

代数迭代重建算法在折射衬度 CT 中的应用*

张 凯^{1)†} 朱佩平^{2)‡} 黄万霞²⁾ 袁清习²⁾ 刘 力²⁾ 袁 斌¹⁾ 王 越²⁾
舒 航²⁾ 陈 博^{2)‡} 刘宜晋^{2)‡} 李恩荣²⁾ 刘小松²⁾ 吴自玉^{2)‡}

1) 郑州大学物理工程学院, 郑州 450052)

2) 中国科学院高能物理研究所, 北京 100049)

3) 中国科学技术大学国家同步辐射实验室, 合肥 230026)

4) 中国科学院大科学装置理论物理研究中心, 北京 100049)

(2007 年 5 月 28 日收到, 2007 年 11 月 6 日收到修改稿)

X 射线折射衬度 CT 是一种基于相位衬度的断层成像技术, 特别适合对由轻元素组成的生物、医学样品进行成像, 可以观察到常规吸收衬度 CT 无法观察到的软组织内部微细结构, 是一种具有巨大发展潜力的新成像方法. 迭代重建算法和解析重建算法是计算机断层成像技术中并行发展的两种算法, 虽然已经提出了几种 X 射线折射衬度 CT 的解析重建算法, 可是还未见 X 射线折射衬度 CT 迭代重建算法的报道. 研究了代数迭代重建算法在 X 射线折射衬度 CT 中的应用, 比较分析了不同的投影数据排列方式对于折射衬度 CT 重建图像的影响, 并对实验数据进行了图像重建, 获得了满意的 CT 图像. 研究表明, 在相位衬度 CT 中, 迭代重建算法相对于解析重建算法而言, 能减少投影次数, 降低曝光剂量, 减少对生物样品的辐射损伤, 在生物样品成像和投影数据不完整的情况下具有明显的优势.

关键词: 衍射增强成像, 代数迭代算法, CT 重建, 同步辐射

PACC: 2920L, 6114F, 8170J

1. 引 言

折射衬度成像源于基于分析晶体的成像方法研究, 即通常所说的衍射增强成像 (diffraction enhanced imaging, DEI) 方法研究^[1-3]. 在基于分析晶体的相位衬度成像方法中, 利用分析晶体的角度选择性, 对折射角信号 (或者相位梯度信号) 进行增强或抑制, 在成像面上形成衬度与折射角成正比的图像, 这种成像方法特别适合观察由轻元素构成的样品, 在生物、医学和材料科学等无损检测领域中有广泛的应用前景, 已成为当前国际上 X 射线成像领域中的研究热点. 目前 X 射线折射衬度成像不再局限于基于分析晶体的成像方法研究, 已经扩展到基于分析光栅的成像方法研究^[4,5]. 后者虽然是最近几年才提出的相位衬度成像方法, 但是它具有与普通 X 射线光源相结合的潜力和广阔的发展前景. 目前 X 射线折射

衬度成像方法与计算机断层成像 (computer tomography, CT) 技术的结合, 是相位衬度成像研究的最新进展, 特别是近一两年, 中国科学家提出了 X 射线折射衬度 CT 的几种解析算法^[6-8], 不但解决了 X 射线折射衬度成像二维投影像的重叠问题, 并且可以获取高衬度和高空间分辨率的三维影像.

X 射线折射衬度 CT 解析重建算法的研究成功, 必然推动人们开始考虑迭代重建算法在 X 射线折射衬度 CT 中的应用. 虽然目前还未见迭代重建算法在 X 射线折射衬度 CT 中的研究报道, 但是可以预计, 和迭代重建算法在传统 X 射线吸收衬度 CT 中取得的成功一样, 迭代重建算法也将会在 X 射线折射衬度 CT 中发挥巨大作用. 本文拟在这方面做一些初步研究.

滤波 (卷积) 反投影法 (filter back-projection algorithm, FBP) 是解析重建的主要算法, 它基于解析反求公式的闭合形式, 要求投影数据是精确的、完全

* 国家自然科学基金重大项目 (批准号: 10490194 和 10734070), 国家自然科学基金 (批准号: 60477006 和 10504033) 和中国科学院知识创新项目 (批准号: KJCX2-SW-N11) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zhupp@ihep.ac.cn

‡ 通讯联系人. E-mail: wuzy@ihep.ac.cn

的.在实际应用中,有时无法测到完整和均匀的投影数据.例如,为了减小物体(如脏器)运动,或为了减少辐射剂量,往往导致投影数据采集不足.此时滤波反投影算法就显得力不从心.因此,本文拟利用迭代重建算法,开展基于不完全折射角度投影数据的图像重建研究,以弥补滤波反投影法在投影数据不完全时无法精确重建图像的不足.

2. 折射衬度 CT 的原理和方法

基于分析晶体的 CT 成像设备一般由同步辐射 X 射线源、单色器晶体、样品转台、分析晶体以及探测器组成,其基本成像光路图如图 1 所示.由于晶体反射只对子午面内的入射角度变化敏感,而对弧矢面内的入射角度变化不敏感,所以只须考虑光线在子午面内的角度变化.由于同步辐射 X 射线束准直性较好,所以基于同步辐射装置的 CT 系统都可以看作平行束 CT 系统.

当不放置样品时,X 射线经过单色器晶体反射成为单色 X 射线(只有满足布拉格方程的波长才能被单色器晶体反射),单色 X 射线在分析晶体上的反射率取决于其入射方向偏离布拉格角的角度 θ_A (即分析晶体和单色器晶体夹角)转动分析晶体,可以测得反射率随 θ_A 而变的函数曲线,称为分析晶体的摇摆曲线,如图 2 所示.摇摆曲线半高角宽度 θ_D 称为达尔文宽度.

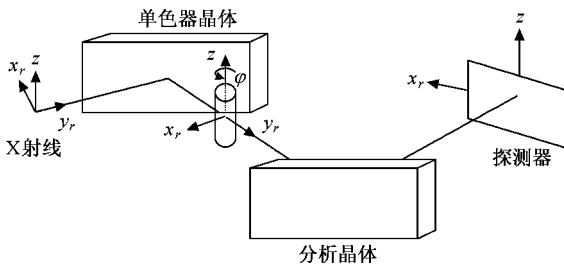


图 1 基于分析晶体的 CT 成像光路图

当把样品放入两块晶体之间时,当单色 X 射线穿越样品时,与样品发生折射、散射和吸收三种相互作用,从样品出射的 X 射线携带着样品的信息,经过分析晶体的选择后到达探测器形成样品像.此时,入射单色 X 射线在分析晶体上的入射角度不仅取决于分析晶体的转角,而且与样品的内部的折射和散射有关.为简明起见,本文只介绍折射角信号的提取方法.基于分析晶体的相位衬度 CT 投影成像方程为

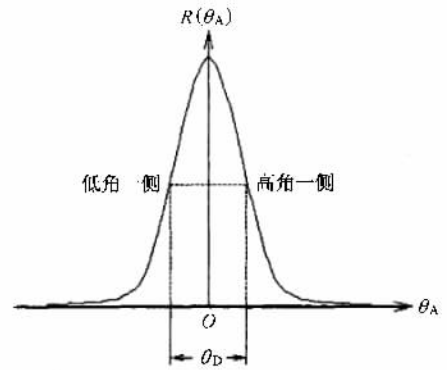


图 2 分析晶体的摇摆曲线

$$I(x_r, \varphi) = I_0 \exp[-M(x_r, \varphi)] \times R[\theta_A + \theta_r(x_r, \varphi)], \quad (1)$$

其中 I 为成像面上光强, I_0 为入射到样品上的光强, θ_A 为分析晶体与单色器晶体的夹角, $R(\theta)$ 为摇摆曲线, $\exp[-M(x_r, \varphi)]$ 为样品吸收和分析晶体消光(即分析晶体滤除样品散射)引起的光强衰减因子, $\theta_r(x_r, \varphi)$ 为样品的折射角.样品的投影成像中包含光强衰减和光线折射角两种信号,其中光强衰减与线性吸收系数 μ 和消光系数 χ 的关系为

$$M(x_r, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} [\mu(x, y) + \chi(x, y)] dy_r, \quad (2)$$

光线折射角与折射率导数的关系为^[6,7,9]

$$\theta_r(x_r, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x_r} dy_r, \quad (3)$$

式中 n 为样品折射率实部.在(2)和(3)式中, (x_r, y_r) 为固定在探测器上的坐标系, (x, y) 为固定在样品上的坐标系, φ 为从 x_r 轴到 x 轴的转角,两套坐标系之间的关系可以用如下旋转矩阵联系起来:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \end{pmatrix}. \quad (4)$$

为了将投影像中的两种信号分离开,至少需要拍摄两张样品转角不变而分析晶体转角改变的投影像.这其中的原理和从二元方程组解出两个未知数的原理完全相同.利用摇摆曲线的线性区域,可以获得一组二元线性方程组.当样品折射角满足条件 $|\theta_r| \leq \frac{\theta_D}{2}$ 时,摇摆曲线在 $\theta_A = \mp \frac{\theta_D}{2}$ 处可以表达为泰勒级数的一次展开,因为 $R\left(\mp \frac{\theta_D}{2}\right) \approx 0.5, \frac{dR}{d\theta}\left(\mp \frac{\theta_D}{2}\right) \approx \pm \frac{1}{\theta_D}$, 所以 $R\left(\mp \frac{\theta_D}{2} + \theta_r\right) = 0.5 \pm \frac{\theta_r}{\theta_D}$.将分析晶体调

整在 $\theta_A = \mp \frac{\theta_D}{2}$ 两个不同角度上, 根据两张投影像构成的二元一次方程组

$$\begin{aligned} I_L(x_r, \varphi) &= I_0 \exp[-M(x_r, \varphi)] \\ &\times \left[0.5 + \frac{\theta_r(x_r, \varphi)}{\theta_D} \right], \\ I_H(x_r, \varphi) &= I_0 \exp[-M(x_r, \varphi)] \\ &\times \left[0.5 - \frac{\theta_r(x_r, \varphi)}{\theta_D} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

可以解出光强衰减像和光线折射角像为

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} [\mu(x, y) + \chi(x, y)] dy_r \\ &= M(x_r, \varphi) = \ln \frac{I_0}{I_L(x_r, \varphi) + I_H(x_r, \varphi)}, \quad (6) \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x_r} dy_r \\ &= \theta_r(x_r, \varphi) = \frac{\theta_D}{2} \frac{I_L(x_r, \varphi) - I_H(x_r, \varphi)}{I_L(x_r, \varphi) + I_H(x_r, \varphi)}, \quad (7) \end{aligned}$$

其中 I_L 和 I_H 分别称为摇摆曲线的低角像和高角像。

根据傅里叶中心切片定理, 可以从(6)式获得吸收系数和消光系数 $\mu(x, y) + \chi(x, y)$ 的重建公式, 而不能从(7)式获得折射率导数 $\partial n(x, y) / \partial x_r$ 重建公式. 这其中的原因在于: $\mu(x, y) + \chi(x, y)$ 在 (x, y) 点的函数值不随投影方向变化, 而 $\partial n(x, y) / \partial x_r$ 在 (x, y) 点的函数值随投影方向变化. 为此需要求出在坐标系 (x, y) 中折射率的表达式, 根据方程(4) 折射率导数在两套坐标系之间的关系为

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x_r} \\ \frac{\partial n(x, y)}{\partial y_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial n(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

由于在样品外 $\frac{\partial n(x, y)}{\partial y_r} = 0$, 所以 $\frac{\partial n(x, y)}{\partial y_r}$ 沿着 y_r 轴穿过样品的积分总是零, 即

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n(x, y)}{\partial y_r} dy_r = 0. \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式可得

$$\begin{aligned} &\left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x} dy_r \right) \\ &= \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x_r} dy_r \\ &= \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \theta_r(x_r, \varphi). \end{aligned} \quad (10)$$

因为(10)式中 $\partial n(x, y) / \partial x$ 和 $\partial n(x, y) / \partial y$ 在 $(x,$

$y)$ 点的函数值不随投影方向变化, 所以根据傅里叶中心切片定理, 可以推导出两个样品折射率导数的重建算法公式为^[10, 11]

$$\frac{\partial n(x, y)}{\partial x} = \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} [\theta_r(x_r, \varphi) * F^{-1}(|\rho|)] \times \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - x_r) dx_r, \quad (11)$$

$$\frac{\partial n(x, y)}{\partial y} = \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} [\theta_r(x_r, \varphi) * F^{-1}(|\rho|)] \times \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - x_r) dx_r. \quad (12)$$

由此可以得到折射率的重建公式为^[12]

$$\begin{aligned} n(x, y) &= \int_x \frac{\partial n(x, y)}{\partial x} dx \\ &= \int_y \frac{\partial n(x, y)}{\partial y} dy, \end{aligned} \quad (13)$$

同时又因为投影光线的光程(与相位移动成正比)可表示为

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} n(x, y) dy_r &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^{x_r} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x_r} dx_r \right] dy_r \\ &= \int_0^{x_r} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n(x, y)}{\partial x_r} dy_r \right] dx_r \\ &= \int_0^{x_r} \theta_r(x_r, \varphi) dx_r, \end{aligned}$$

因此折射率的重建算法公式还可以表示为^[7, 11, 12]

$$\begin{aligned} n(x, y) &= \int_0^\pi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^{x_r} \theta_r(x_r, \varphi) dx_r * F^{-1}(|\rho|) \right] \\ &\times \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - x_r) dx_r \\ &= \int_0^\pi d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} \left[\theta_r(x_r, \varphi) * F^{-1} \left(\frac{|\rho|}{2\pi j \rho} \right) \right] \\ &\times \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - x_r) dx_r. \end{aligned} \quad (14)$$

在计算机中需要将连续变量离散化, 根据(7)式有

$$\begin{aligned} \theta_r(x_r, i\Delta\varphi) &= \frac{\theta_D}{2} \frac{I_L(x_r, i\Delta\varphi) - I_H(x_r, i\Delta\varphi)}{I_L(x_r, i\Delta\varphi) + I_H(x_r, i\Delta\varphi)}, \\ i &= 1, 2, \dots, N, \quad N\Delta\varphi = 180^\circ. \end{aligned} \quad (15)$$

CT的任务就是根据(11)~(13)式和(15)式, 由 N 个投影重建 $\partial n(x, y) / \partial x$, $\partial n(x, y) / \partial y$ 和 $n(x, y)$ 的分布。

3. 代数迭代重建算法

在折射衬度 CT 中由(10)式可知, 折射角可以表示为折射率偏导数的积分形式. 因此在离散情况下, 可以分别得到如下矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \cos \varphi_1 \\ \theta_2 \cos \varphi_2 \\ \theta_i \cos \varphi_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1j} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2j} \\ r_{i1} & r_{i2} & \dots & r_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial n / \partial x_1 \\ \partial n / \partial x_2 \\ \partial n / \partial x_j \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \sin \varphi_1 \\ \theta_2 \sin \varphi_2 \\ \theta_i \sin \varphi_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1j} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2j} \\ r_{i1} & r_{i2} & \dots & r_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial n / \partial y_1 \\ \partial n / \partial y_2 \\ \partial n / \partial y_j \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \int_0^{x_r} \theta_1 dx_r \\ \int_0^{x_r} \theta_2 dx_r \\ \int_0^{x_r} \theta_i dx_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1j} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2j} \\ r_{i1} & r_{i2} & \dots & r_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_j \end{pmatrix}. \quad (18)$$

上三式中 $(\partial n / \partial x_j \dots)^T$ $(\partial n / \partial y_j \dots)^T$ 和 $(n_j \dots)^T$ 都为 j 维向量,称为图像矢量 X ,分别表示样品(待重建图像)中每个像素的折射率偏导数和折射率, $(\theta_i \cos \varphi \dots)^T$ $(\theta_i \sin \varphi \dots)^T$ 和 $(\int_0^{x_r} \theta_i dx_r \dots)^T$ 都为 i 维向量,称为投影矢量 P ,分别表示投影线经过样品(待重建图像)后的折射角和光程.

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1j} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2j} \\ r_{i1} & r_{i2} & \dots & r_{ij} \end{pmatrix}$$

为 $i \times j$ 维向量,称为投影矩阵 R , r_{ij} 称为加权因子是第 j 个像素对投影线 i 的贡献.

(16)(17)和(18)式分别是(11)(12)和(14)式的对应矩阵式,虽然在这三式中图像矢量和投影矢量各不相同,但是它们的投影矩阵是相同的,因而求解图像矢量的方法是一样的.因此,本文仅以(17)式为例,利用迭代方法重建折射率导数 $\partial n(x, y) / \partial y$.

根据(17)式,折射衬度 CT 的图像重建也可以看作求解线性方程组 $(P = R \times X)$ 的解,对于求解如此巨大的线性方程组,通常主要采取迭代的算法.其中代数迭代算法(algebraic reconstruction techniques, ART)^[13,14]是以线性方程组理论为基础的图像重建算法,能够更好的适应折射衬度 CT 的数学模型.同时 ART 算法以高斯噪声为默认噪声,这也更符合折射衬度 CT 的实际采集数据.因此它在投影数据较少的情况下,对于折射衬度 CT 图像具有很好的噪声控制能力.其一般的迭代步骤为

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda^{(k)} \frac{P_{i_k} - r_{i_k} X^{(k)}}{r_{i_k}^2} r_{i_k}^T,$$

其中 $i_k = k(\text{mod} M) + 1 = \left[k - \text{Int}\left(\frac{k}{M}\right)M + 1 \right]$, $P_{i_k} = \sum_j P_{i_k j}$, $r_{i_k} X^{(k)} = \sum_j r_{i_k j} x_j$, $\lambda^{(k)}$ 为收敛因子($0 < \lambda^{(k)} < 2$),本文中我们根据经验值取收敛因子为一常数 $\lambda^{(k)} = 0.1$, mod 表示取余数, Int 表示取整, k 为迭代序号, M 为总的投影线数目. $r_{i_k j}$ 采取如下定义形式:

$$r_{i_k j} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i_k \text{ 条射线通过第 } j \text{ 个像素内任意一点,} \\ 0 & \text{其他.} \end{cases} \quad (19)$$

ART 算法每次只考虑一条投影线的影响并校正该射线经过的像素.因此 ART 算法又称为沿着射线修正的迭代重建技术.其过程为:先假设一初始图像 $X^{(k)}$,然后再根据 $X^{(k)}$ 求一次近似图像 $X^{(k+1)}$,在根据 $X^{(k)}$ 求 $X^{(k+1)}$ 时需要加一校正值 $\Delta X^{(k)}$, $\Delta X^{(k)}$ 只需考虑一条投影线(例如第 i_k 条射线)的影响.所修正的像素也限于第 i_k 条射线经过的像素.如(19)式所示, P_{i_k} 为第 i_k 条射线测得投影值, $r_{i_k} X^{(k)}$ 表示图像矢量为 $X^{(k)}$ 时,第 i_k 条射线的估计投影值. $P_{i_k} - r_{i_k} X^{(k)} = \Delta P_{i_k}$ 为校正投影,经过加权 $1/r_{i_k}^2$ 后形成 $\Delta P_{i_k} / r_{i_k}^2 = \Delta X^{(k)}$,沿射线 i_k 反投影于经过的诸像素,由此可以得到图像矢量 $X^{(k+1)}$.然后可以根据 $X^{(k+1)}$ 再求二次近似图像 $X^{(k+2)}$,这时就要考虑下一条投影线 $(i_k + 1)$ 的影响.以此类推,当完成所有 M 条投影线的修正后就进入下一轮的迭代,直到得到满足一定要求的解.

一般情况下 ART 算法都具有良好的图像重建质量,但是收敛速度慢,运算时间长,运算量大,也限制了它在折射衬度 CT 中应用.在 ART 算法中,计算、存储以及检索 r_{ij} 是造成其运算时间较长的主要原因,对此本文采取一种实时存贮的方法,即对某一射线(如第 i_k 条射线)进行操作时,只开辟能够存放该射线与图像像素相交信息的内存空间.这样就可以有效的节约运算时间.同时为了加快 ART 算法的收敛速度,在投影数据较少的情况下获得良好的折射衬度 CT 图像,本文就 ART 投影数据次序的排列方法对收敛速度和图像重建质量的影响进行了研究.目前基于 ART 算法投影数据次序的排列方法,

主要采用减少相邻的投影数据之间的相关性,来达到加快收敛速度、改善图像重建质量的目的.本文主要研究了以下三种投影数据排列方法对折射衬度 CT 重建图像质量和收敛速度的影响.

1) 连续排列方法(sequential accessing scheme, SAS),它按照实验中投影数据的采集顺序,来进行排列.这种方法是重建过程中最常采用的方法.

2) 多级排列方法(multilevel access scheme, MLS)^[15]这种方法尤其适合总的投影视角数 $V = 2^L$ 的情况.该方法把投影数据分成 L 个级别,在 $L = 1$ 的时候,排列 0° 和 90° 的投影数据,在 $L = 2$ 的时候,排列 45° 和 135° 的投影数据,依此类推可以按照 Guan 等人提出的方法,分别排列出 $L = 3, 4, \dots$ 时,各个投影数据的排列次序.在进行迭代的时候我们顺次按照 $L = 1, 2, \dots$ 时的投影数据排列次序进行反投影运算.当 $V \neq 2^L$ 时,也可以按照上述方法进行多级排列.

3) 随机排列方法(random permutation scheme, RPS)^[16]这种方法是由 van Dijke 提出的,它把投影数据进行随机的排列. van Dijke 认为这种方法是

验证的所有投影数据排列方法里最好的方法.

4. 折射衬度 CT 的图像重建结果分析

为了观察 ART 算法是否能够很好的适应折射衬度 CT 的数学模型,本文模拟了一个纯相位圆柱体(忽略物体的散射、吸收作用)的断层投影数据,并利用 ART 算法对模拟实验数据进行了重建.模拟实验原理如图 3(a)所示,一束光线以 θ_1 角度入射圆柱体的某一断面,经过折射后射出该断面,则出射光偏离原入射光的偏转角,即折射角可由下式得到^[9]:

$$\Delta\theta_{\text{total}} = 2\Delta n \tan\theta_1, \quad (20)$$

其中 Δn 为圆柱体内外两种介质折射率的差,实验中假设 $\Delta n = 10^{-6}$.因此根据(20)式可以得到该投影角度下的圆柱体的某一断层的折射角投影数据如图 3(b)所示.同时根据圆的对称性,只要保证圆心为转轴的中心,那么就可以得到任意投影角度下的投影数据.

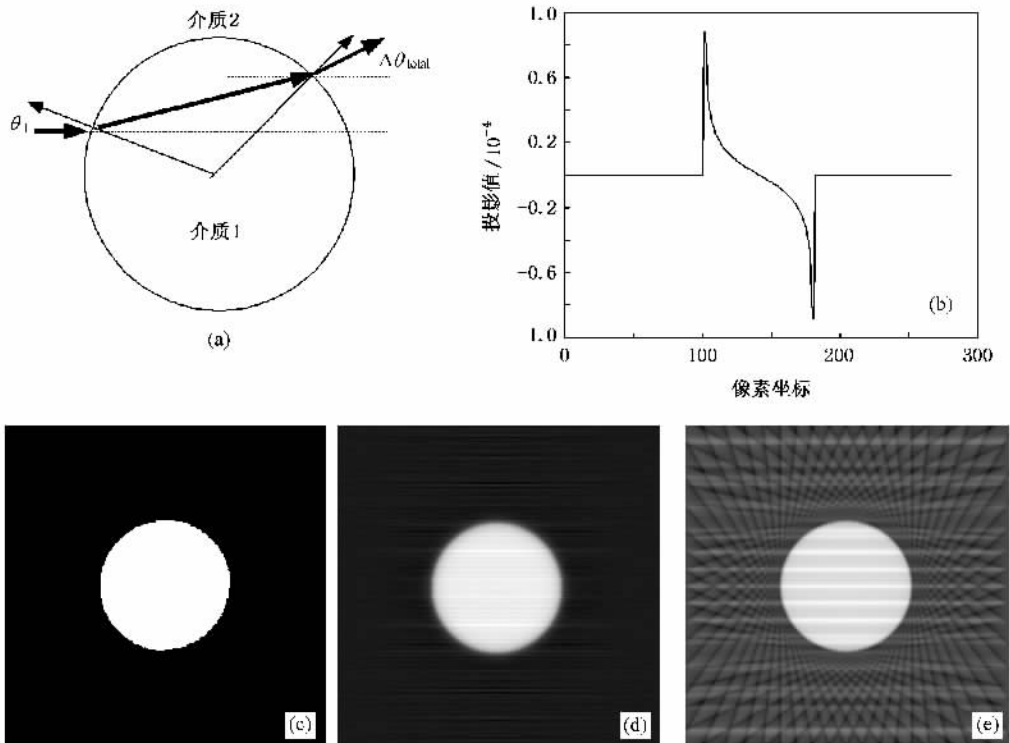


图3 模拟实验原理及折射率 n 的重建结果 (a)模拟实验原理 (b)某一投影角度下的折射角投影数据 (c)原始图像 (d)迭代重建结果 (e)滤波反投影重建结果

我们采用了 30×281 的投影数据(30个投影角度,每个投影角度下281条投影线,采样间隔与像素

大小的比例为1.4:1),利用公式(16)和(13)对断层中的折射率 n 进行了重建.重建图像大小为 $198 \times$

198 像素.采用 Matlab 编程,电脑配置为 P4 2.0G CPU 512M 内存,Windows XP 操作系统.平均每次迭代需要 9 s.圆柱的原始断层图像如图 3(c)所示.图 3(d)和图 3(e)分别为 ART 迭代算法和滤波反投影算法进行重建的结果,可以发现 ART 算法能够很好的应用于折射衬度 CT 的图像重建中:当投影数据较少的时候,可以得到较好的重建图像.其中图 3(d)中的横线伪影是在投影数据不足的情况下,利用公式(13)进行 X 轴方向积分时造成的.

为了对重建结果进行评价,以便观察随迭代次数的增加图像重建质量的变化以及不同的投影数据排列方法对于 ART 算法收敛速度的影响.本文定义了几个评价指标:归一化均方距离判据 d ,较敏感的反应某几点产生较大误差的情况; l 称为归一化平均绝对距离判据,对许多点均有一些小误差的情况比较敏感;平均误差 e ,较好的反映图像整体的误

差.定义式如下:

$$d = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N \times N} (t_i - o_i)^2}{N \times N} \right]^{1/2},$$

$$l = \frac{\sum_{i=1}^{N \times N} |o_i - t_i|}{\sum_{i=1}^{N \times N} |o_i|},$$

$$e = \frac{1}{N \times N} \sum_{i=1}^{N \times N} \frac{|o_i - t_i|}{o_{\max} - o_{\min}}.$$

这几个指标数值越小,表明重建图像的质量越好,重建图像与原始图像越接近.当为 0 时,表示没有误差.其结果如图 4 所示.指标中 o_i, t_i 分别表示测试模型和重建后图像中第 i 个像素的折射率 n .图像的像素为 $N \times N$ 个.

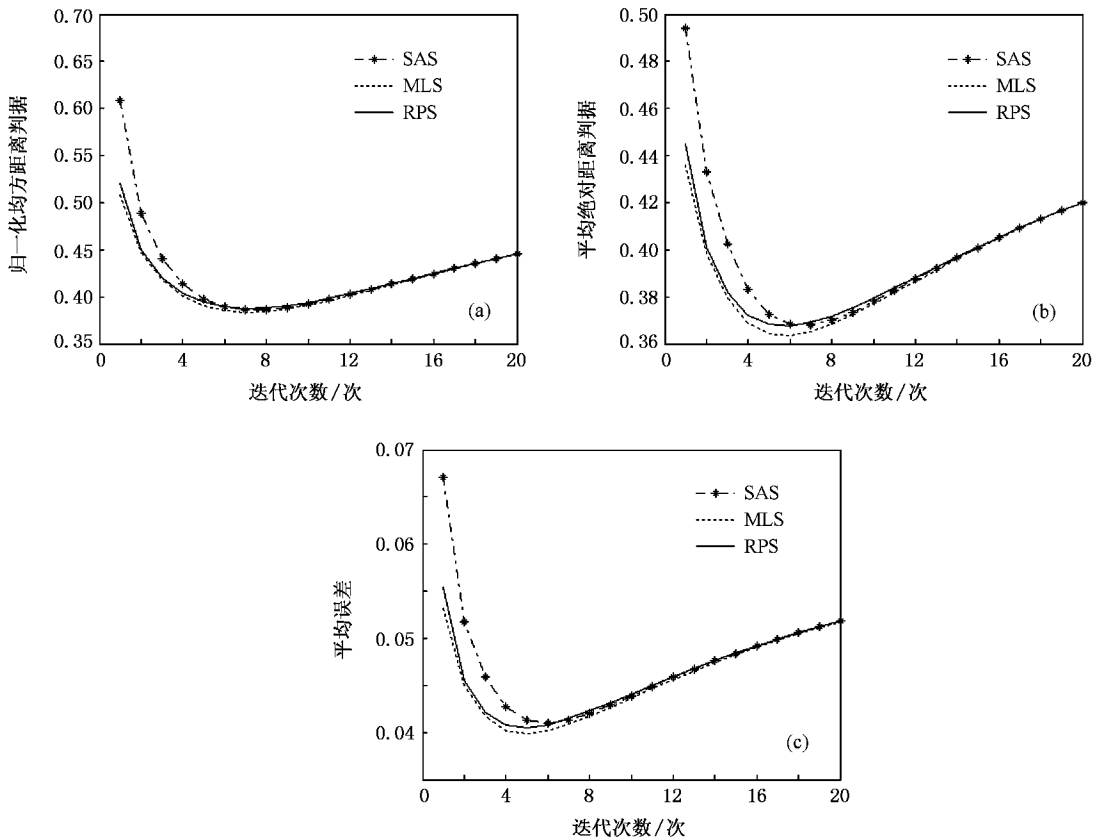


图 4 各个评价参数随迭代次数的改变量

由图 4 所示,随着迭代次数的增加,各个评价参数变的越来越小,图像质量越来越好.在迭代一定次数以后曲线就变得呈现上升趋势,重建图像随着迭代次数的增加而趋于“老化”甚至发散,出现高频伪影.可以发现 MLS 和 RPS 能够加快迭代算法的收敛

速度.在图 4(c)中,一般在迭代 4 次左右就能够达到曲线的最低点.其中以 MLS 的收敛速度最快,各个评价参数值最小,图像重建质量最高.而一般采用 SAS 在迭代 6 次左右才能够达到最佳图像重建质量.而各个评价参数均高于其他两种投影数据排列

方法.同时观察这三种投影数据的排列方法在经过一次迭代后各个评价参数的值可以发现,SAS的3个参数值明显高于其他两种方法.由此可以看到经过修改投影数据的排列方式,能够明显加快收敛速度.

在经过折射衬度 CT 模拟重建后,可以看到采用 MLS 的 ART 算法具有良好的图像重建质量和较快的收敛速度.于是采用这种方法对实验数据也进行了重建.折射衬度 CT 实验是在北京同步辐射装置 4W1A 光束线形貌学实验站进行的,采用的实验光路如图 1 所示.分析晶体转动的角度分辨率为 0.05° ,成像的有效光斑尺寸为 $13\text{ mm} \times 10\text{ mm}$,光束能量为 10 KeV .探测器为 Photonic Science 公司的 X 射线 CCD(X-ray FDI.18mmcamera),其分辨率为 $10.9\text{ }\mu\text{m}$.实验样品为环氧树脂棒,内部布满了直径 $10\text{--}500\text{ }\mu\text{m}$ 的气泡.图 5 为将分析晶体转角分别调整在偏置角度 $\theta_A = -\frac{\theta_D}{2}$ 和 $\theta_A = \frac{\theta_D}{2}$ 处,拍摄样品的低角像和高角像.实验中每隔 4° 采集一次投影数据,共采集了 45 个投影视角的投影数据,按照多级排列方法进行了投影数据的重新排列.图 7 和图 8 分别为 ART 算法和滤波反投影算法重建的环氧树脂棒第 200 层的折射率导数的重建结果,图 9 为环氧树脂棒 200—300 层的折射率重建的三维图像.

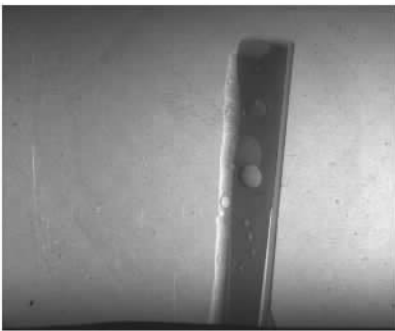


图 5 $\theta_A = -\frac{\theta_D}{2}$ 时采集低角像

从图 7 和图 8 可以看到当投影数据较少的时候,迭代算法重建的图 7 光强明暗分布对比明显,较好的反映了折射率的分布情况,而滤波反投影重建的图 8,衬度没有迭代重建的衬度高,同时可以看到迭代算法重建的图片质量在清晰度,平滑度方面占据了明显的优势,显示出了对噪声的抑制能力.由此也可以看出在投影数据不完全的情况下,滤波反投影算法不能很好的重建出优质的图像质量.相反迭

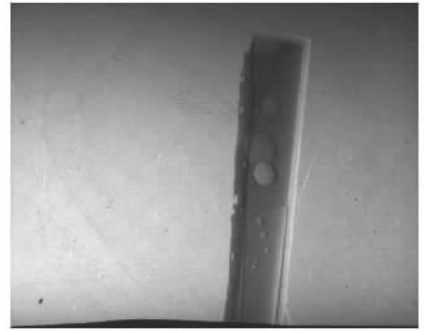


图 6 $\theta_A = \frac{\theta_D}{2}$ 时采集高角像

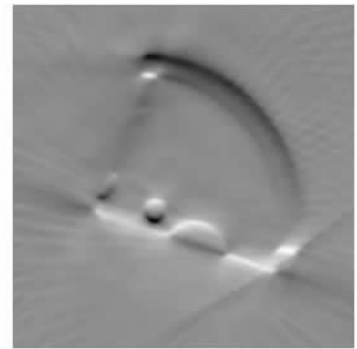


图 7 $\frac{\partial n(x,y)}{\partial y}$ ART

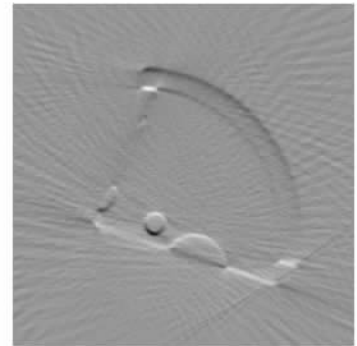


图 8 $\frac{\partial n(x,y)}{\partial y}$ FBP

代算法更加灵活,可以加入许多修正因子,使重建图像更加精确.图 7 和图 8 中在环氧树脂棒下边缘的高亮度区域出现了一些条状伪线,这可能是由于折射角信号在样品边缘地区的突然增强,造成了类似于金属物伪像的高强度条纹.图 9 所示为三维重建结果,由图可见在投影数据不足的情况下,利用代数迭代重建算法环氧树脂棒内部的微小气泡依然能够被清晰的被重构出来.

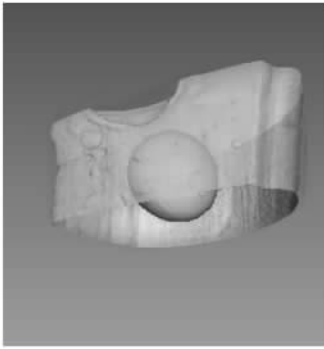


图 9 三维重建结果

5. 结 论

本文研究了代数迭代重建算法在折射衬度 CT 中的应用,并对 ART 的收敛速度、重建效果方面进行了分析讨论.在此基础上利用 ART 对样品的折射率导数分布进行了重建.由重建的图像可以看出迭代算法能够很好的适应于折射衬度 CT 成像技术,并且相对于滤波反投影算法,ART 在强噪声、投影数据较少的情况下具有很好的重建效果,有利于减少对样品的投影数,降低辐射损伤.虽然本文主要讨论基于分析晶体的成像方法,但是研究方法和重要结论也适用于基于分析光栅的成像方法.

- [1] Chapman L D ,Thomlinson W C ,Johnston R E ,Washburn D ,Pisano E ,Gmur N ,Zhang Z ,Menk R ,Arfelli F ,Sayers D 1997 *Phys. Med. Bio.* **42** 2015
- [2] Zhu P P ,Wang J Y ,Yuan Q X , Tian Y L ,Huang W X ,Li G ,Hu T D ,Jiang X M ,Wu Z Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 58 (in Chinese) [朱佩平、王 越、袁清习、田玉莲、黄万霞、黎 刚、胡天斗、姜晓明、吴自玉 2005 物理学报 **54** 58]
- [3] Huang W X ,Yuan Q X ,Tian Y L ,Zhu P P ,Jiang X M ,Wang J Y 2005 *Acta Phys. Sin* **54** 677 (in Chinese) [黄万霞、袁清习、田玉莲、朱佩平、姜晓明、王 越 2005 物理学报 **54** 677]
- [4] Franz P ,Timm W ,Oliver B ,Christian D 2006 *Nature Physics* **2** 258
- [5] Keren K ,Kafri O 1985 *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 111
- [6] Zhu P P ,Wang J Y ,Yuan Q X ,Huang W X ,Shu H ,Gao B ,Hu T D , Wu Z Y 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 264101
- [7] Wang J Y ,Zhu P P ,Yuan Q X ,Huang W X ,Shu H ,Chen B ,Hu T D ,Wu Z Y 2006 *Phys. Med. Bio.* **51** 3391
- [8] Huang Z F ,Kang K J ,Li Z ,Zhu P P ,Yuan Q X ,Huang W X ,Wang J Y ,Zhang D ,Yu A M 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 041124
- [9] Oltulu O ,Zhong Z ,Hasnah M ,Wernick M N ,Chapman D 2003 *J. Phys. D : Appl. Phys.* **36** 2152
- [10] Wang M ,Zhu P P ,Zhang K ,Hu X F ,Huang W X ,Cen Y W ,Yuan Q X ,Yu X L ,Wang J Y 2007 *J. Phys. D : Appl. Phys.* **40** 1
- [11] Bronnikov A V 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 472
- [12] Dilmannian F A ,Zhong Z ,Ren B ,Wu X Y ,Chapman L D ,Orient I , Thomlinson W C 2000 *Phys. Med. Bio.* **45** 933
- [13] Gordon R ,Bender R ,Herman G T 1970 *J. Theoret. Biol.* **29** 471
- [14] Jiang M ,Wang G 2002 *Journal of X-Ray Science and Technology* **10** 77
- [15] Guan H ,Gordon R 1994 *Phys. Med. Bio.* **39** 2005
- [16] Klaus M ,Roni Y 1997 *IEEE Trans. Med Imaging* **16** 223



The application of algebraic reconstruction techniques in X-ray refraction contrast CT^{*}

Zhang Kai^{1,2)} Zhu Pei-Ping^{2)†} Huang Wan-Xia²⁾ Yuan Qing-Xi²⁾ Liu Li²⁾ Yuan Bin¹⁾ Wang Jun-Yue²⁾
 Shu Hang²⁾ Chen Bo^{2,3)} Liu Yi-Jin^{2,3)} Li En-Rong²⁾ Liu Xiao-Song²⁾ Wu Zi-Yu^{2,3,4)‡}

1) *Physical Science and Technology College, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China*

2) *Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China*

3) *National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

4) *Theoretical Physics Center for Science Facilities, Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China*

(Received 28 May 2007 ; revised manuscript received 6 November 2007)

Abstract

X-ray refraction contrast CT is the computer tomography based on phase contrast. When the biological samples are taken from organs or tissues, X-ray refraction contrast CT provides more internal subtle details compared with conventional absorption CT images and it is considered a novel and very promising imaging technique. The iterative and analytical algorithms are the two main strategies in computer tomography. In the field of X-ray refraction contrast CT several analytical algorithms have been reported in the past. However the algorithm using iterative method have not been proposed. In this study, we tested the application of iterative algorithm in X-ray refraction contrast CT image reconstruction, investigated the influence of the order in which data are accessed in algebraic reconstruction techniques, and satisfactory CT images were obtained. Our data demonstrated that when biological samples are imaged or the complete projective data are not available, our iterative algorithm showed significant advantage over the analytical algorithms. It effectively reduces the number of the projection data, exposure time, as well as the radiation damage to the biology samples.

Keywords : diffraction enhanced imaging, algebraic reconstruction technique, CT, synchrotron radiation

PACC : 2920L, 6114F, 8170J

* Project supported by the the Key Important Project of the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 10490194 and 10734070), the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos.60477006 and 10504033) and the Knowledge Innovation Program of the Chinese Academy of Science(Grant No. KJ CX2-SW-N11).

† Corresponding author. E-mail :zhupp@ihep.ac.cn

‡ Corresponding author. E-mail :wuzy@ihep.ac.cn