

对称单负介质包层平面波导的模式特征*

陈宪锋† 沈小明 蒋美萍 金 钲

(江苏工业学院信息科学系, 常州 213016)

(2007 年 9 月 9 日收到, 2007 年 10 月 14 日收到修改稿)

系统研究了负 μ 材料(MNG)作为包层的对称三层平板波导的传输特性. 研究发现, 这种波导既支持快波的传播, 又支持 TE_0 , TE_1 模式的慢波传输. 其模式特性不同于左手介质波导和传统介质波导, 导模存在的模折射率范围要比它们的大. MNG 波导的 TE_0 快波模缺失, 且 TE_m 模 ($m > 1$) 的传播常数大于 TM_m 模的传播常数. TE_m 模具有双模特征, 且与波导的结构参数密切相关, 导致波导中的净能流出现负值.

关键词: 单负介质, 平板波导, 快波与慢波, 传播常数

PACC: 4280L, 4110F, 0340K

1. 引 言

近年来特异材料 (metamaterials) 的一些独特性质吸引了人们的广泛关注^[1-4]. 目前研究较多的特异材料有单负材料^[2]和双负材料. 单负材料是介电常数 ϵ 和磁导率 μ 中有一个取负值的材料, 其中 $\mu < 0$ 的材料称为负 μ 材料 (mu-negative material, MNG), 而 $\epsilon < 0$ 的材料则称为负 ϵ 材料 (epsilon-negative material, ENG), 双负材料则是 ϵ, μ 同时为负值, 亦称为左手材料.

对由左手材料构成的平板波导的研究表明, 这种波导具有众多与传统介质波导相异的特性, 如基模消失、支持慢波传播, 甚至存在涡旋能流结构等^[5-7]. 相比之下利用单负材料构成的波导研究却鲜有报道.

本文以单负材料作为覆盖层与衬底, 一般介质作为芯区的对称三层平板波导为研究对象, 系统地研究了波导的传输特性, 得到了一些异于左手介质波导和传统介质波导的模式特性.

2. 基本原理与计算方法

三层对称平板波导的覆盖层、衬底为同种单负材料 MNG, 其相对介电常数 $\epsilon_1 > 0$ 、相对磁导率

$\mu_1 < 0$, 而波导芯层为一般介质材料, 其厚度为 $2d$, 相对介电常数 ϵ_2 , 相对磁导率 μ_2 均是正值, 折射率 $n_2 = \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$.

利用经典的麦克斯韦方程, 结合边界连续性条件, 易得 TE 模的色散方程为

$$kd = \frac{m\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\mu_2 p}{\mu_1 k}\right), \quad (1)$$

式中, 包层的衰减系数 $p = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_1}$, 芯区的导波系数 $k = \sqrt{k_0^2 \epsilon_2 \mu_2 - \beta^2}$, β 为波导的传播常数, k_0 为真空波数, m 取整数 $0, 1, 2, \dots$ 对应于不同阶数的导波模式. 本文将(1)式改写为

$$pd = \frac{\mu_1}{\mu_2} kd \tan\left(kd - \frac{m\pi}{2}\right). \quad (2)$$

同理可得 TM 模的色散方程为

$$pd = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} kd \tan\left(kd - \frac{m\pi}{2}\right). \quad (3)$$

同时利用 p, k 的定义有

$$(pd)^2 + (kd)^2 = k_0^2 d^2 (\epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_1 \mu_1) \equiv u^2 \quad (4)$$

其中 u 定义为归一化频率 (或归一化厚度).

本文将利用图解法来讨论单负介质波导的导模. 由于导模满足方程(2)(4)或(3)(4), 故我们画出上述方程的两条曲线, 导波模就是它们的交点, 并进而讨论结构参数对其的影响.

* 江苏省高校自然科学基金(批准号 D7KJD140036)资助的课题.

† E-mail: cxf@jpu.edu.cn

3. 分析与讨论

3.1. 快波模式

快波模式是导波系数 k 取实数的情形. 图解曲线如图 1 所示, 图中虚线表示方程(4)的曲线, 而实线则是色散方程曲线. 由于 $pd > k_0 d \sqrt{-\epsilon_1 \mu_1}$, 令 $\cos \theta_0 = \sqrt{\frac{-\epsilon_1 \mu_1}{\epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_1 \mu_1}}$ 在图解曲线上作一条与纵轴 pd 夹角为 θ_0 的直线(图中以点线表示). 在该角度 θ_0 所示的空间中, 实线与虚线的交点就是波导中的导波模.

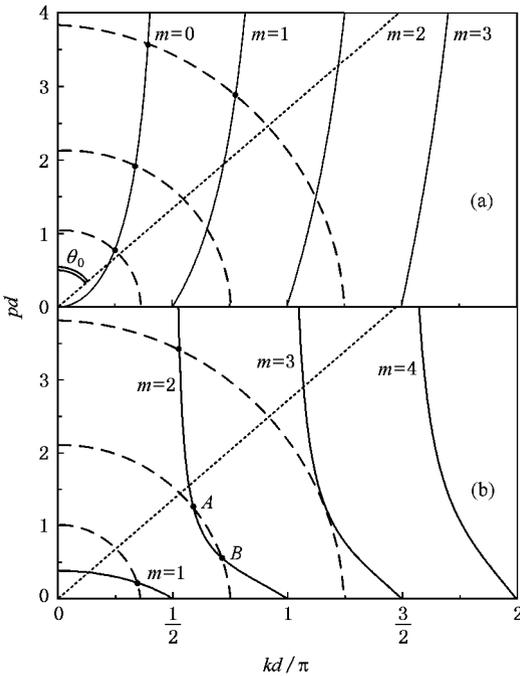


图 1 图解法确定波导导模 (a) TM_m 模; (b) TE_m 模

利用图解法得到的波导色散曲线如图 2 所示. 图中点线方程是 $\beta d = u \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_1 \mu_1}}$, 它将空间分为两部分, 下侧是导模(快波)区, 上侧则是表面模(慢波)区. 可见导模存在的模折射率范围是 $0 < \frac{\beta}{k_0} < n_2$, 这比传统介质波导或左手介质波导的存在范围都大. 对于对称 MNG 波导, TE_0 导模缺失, 而 TE_1 导模为通带, 归一化频率满足 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < u < u_{TE}^1$ (u_{TE}^1 是 TE_1 模的截止频率), 而对 TM_m 模色散曲线类似于传

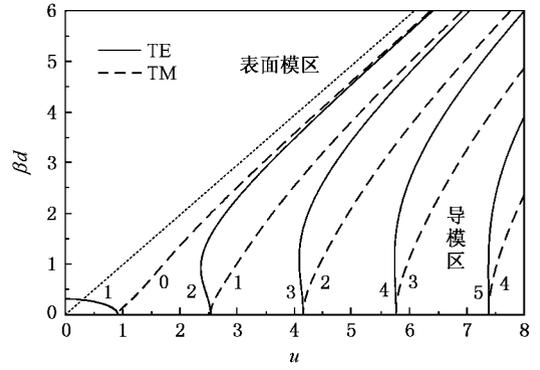


图 2 单负介质波导的色散曲线 ($\epsilon_1 = 0.2, \mu_1 = -0.3, \epsilon_2 = 1, \mu_2 = 1$. 实线表示 TE_m 模, 虚线表示 TM_m 模. 模阶数 m 标在相应的曲线旁. 点线下方是导模区, 上方是表面模区)

统介质波导. 对于参数确定的波导, 模阶数 $m > 1$ 时 TE_m 模的传播常数 β 均大于 TM_m 模的 β . 此外, 第 $m + 1$ 阶 TE 模的截止频率 u_{TE}^{m+1} 与第 m 阶 TM 模的截止频率 u_{TM}^m 相等, 即两模式在该截止频率处是简并的. 归一化截止频率为

$$u_{TM}^m = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_1 \mu_1}{\epsilon_2 \mu_2}} \left(\arctan \sqrt{\frac{-\mu_1 \epsilon_2}{\mu_2 \epsilon_1}} + \frac{m\pi}{2} \right), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

3.2. 慢波模式

慢波模式是导波系数 k 取虚数的情形, 即芯层中的电磁波是衰减的表面波. 分析可知 TE_m 模 ($m > 1$), TM_m 模不支持表面波传播, 不会出现慢波模式, 只有 TE_0, TE_1 模才有可能出现慢波模式.

令 $k = i\kappa$, 改写(2)式和(4)式得

$$pd = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \kappa d \tan(\kappa d) \quad (TE_0)$$

或

$$pd = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \kappa d \coth(\kappa d) \quad (TE_1), \quad (6)$$

$$(pd)^2 - (\kappa d)^2 = u^2. \quad (7)$$

以 $y = pd, x = \kappa d$ 为变量的图解曲线如图 3 所示. 图中两实线分别表示(6)式的两条曲线, 而虚线则为(7)式的曲线, 图中还有两条直线(以点线表示)分别是(6)(7)式的渐近线. 由图 3 可知, 当 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$ 时, 不存在 TE_0 模的表面波, 但可以存在 TE_1 模的表面波, 且归一化频率满足 $0 < u < -\frac{\mu_1}{\mu_2}$, 这时的色散

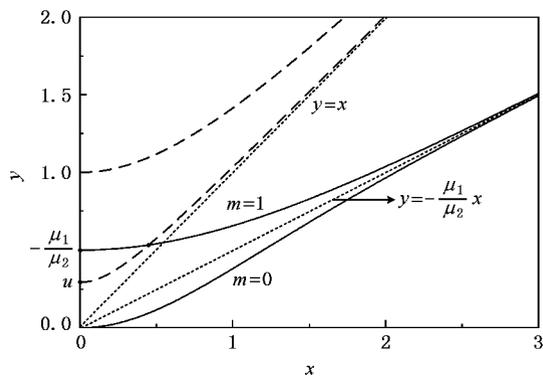


图 3 TE 慢波模的图解示意图

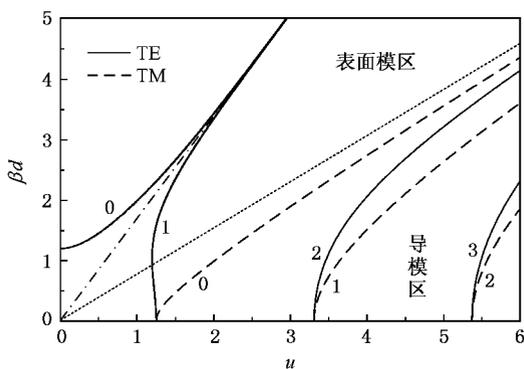


图 4 MNG 波导的色散曲线 ($\epsilon_1=0.6 \mu_1=-1.2 \epsilon_2=1 \mu_2=1$)

曲线见图 2 中表面模区的实线所示. 当 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$ 时 (6) 式的表示曲线将转到图 3 中渐近线 $y=x$ 的上侧空间, 它将与 (7) 式的曲线出现相交 (在此没有画出) 此时可以出现 TE_0 模, TE_1 模的表面波, 如图 4 所示. 可见 μ_1/μ_2 取值的不同, 影响着 TE_0 模、 TE_1 模表面波的产生.

在图 4 中当波导芯层足够厚 (u 较大) 时, TE_0 模、 TE_1 模的表面模将趋于一个定值 $\beta_{TE}^\infty = k_0 \sqrt{\frac{\mu_1 \mu_2 (\mu_1 \epsilon_2 - \mu_2 \epsilon_1)}{\mu_1^2 - \mu_2^2}}$. 该值 β_{TE}^∞ 即为芯层与包层单一界面上传输的表面波的传播常数. 当波导芯层很厚时, 芯层两侧界面处的两表面波之间的相互作用很弱, TE_0 、 TE_1 模式的表面波两模简并. 随着芯层厚度的减小, 两表面波之间的作用加强, 两表面波发生耦合导致简并消除, 出现 TE_0 、 TE_1 模式的表面模分离.

3.3. 双模特性

从图 2, 图 4 可以发现, 对于 TE 模色散曲线具

有‘(’型特征, 说明在结构参数特定的波导中, 同一频率的电磁波可以在波导中以不同传播常数, 但具有相同阶式类型的两种波传播.

若令图 1(b) 中实线与虚线相切, 相当于图中 A, B 两点重合. 设经过该点与原点的直线与纵轴的夹角为 θ , 则 θ 满足方程

$$\arctan\left(-\frac{\mu_1}{\mu_2} \tan\theta\right) + \frac{(m-1)\pi}{2} = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{\tan\theta(1 + \tan^2\theta)}{1 + \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^2 \tan^2\theta} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

该超越方程的解如图 5 所示. 由于波导中的导模解必须满足 $\theta < \theta_0$, 故可在图 5 中画出直线 $\tan\theta_0$

$= \sqrt{-\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}}$, 只有位于该直线下方的参数值才会出现 TE 模的双模特性. 譬如在图 2 中, 由于 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} = 0.3$, $\tan\theta_0 = 4.08$, 结合图 5 可知 $m = 2, 3, 4, 5$ 的 TE_m 模均会出现双模特性.

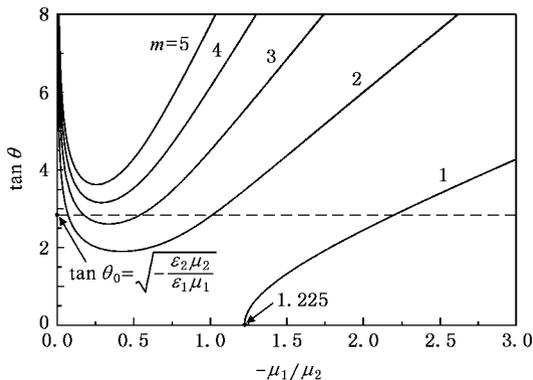


图 5 超越方程 (8) 式的解

对于 TE_1 模较为特殊, 只有当 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$ 时在波导中可存在双模. 图 6(a) 给出不同参数时的 TE_1 模的色散曲线, 可见双模合二为一时的临界点 M 与 $-\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 的取值有关. 计算表明当 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} = \sqrt{1.5}$ 时 M 正好位于导模区与表面模区的交界上, 在 $1 < -\frac{\mu_1}{\mu_2} < \sqrt{1.5}$ 时 M 落在表面模区, 而在 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > \sqrt{1.5}$ 时 M 位于导模区.

由于波导中的能与 Poynting 矢量有关, 电磁场对时间平均的 Poynting 矢量为 $S = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)$.

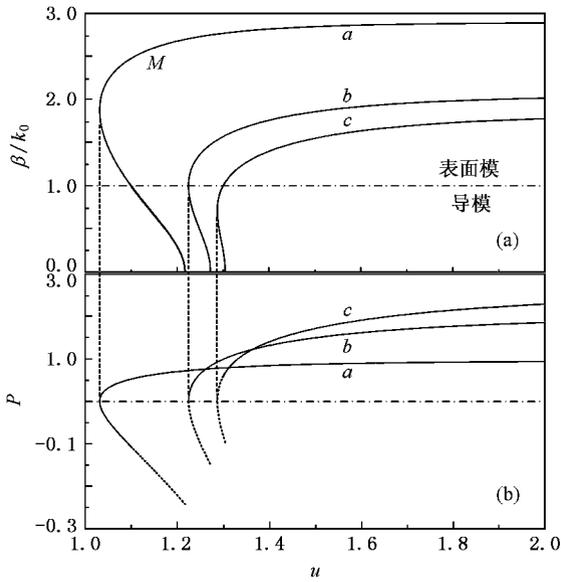


图6 TE₁ 模的双模特性 (a)色散曲线 (b)归一化功率($\epsilon_2 = 1$, $\mu_2 = 1$, $\epsilon_1 = 0.5$, μ_1 取值为 -1.1 (曲线 a), -1.225 (曲线 b), -1.3 曲线 c)。(a)中点划线下侧的是波导导模,其相应的归一化功率在(b)中以点线表示)

计算表明波导中的能流只有沿波导方向的一个分量。对于 MNG 波导的 TE 模,由于磁导率的符号相异,芯层中的能流与包层中的能流总是反向。若设芯层中的传输功率为 P_1 ,包层中传输功率为 P_2 ,定义归一化功率 $P = \frac{P_1 + P_2}{|P_1| + |P_2|}$,则 TE₁ 模的归一化

功率的变化关系如图 6(b)所示。可以看出,当波导中的传输模取临界点 M 时功率为零,即界面两侧的能量相互抵消,波导中将出现涡旋能流现象^[5]。若传输模位于临界点 M 的下方,色散曲线的斜率为负,群速度亦为负值,图 6(b)显示净能流为负,波导中传输的是后向波;反之传输模位于临界点 M 的上方时,净能流为正,波导中传输的是前向波。对于其他具有双模特性的 TE_m 模来说,亦有相类似的能流变化规律。至于 TM_m 模,波导中传输的总是前向波。

4. 结 论

利用图解法讨论了对称 MNG 包层平板波导的传输模,发现它具有一些异于左手介质波导和传统介质波导的模式特征。不仅导模存在的模折射率范围大于它们,而且还支持 TE₀, TE₁ 模式的表面波传输。研究发现 TE₀ 模快波不存在,模阶数 $m > 1$ 时 TE_m 模的传播常数都大于 TM_m 模的传播常数,但 $m + 1$ 阶 TE 模的截止频率却与 m 阶 TM 模的截止频率相等。TE_m 模具有双模特征,且与波导的结构参数密切相关。色散曲线斜率为负的 TE_m 传输模,在波导中传输的是后向波,反之传输的则是前向波;而 TM_m 模式传输的总是前向波。本文的研究结果同样亦适用于对称 ENG 波导,只需将 ϵ 与 μ , TE 与 TM 位置互换,就可得到相类似的结论。

[1] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
 [2] Alù A, Engheta N 2003 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **51** 2558
 [3] Chen L, He S L, Shen L F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2386 (in Chinese) [陈龙、何赛灵、沈林放 2003 物理学报 **52** 2386]
 [4] Shi G, Cen J P, Fan L, Liu Y J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4653 (in Chinese) [石刚、岑洁萍、樊莉、刘拥军 2007 物理学报 **56** 4653]

[5] Shadrivov I V, Sukhorukov A A, Kivshar Y S 2003 *Phys. Rev. E* **67** 057602
 [6] Shen L F, Wang Z H 2006 *Journal of Optoelectronics Laser* **17** 688 (in Chinese) [沈陆发、王子华 2006 光电子激光 **17** 688]
 [7] Zhang G M, Peng J C, Jian Z J, Huang X Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1846 (in Chinese) [张高明、彭景翠、翦知渐、黄小益 2006 物理学报 **55** 1846]



The mode characteristics of a symmetrical slab waveguide with single-negative-material cladding^{*}

Chen Xian-Feng[†] Shen Xiao-Ming Jiang Mei-Ping Jin Yi

(Department of Information Science , Jiangsu Polytechnic University , Changzhou 213016 , China)

(Received 9 September 2007 ; revised manuscript received 14 October 2007)

Abstract

The propagating characteristics of a symmetrical three-layer slab waveguide with mu-negative (MNG) media are studied in detail. It is found the MNG waveguide can propagate not only quick waves but also slow waves of TE_0 and TE_1 modes. The properties of this guided mode are different from those of the left-handed waveguide and the conventional waveguide. In MNG slab waveguide, the region of effective refractive index of the guided mode is wider than those of the other two. In addition, the TE_0 fundamental guided mode does not exist at all, while the higher-order TE guided modes and all TM guided modes do exist. However the surface wave of TE_0 and TE_1 modes can emerge under a certain condition. The propagation constant of higher-order TE mode is greater than that of the TM mode of the same order. Two TE modes of the same order can coexist in the MNG, which is closely related to the structural parameters. The energy fluxes of two TE modes are oppositely directed inside and outside the inner layer, therefore the total energy flux can be negative.

Keywords : single negative material , slab waveguide , quick wave and slow wave , propagation constant

PACC : 4280L , 4110F , 0340K

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of the Jiangsu Higher Education Institutions of China (Grant No. 07KJD140036).

[†] E-mail : exf@jpu.edu.cn