

衍射光栅积分理论中核函数的简化及其特性分析*

张善文^{1,2)} 巴音贺希格^{1)†}

1) 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

2) 中国科学院研究生院, 北京 100049)

(2007 年 9 月 11 日收到, 2007 年 11 月 14 日收到修改稿)

基于衍射光栅完全电导率积分理论, 通过变换光栅方程给出了任意衍射级次 Littrow 设置下衍射波矢的镜像方程, 用此方程和幂级数性质简化了代表核函数的无穷级数, 提出将其表示为一个对称性级数与一个等比级数之和的方法. 通过与未做简化的积分法比较, 从数值计算角度指出了此方法具有缩短计算时间和提高收敛性的特性. 推广结果表明, 在偏 Littrow 设置下仍然可以通过幂级数性质提高收敛性.

关键词: 光栅积分法, 核函数, Littrow 设置, 镜像方程

PACC: 4210, 4110H

1. 引 言

光栅问题是一个对于周期性结构求解 Maxwell 方程组的边界问题. 积分法求解光栅问题的基本思想是通过使用泛函理论, 将衍射场所满足的微分形式 Helmholtz 方程及其边界条件转化为第二类 Fredholm 积分方程, 然后将其近似为线性系统方程作数值求解.

积分法是第一个用于解决完全电导率光栅衍射问题的严格矢量理论, 20 世纪 60 年代 Petit^[1,2], Pavageau 等人^[3]使用它成功计算了光栅的 TE, TM 偏振波衍射效率. 经过 40 多年来 Maystre^[4], Goray^[5], Kleemann 等^[6]光栅理论研究人员不断改进与完善, 积分法可以解决几乎所有光栅问题, 它已经成为一种成熟、有效、准确, 而且适用性非常强的严格电磁场理论. 甚至在有些时候, 如求解中阶梯光栅问题时, 它是迄今唯一可以使用的严格矢量方法.

任何一种算法的改进都是希望在较短的计算时间内得到较稳定精确的结果. 积分方法所采用的数学工具较为复杂, 计算时间相对较长. 从实用的角度看, 提高计算速度对于求解光栅问题显得十分重要, 如何简化它的数学工具则是关键. 为顺应日益广泛

的光栅设计的实际需求, 不仅要设法使数值计算时间变短, 而且收敛性要好. 影响积分法计算收敛性的因素主要有三个: 一是所选用数学函数的收敛性, 即计算公式的推导中所使用的核函数的收敛性直接影响计算结果的收敛性. 二是数值计算方法带来的收敛性, 它包括积分步长和截断级次两个方面. 积分步长越小收敛性越好, 截断级次越高, 收敛性越好, 但所花费的计算时间越长. 因此, 在误差范围内适当选取积分步长和截断级次对收敛性的提高至关重要. 三是光栅槽形函数对收敛性影响方面, 积分理论与其他方法有所不同, 例如, 耦合波法的收敛性受光栅槽形函数的影响较为显著^[7], 微分法的收敛性也会受到光栅槽形函数的影响^[8-10], 积分法受光栅槽形函数的影响则不是很明显. 经数值计算发现影响积分法计算速度和收敛性的最重要的因素就是核函数的数学形式, 因此, 核函数的简化对优化算法很有帮助. 文献 5 的改进积分法获得了稳定的收敛, 它适用于所有使用波段、所有类型的光栅, 包括那些深槽形、高电导率、小波长周期比的光栅, 尤其对于 TM 波更为明显. 另外, 文中还根据数值计算结果提出的“黄金规则”给出了节点数和截断级次的经验关系, 为截断级次的选取提供了参考依据. 虽然改进积分法有上述优点, 但是, 它的收敛速率并不快, 而且核

* 国家自然科学基金(批准号 60478034), 中国科学院“优秀博士学位论文、院长奖获得者科研启动专项资金”, “十一五”国家科技支撑计划重大项目(批准号 2006BAK03A02)和吉林省科技发展计划项目(批准号 20070523)资助的课题.

† 通讯联系人, E-mail: bayin888@sina.com

函数本身的数学形式也没有多大改进.文献[6]的积分方程对核函数提出了较大的改进,但使用的数学工具复杂,核函数形式比较繁琐.还有,为了满足光栅的宽光谱范围和小的级次重叠,要求大部分光栅在 Littrow 或近 Littrow 设置下使用,所以,研究这种设置下核函数的数学形式具有现实应用背景.鉴于此,本文从完全电导率积分理论出发,通过变换光栅方程得到一个具有对称性的衍射波矢方程——镜像方程,提出利用镜像方程与核函数的数学特性对核函数进行简化的方法.虽然文献[5,6]曾对积分法做过改进,但本文所采用方法的数学工具则更加简单有效,不仅较为明显地缩短了计算时间,而且提高了收敛性,从而直接提高了积分法的计算性能.

2. 完全电导率光栅积分理论基础

如图 1 所示,波长为 λ 的平面波以入射角 θ_i 入射到光栅槽形 p 上, $f(x)$ 为光栅槽形函数,它是在 x 轴方向以光栅常数 d 为周期的周期函数, h 为光栅槽深.根据 Helmholtz 方程、边界条件、辐射条件及 Floquet 定理^[11],在远场区域($y > h$),电场或磁场强度的 z 分量 ψ 可以被展开成如下的无穷级数形式:

$$\psi = A_0 \exp[j\alpha_0 x - j\beta_0 f(x)] + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m \exp(j\alpha_m x + j\beta_m y), \quad (1)$$

上式为 Rayleigh 展开式,是 Helmholtz 方程的通解.式中 $j = \sqrt{-1}$, m 为衍射级次, α_0, β_0 和 α_m, β_m 分别是入射波矢和第 m 级衍射波矢在 x 方向和 y 方向上的投影, A_0, B_m 分别表示相应于 ψ 的入射波、第 m 级衍射波的复振幅系数,本文令入射波的 A_0 为单位振幅.

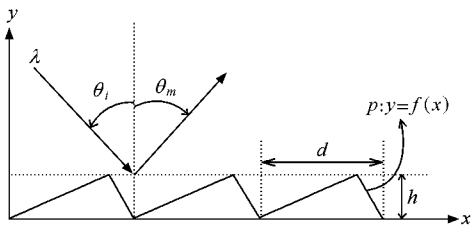


图 1 衍射光栅工作示意图

由光栅方程

$$\sin\theta_m = \sin\theta_i + m \frac{\lambda}{d}, \quad (2)$$

入射、衍射波矢 $k = 2\pi/\lambda$, 光栅波矢 $K = 2\pi/d$ 得

$$\alpha_m = k \sin\theta_m = k \sin\theta_i + mK, \quad (3)$$

$$\beta_m = k \cos\theta_m = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \alpha_m^2} & (k > \alpha_m), \\ j\sqrt{\alpha_m^2 - k^2} & (k < \alpha_m). \end{cases} \quad (4)$$

光栅绝对衍射效率定义为

$$\eta_m = |B_m|^2 \cos\theta_m / \cos\theta_i, \quad (5)$$

因此,只要求出各级次衍射波复振幅系数 B_m 即可求出光栅各级衍射效率 η_m .

积分法的巧妙之处在于使用泛函理论把微分形式的 Helmholtz 方程及其边界条件转化为一个积分形式的方程,求出其特解,然后比较特解和通解的形式,通过待定系数法求出复振幅系数 B_m 的表达式^[11].由泛函理论, Helmholtz 方程变为

$$\nabla^2 u = \{\nabla^2 u\} + \sigma_{\frac{du}{dn}} \delta_p + \nabla \cdot (n\sigma_u \delta_p), \quad (6)$$

其中, u 表示衍射场函数, $\{\}$ 表示这样一个分布:描述它的函数在光栅槽形曲线 p 上无定义,在其他处即为大括号内表示的微分运算. σ_u 和 $\sigma_{\frac{du}{dn}}$ 表示 p 外

法线方向上 u 和 $\frac{du}{dn}$ 的跃变, δ_p 表示 p 上的狄拉克分布.设 R 是某一泛函空间, δ_R 是 R 上的单位卷积泛函(R 上的狄拉克分布), G 为在 R 上的分布, ρ 为 σ_u 或 $\sigma_{\frac{du}{dn}}$, $M(x', f(x'))$ 为 p 上的一点,将 G 和 $\rho \delta_p$ 代入(6)式并比较得到衍射场的积分形式:

$$u = G * \rho \delta_p = \int_0^d G[x - x', f(x) - f(x')] \alpha(x') dl', \quad (7)$$

$$dl' = \sqrt{1 + f'^2(x')} dx', \quad (8)$$

其中

$$G(x, y) = \frac{1}{2jd} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta_m} \exp(j\alpha_m x + j\beta_m |y|)$$

为格林函数的一种形式,它是光栅电磁场理论中很重要的方程,将其代入(7)式后与(1)式比较,得到复振幅系数的积分表达式为

$$B_m = \frac{1}{2jd\beta_m} \int_0^d \exp[-j\beta_m f(x) - jmKx] \times \tilde{\phi}(x') dx', \quad (9)$$

其中

$$\tilde{\phi}(x') = \alpha(x') \sqrt{1 + f'^2(x')},$$

根据(1)式,设入射场为 u^i , n 为光栅的外法线方向, u^i 沿 n 的微分有如下形式^[11]:

$$\frac{du^i[x, f(x)]}{dn} = - \int [\beta_0 + \alpha_0 f'(x)] \times \exp[-jmK(f(x))] \quad (10)$$

为了研究问题方便,令

$$N(x, x') = \frac{1}{2d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[S - \frac{\alpha_m f'(x)}{\beta_m} \right] \times \exp[jmK(x - x') + j\beta_m |f(x) - f(x')|], \quad (11)$$

$N(x, x')$ 称之为核函数, S 为符号函数. TE 和 TM 波的 $N(x, x')$, $\tilde{\phi}(x)$, $\tilde{\phi}(x')$, $\frac{du^i}{dn}$ 满足如下关系:

$$\frac{du^i}{dn} = \pm \frac{1}{2} \tilde{\phi}(x) - \int_0^d N(x, x') \tilde{\phi}(x') dx' \quad (12)$$

上式即为第二类 Fredholm 积分方程, 其中

$$\tilde{\phi}(x) = \rho(x) \sqrt{1 + f'^2(x)}.$$

设在一个光栅周期 $(0, d)$ 内有均匀分布的点 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, \dots, x_j, \dots$ 称为积分步长, 数值求解时积分方程变为线性方程组, 解线性方程组得到 $\tilde{\phi}(x_p)$, 继而由(9)式得到 B_m .

3. 核函数的简化及其数值分析

核函数(11)式是一个无穷级数, 数值计算时需要进行截断选取, 决定积分法计算时间长短和计算精度的最重要的参数就是截断级次, 设截断级次为 M , 所截取的级次即为 $-M : M$ (11)式在 $x - x' = 0$ 时具有奇异性, 为了避免奇异性, 将其近似表示为如下形式:

$$N(x, x') = -f'(x) \left[\frac{1}{2d} \sum_{m=-M}^M \frac{\alpha_m}{\beta_m} + \frac{j}{2\pi} \alpha_0 \right] - \frac{1}{4\pi} \frac{f''(x)}{1 + f'^2(x)}, \quad (13)$$

(13)式收敛很快, 形式也很简单, 对于计算时间影响较小, 下面主要讨论 $x - x' \neq 0$ 时核函数的形式. 核函数的表达式(11)式截断后写为

$$N(x, x') = \frac{1}{2d} \sum_{m=-M}^M \left[S - \frac{\alpha_m f'(x')}{\beta_m} \right] \times \exp[j\beta_m |f(x) - f(x')| + jmK(x - x')], \quad (14)$$

上式的 $2M + 1$ 个函数项对应着代表传播波的函数项和一部分代表倏逝波的函数项, 倏逝波虽然不携带能量, 但它在决定各传播波如何分配入射波的能

量中起着举足轻重的作用. M 值越大, 计算结果越准确, 随之而来的是更长的计算时间, 但并不是 M 值越大越好, 由于计算机有限的精度, 随着 M 值的增大, 计算结果会逐渐收敛于某一确定数值, 因此在满足计算结果稳定性较好的情况下, 应当选取 M 的值.

3.1. 衍射波矢的镜像方程

根据(2)式得到任意级次 Littrow 设置下的光栅方程 $2\sin\theta_i = -m_\epsilon \lambda/d$ (m_ϵ 代表任意级次), 将其代入(3)和(4)式中得到

$$\begin{aligned} \alpha_m &= (2m - m_\epsilon)K/2, \\ \alpha_{m'} &= \alpha_{-m+m_\epsilon} = -(2m - m_\epsilon)K/2, \\ \beta_m &= \beta_{m'} = \beta_{-m+m_\epsilon}, \end{aligned} \quad (15)$$

由此式可以看出 m 级和 $m' = -m + m_\epsilon$ 级对应的 x 方向的衍射波矢互为相反数, y 方向的衍射波矢相等, 它们的比值之和为

$$\alpha_m/\beta_m + \alpha_{m'}/\beta_{m'} = 0, \quad (16)$$

显然, m 和 m' 关于 $m_c = m_\epsilon/2$ 呈镜像对称, 类似地, α_m/β_m 和 $\alpha_{m'}/\beta_{m'}$ 也关于 m_c 镜像对称, 不妨称方程(16)为衍射波矢的镜像方程(以下简称镜像方程), 虽然它没有实际物理意义, 但对于核函数却起着重要的作用. 理论上计算光栅衍射效率大多是在 -1 级 Littrow 设置下, 现取 $m_\epsilon = -1$, 则 $m_c = -1/2$ (β 轴), 如图 2 所示, 衍射级次 -1 和 0 , -2 和 $+1$ 对应的 α_m/β_m 和 $\alpha_{m'}/\beta_{m'}$ 关于 β 轴镜像对称.

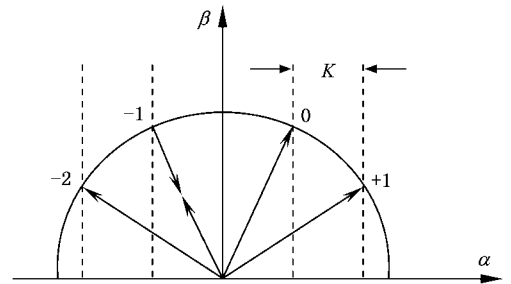


图 2 镜像方程在波矢空间的对称分布

实际上, 镜像方程可以简化为更加简捷的形式, 根据(3)和(4)式可以得到 $\alpha_m/\beta_m = \tan\theta_m$, $\alpha_{m'}/\beta_{m'} = \tan\theta_{m'}$, 将它们带入(16)式得 $\theta_m + \theta_{m'} = 0$, 从图 2 也可以看出入射角 θ_{-1} 和 θ_0 , θ_{-2} 和 θ_{+1} 关于 β 轴镜像对称. 特别地, 当 $m_\epsilon = 2T$, T 为整数时, 存在级次 $m_\epsilon/2 = T$ 与 β 轴重合, 所有衍射级次关于级次 T 对称.

3.2. 核函数的对称性与计算时间

为了提高计算速度,下面利用镜像方程将核函

$$N(x, x') = \frac{1}{2d} \left\{ \sum_{m=-M}^{-1} \left[S - \frac{\alpha_m}{\beta_m} f'(x) \right] \exp[j\beta_m a + jmKb] + \sum_{m=0}^{M-1} \left[S - \frac{\alpha_m}{\beta_m} f'(x) \right] \exp[j\beta_m a + jmKb] \right\}, \quad (17)$$

将镜像方程(16)代入上式得

$$N(x, x') = \frac{1}{2d} \sum_{m=0}^{M-1} \left\{ \left[S - \frac{\alpha_m}{\beta_m} f'(x) \right] \exp[j\beta_m a + jmKb] + \left[S + \frac{\alpha_m}{\beta_m} f'(x) \right] \exp[j\beta_m a - jmKb] \exp[-jKb] \right\}, \quad (18)$$

上式为具有对称性的简化核函数.为叙述问题方便,简化前称为模型1,简化后为模型2.

比较(18)和(14)式,从核函数的数学形式来看,原来的 $2M+1$ 个函数项的和简化为 M 个函数项的和,简化后的核函数的函数项的个数约为简化前的 $1/2$.

下面从数值计算的角度比较两者的计算时间.选取相同的模拟条件,即1)入射条件:波长 $\lambda = 10 \mu\text{m}$ 的单色平面波;2)光栅模型:周期 $d = 10 \mu\text{m}$,定向角 $\theta_b = 15^\circ$ (图1中光栅一个周期单元内三角形的左底角)槽顶角 $\phi = 90^\circ$ (图1中光栅一个周期单元内三角形的顶角)的镀铝光栅;3)数值条件:积分步长 $J = 202$;4)计算机软硬件系统:使用 Matlab 编码,处理器 Intel Pentium IV 2.66 GHz,二级缓存 1024kbyte Cache,总线计时器 133.6 MHz,512Mbyte 内存,Windows XP 系统.分别计算-1级 Littrow 设置下的 TE 和 TM 偏振波衍射效率,由于 $2/3 < \lambda/d = 1 < 2$,所以,此系统为只有0级和-1级的二能级系统,如表1所示.模型2的计算时间约为模型1的 $1/3$.

数(14)进行简化,设 $a = |f(x) - f(x')|$, $b = x - x'$, m 分为 $-M:-1$ 和 $0:(M-1)$ 两个区间,则

表1 模型1与模型2的计算时间(单位:s)

衍射级次 偏振态	-1级		0级	
	TE	TM	TE	TM
模型1	288.594	291.313	289.146	292.543
模型2	101.456	102.157	101.785	103.589

无论从数学形式还是数值计算结果都可以看出,镜像方程的引入比较明显地提高了计算速度,很大程度地提高了核函数的性能,对于积分法的改进具有实际意义.

3.3. 核函数的等比性与收敛性

积分核函数以往的计算基本上都是在截断级次 M 下选取了 $2M+1$ 个函数项,用其和式来近似无穷级数的和,对于代表着倏逝波的剩余项 $m = -\infty:- (M-1)$ 和 $m = M:\infty$ 不予考虑,但是,本文从数值计算的结果发现,这些剩余项不仅呈一个 e 指数函数的等比数列,而且它对收敛性也有影响.剩余项的核函数为

$$N(x, x') = \frac{1}{2d} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{-M-1} \left[S - \frac{\alpha_m}{\beta_m} f'(x) \right] \exp[j\beta_m a + jmKb] + \sum_{m=M}^{+\infty} \left[S - \frac{\alpha_m}{\beta_m} f'(x) \right] \exp[j\beta_m a + jmKb] \right\}, \quad (19)$$

根据(3)和(4)式得

$$\beta_m = j |\alpha_m| - \frac{jk^2}{2|\alpha_m|} - \frac{j}{8} \frac{k^4}{|\alpha_m|^3} + \dots,$$

$$\beta_m \approx j |\alpha_m| = j |mK + k \sin \theta_i|,$$

$$1/\beta_m \approx -j/|\alpha_m|, \alpha_m/\beta_m \approx \pm j.$$

当 $m \rightarrow \infty$ 时

表 2 两轴波矢比随衍射级次变化的数值结果

m	0	1	5	10	20	40	60	80	100
α_m/β_m	0.5774	-1.3416j	-1.0170j	-1.0046j	-1.0012j	-1.0003j	-1.0001j	-1.0001j	-1.0000j
m'	-1	-2	-6	-11	-21	-41	-61	-81	-101
$\alpha_{m'}/\beta_{m'}$	-0.5774	1.3416j	1.0170j	1.0046j	1.0012j	1.0003j	1.0001j	1.0001j	1.0000j

表 2 为 -1 级 Littrow 设置下 α_m/β_m 和 $\alpha_{m'}/\beta_{m'}$ 随衍射级次变化的数值结果,可以看出,所有选取的衍射级次,无论是传播波还是倏逝波都关于 β 轴 ($-1/2$) 对称,还有,随着 $|m|$ 和 $|m'|$ 的增大, α_m/β_m

和 $\alpha_{m'}/\beta_{m'}$ 的值分别趋近于 $-j$ 和 j . 将当 $m \rightarrow \infty$ 时的 β_m α_m/β_m 代入到(19)式中可以得到一个等比数列的求和函数式:

$$N(x, x') = \left\{ \frac{[S + jf'(x')] \exp[(\alpha_0 a - MKa - jMKb)]}{\exp(Ka + jKb) - 1} + \frac{[S + jf'(x')] \exp[-\alpha_0 a - (M-1)Ka + (M-1)Kb]}{\exp(Ka - jKb) - 1} \right\}, \quad (20)$$

此式即为 $m = -\infty : -(M-1)$ 和 $m = M : \infty$ 的核函数表达式.

镜像方程得到的(18)式与由 e 指数级数等比性得到的(20)式之和称为模型 3,下面比较利用模型 1 2 3 计算上面光栅模型的收敛性情况,如图 3—6,分别计算了 TE 波和 TM 波 -1 级, 0 级的衍射效率随截断级次 M 变化的曲线.

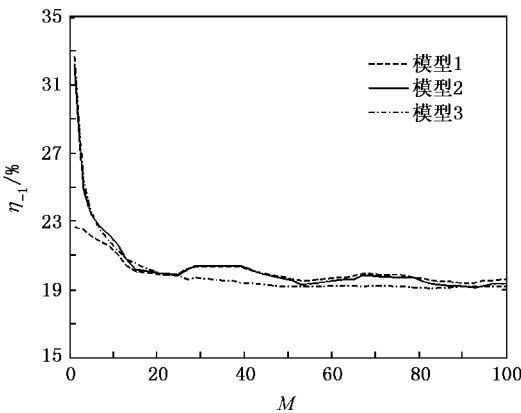


图 3 TE 波 -1 级衍射效率

图 3—6 的共同规律是,模型 1 和模型 2 的效率曲线比较接近,收敛性相当;模型 3 的曲线更加平稳,收敛性要好于 1 和 2,当 $M > 80$ 时结果趋于稳定.

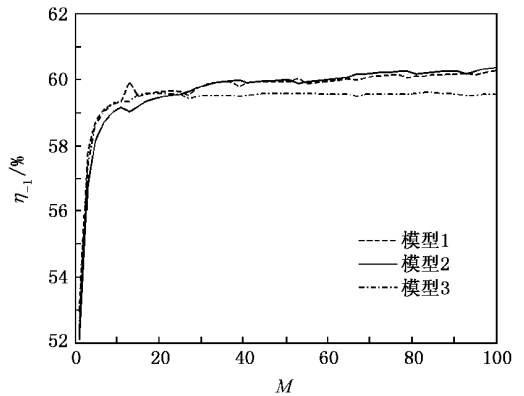


图 4 TM 波 -1 级衍射效率

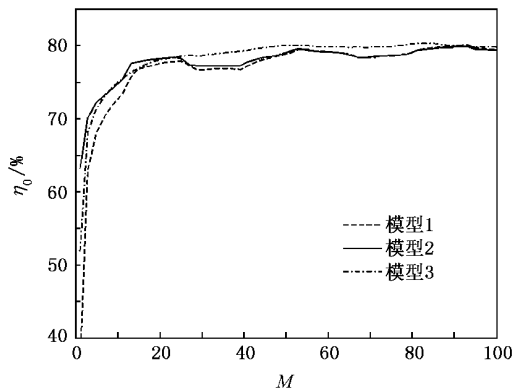


图 5 TE 波 0 级衍射效率

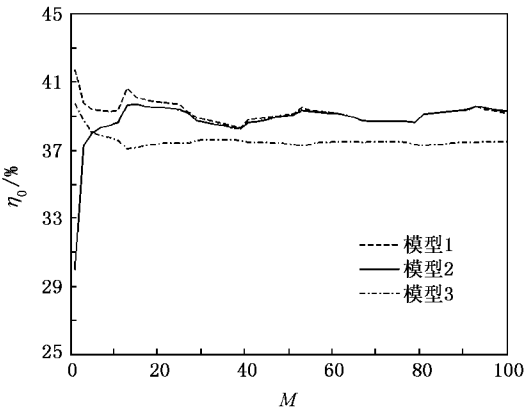


图 6 TM 波 0 级衍射效率

3.4. 三种模型综合性能的比较

从计算时间和收敛性综合比较三种模型的性能。模型 2 和模型 1 的收敛性相当,但是,模型 2 的计算时间为模型 1 的约 1/3,故模型 2 的性能优于模型 1。当然,如果减小积分步长,模型 2 相对于模型 1 计算时间会更小。由于(20)式只是对等比级数求和,计算中没有循环过程,对计算时间几乎没有影响。模型 3 的计算时间几乎与模型 2 相当,收敛性却要优于模型 2,因此,模型 3 的性能优于模型 2,它不仅缩

短了计算时间而且提高了收敛性。综上所述,本文提出将核函数的无穷级数简化为一个对称性级数与一个等比级数之和的方法具有实用意义。

3.5. 核函数等比性在偏 Littrow 设置下的推广

实际使用中,光栅经常在偏 Littrow 设置下工作,下面考察此设置下核函数的性质。设 $\theta_m = \delta - \theta_i$, δ 为入射波矢与衍射波矢的夹角,称之为偏离角,由光栅方程(2)得

$$\theta_i = \delta/2 - \sin^{-1}[\frac{m\lambda}{2d} \cos(\delta/2)], \quad (21)$$

由于 δ 的存在, α_m, β_m 的数学形式发生改变,镜像方程不再严格成立。现取 $\delta = 8^\circ$, 表 3 中数据说明了 α_m/β_m 及 $\alpha_{m'}/\beta_{m'}$ 的数值结果随截断级次变化的趋势。可以看出,当截断级次 $|m| \geq 20$ 时,镜像方程近似成立;当 $|m| < 20$ 时,镜像方程不成立。数值计算结果表明,随着 δ 角的增大, α_m/β_m 与 $-\alpha_{m'}/\beta_{m'}$ 差值变大,在数值上使镜像方程近似成立需要更大的截断级次,利用镜像方程缩短计算时间的方法失效。但是,当 $m \rightarrow \infty$ 时, $\alpha_m/\beta_m \approx \pm j$, 核函数的等比性在偏 Littrow 设置下仍然适用(20)式依旧成立,不妨将此时的(14)与(20)式之和称为模型 4。

在光栅的应用中,根据不同的光学系统 δ 有不

表 3 $\delta = 8^\circ$ 时的偏 Littrow 设置下的数值结果

m	0	1	5	10	20	40	60	80	100
α_m/β_m	0.6766	-1.3027j	-1.0166j	-1.0045j	-1.0012j	-1.0003j	-1.0001j	-1.0001j	-1.0000j
m'	-1	-2	-6	-11	-21	-41	-61	-81	-101
$\alpha_{m'}/\beta_{m'}$	-0.4895	1.3901j	1.0173j	1.0046j	1.0012j	1.0003j	1.0001j	1.0001j	1.0000j

同的取值。下面给出当 δ 取 10° 和 30° 时, TE, TM 两种偏振波在模型 4 与模型 1 下的收敛性分析结果,

如图 7、8 所示。可以看出,模型 1 的曲线族起伏或斜率较大,模型 4 的曲线族相对比较平坦。由此可知,

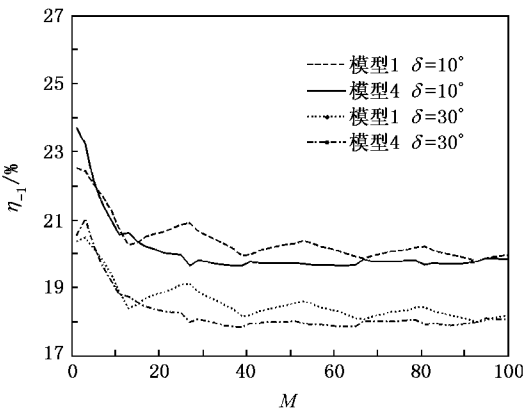


图 7 TE 波 -1 级衍射效率

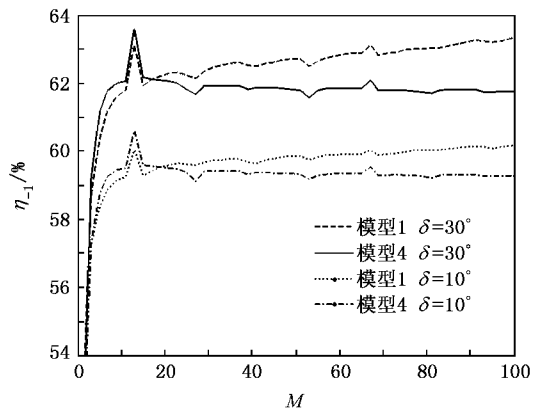


图 8 TM 波 -1 级衍射效率

1)模型 4 的收敛性要好于模型 1 ;2)当 δ 取不同值时 ,只是衍射效率的数值不同 ,模型 4 收敛性基本保持不变 ,即 δ 对计算精度没有影响.

4. 结 论

通过变换光栅方程推导出 Littrow 设置下衍射波矢的镜像方程 ,用其简化积分核函数(未作任何简化的原始模型 1)得到代表传播波和一部分倏逝波的模型 2.在模型 2 和 1 的基础上 ,添加利用 e 指数函数等比性简化所得截断级次以外的完全代表倏逝

波部分的核函数 ,分别得到模型 3 和 4.通过数值计算得到如下结论 :

1. 在 Littrow 设置下 ,引入衍射波矢的镜像方程可以提高计算速度 ,具有 e 指数函数形式的倏逝波部分的核函数可以改善收敛性 ,相对于原始方法(模型 1)模型 3 不仅提高了计算速度 ,而且提高了收敛性.
2. 模型 3 这种简化核函数的方法适合所有衍射级次的 Littrow 设置.
3. 在偏 Littrow 设置下 ,模型 4 相对于模型 1 有更好的收敛性 ,而且偏离角 δ 对计算精度没有影响.

-
- [1] Petit R 1965 *C. R. Acad. Sci. Paris* **260** 4454
- [2] Petit R 1966 *Rev. Opt.* **45** 249
- [3] Pavageau J ,Eido R ,Kobeissé H 1967 *C. R. Acad. Sci. Paris* **264** 424
- [4] Maystre D 1978 *J. Opt. Soc. Am.* **68** 490
- [5] Goray L I 2001 *Proc. SPIE* **4291** 1
- [6] Rathsfeldl A ,Schmidtl G ,Kleemann B H 2006 *Commun. Comput. Phys.* **1** 98
- [7] Zhou C H ,Wang L ,Wang Z H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1046 (in Chinese) [周传宏、王 磊、王值恒 2001 物理学报 **50** 1046]
- [8] Bayanheshig ,Zhu H C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3893 (in Chinese) [巴音贺希格、朱洪春 2007 物理学报 **56** 3893]
- [9] Zhu H C ,Bayanheshig 2007 *Acta Opt. Sin.* **27** 1151 (in Chinese) [朱洪春、巴音贺希格 2007 光学学报 **27** 1151]
- [10] Bayanheshig ,Zhu H C 2007 *Opt. Precision. Eng.* **15** 1 (in Chinese) [巴音贺希格、朱洪春 2007 光学精密工程 **15** 1]
- [11] Petit R 1980 *Electromagnetic Theory of Gratings* (New York : Springer-Verlag) p35

The kernel function's simplification and its characteristic analysis in integral theory of diffraction gratings^{*}

Zhang Shan-Wen¹⁾²⁾ Bayanheshig^{1)†}

1) *Changchun Institute of Optics ,Fine Mechanics and Physics ,Chinese Academy of Sciences ,Changchun 130033 ,China)*

2) *Graduate School of Chinese Academy of Sciences ,Beijing 100049 ,China)*

(Received 11 September 2007 ; revised manuscript received 14 November 2007)

Abstract

On the base of perfect conductivity integral theory of diffraction gratings ,after transforming the grating equation ,the image equation of diffraction wave vector in Littrow mounting is given. Using the equation and in view of the power function property , the infinite series ,which represents the kernel function ,is transformed into the sum of a symmetrical series and a geometrical series . Compared with the primary integral method ,from the view of numerical calculation ,the new kernel function can reduce the computing time and improve the convergence. The extension results show that the power function character can improve convergence in the deviated Littrow mounting.

Keywords : integral method of gratings , kernel function , Littrow mounting , image equation

PACC : 4210 , 4110H

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60478034) ,the Specialized Research Foundation for the Gainer of Outstanding Doctoral Thesis and Presidential Scholarship of Chinese Academy of Sciences ,the National Key Technology R&D Program the " 11th 5-year Plan "(Grant No. 2006BAK03A02) and Science and Technology Development Project Program of Jilin Province ,China (Grant No. 20070523).

[†] Corresponding author. E-mail : bayin888@sina.com