} 及平均兴奋神经元个数 \bar{n}_{exc} 的影响,发现在不同的学习系数下,生物神经网络具有不同的兴奋度.最有意义的结果是,权值的学习系数存在一个最优值,对生物神经网络的兴奋特性具有优化作用.研究结果初步表明,该模型能够反映真实生物神经网络的某些特性,对深入研究人脑的认知过程有一定的参考价值.

[1] Jin W Y, Xu J X, Wu Y, Hong L 2004 *Chin. Phys.* **13** 0335
 [2] Xie Y, Xu J X, Kang Y M, Hu S J, Duan Y B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1112 (in Chinese) [谢勇、徐健学、康艳梅、胡三觉、段玉斌 2003 物理学报 **52** 1112]
 [3] Stefano L, Thomas K, Alessandro T 2006 *Phys. Rev. E* **73** 041902
 [4] Xie Y, Xu J X, Kang Y M, Hu S J, Duan Y B 2004 *Chin. Phys.* **13** 1396
 [5] Yuan W J, Luo X S, Wang B H, Wang W X, Fang J Q, Jiang P Q 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 3115
 [6] Yang Z Q, Lu Q S 2006 *Chin. Phys.* **15** 0518
 [7] Shi X, Lu Q S 2005 *Chin. Phys.* **14** 0077
 [8] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
 [9] White J G, Southgate E, Thompson J N, Brenner S 1986 *Phil. Trans. R. Soc. London* **314** 1
 [10] Lin M, Chen T L 2005 *Phys. Rev. E* **71** 016133

[11] Li C G, Chen G R 2003 *Phys. Rev. E* **68** 052901
 [12] Yuan W J, Luo X S, Jiang P Q 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 369
 [13] Yuan W J, Luo X S, Yang R H 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 835
 [14] Hebb D O 1949 *The Organization of Behavior* (New York: Wiley)
 [15] Oja E 1982 *J. Math. Biol.* **15** 267
 [16] Hodgkin A L, Huxley A F 1952 *J. Physiol.* **117** 500
 [17] Yu Y G, Wang W, Wang J F 2001 *Phys. Rev. E* **63** 021907
 [18] Wang X F, Chen G R 2002 *Circuits and Systems* **49** 54
 [19] Yuko M, Jason P 2004 *Developmental Science* **7** 2 141
 [20] Li C G, Liao X F, Yu J B 2003 *Neurocomputing* **55** 731
 [21] <http://www.jgchina.com/ednns/ednnsbk/director.htm>
 [22] Shen W H, Wu B, Zhang Z J, Dou Y, Rao Z R, Chen Y R, Duan S M 2006 *Neuron* **50** 401

Excitement and optimality properties of small-world biological neural networks with updated weights^{*}

Zheng Hong-Yu Luo Xiao-Shu[†] Wu Lei

(*College of Physics and Electronic , Guangxi Normal University , Guilin 541004 , China*)

(Received 30 August 2007 ; revised manuscript received 19 November 2007)

Abstract

As the biological neural networks have small-world property and updating connection weights with time , we accordingly propose a new model of small-world biological neural networks based on biophysical Hodgkin-Huxley (H-H) neurons with updated weights . Then we study the statistical properties of excitement of this model and the updating of weights . The results show that , for networks with the same structure and parameters and external stimulation , there exists an optimal learning rate value b^* which makes the excitement strength of biological neural networks strongest .

Keywords : biological neural networks with updated weights , small-world networks , Hodgkin -Huxley equations

PACC : 0590

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 70571017) and Innovation Project of Guangxi Graduate Education (Grant No. 2006106020809M36) .

[†] Corresponding author. E-mail : lxs@mailbox.gxnu.edu.cn