第 57 卷 第 7 期 2008 年 7 月
1000-3290/2008/57(07)/3962-07
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.57,No.7,July,2008

Bessel 型光晶格中双组分玻色-爱因斯坦凝聚体的基态解*

陈海军　薛具奎†
(西北师范大学物理与电子工程学院,兰州　730070)
(2007 年 10 月 11 日收到;2007 年 12 月 28 日收到修改稿)

研究了平面 Bessel 型光晶格(BL)中双组分玻色-爱因斯坦凝聚(BECs)体系的基态解.从描述三维(3D)BECs 体系的动力学方程 Gross-Pitaevskii 方程(GPE)出发,当垂直方向囚禁频率远大于平面上囚禁频率时,得到了描述 2D-BECs 体系的动力学方程.利用双组分 BECs 体系中原子之间相互作用与 BL 强度相互平衡的条件,得到了平面 BL 光晶格中 2D-GPE 的一组基态精确解,给出了基态的原子数分布,总原子数和能量与原子之间相互作用强度及 BL 势的关系.相对于单组分 BEC 体系,由于不同组分原子相互作用的存在,使得 BL 光晶格中双组分 BECs 基态具有更丰富的结构.当不存在不同组分原子之间的相互作用时,模型简化到单组分体系,并给出了相应的基态解,原子数分布和能量.

关键词:Bessel 型光晶格, 基态解, 双组分玻色-爱因斯坦凝聚
PACC:0340K, 0530J, 0365

1. 引　　言

自从实验中实现了双组分玻色-爱因斯坦凝聚(BECs)以来[1—4],大量的理论工作从各方面对双组分 BECs 的性质做了研究和讨论[5—8].同时,实验工作也取得了很大的突破,囚禁的原子数目不断增大,原子种类从原来的同种原子的不同自旋态[3,4]到不同种类的原子[1],甚至玻色子和费米子之间的混合[9,10].Cornell 等人[3]研究了双组分凝聚体的集体激发,涡旋态的形成,暗孤立子以及双组分 BECs 的行为.Ketterle 的研究小组把凝聚体一分为二,然后关闭囚禁势阱让两者自由扩展,在它们的重叠区域,观察到了清晰的干涉条纹[11].

近年来,人们从理论上对光晶格中的 BEC 做了大量的研究[12—17].由于光晶格中的超冷玻色子类似于固体物理中的 Bloch 电子,因而该系统可被用来观测 Bloch 振荡,Wannier-Stark 台阶等现象. 另外,与衍射光栅类似的物质波干涉实验和理论研究已广泛开展起来[18—20].同时,人们将方形光晶格中 BEC 的研究进一步推广到了环形晶格.文献[21]中考虑了 $\cos(r)$ 型周期势阱中双组分 BECs 的能隙孤子行为.文献[22]用变分和数值的方法研究了 $\cos(r)$ 型势阱中单组分 BEC 体系的基态和激发态行为.最近,对囚禁在柱对称 Bessel 型光晶格(BL)中 BEC 体系性质的研究引起了很大的兴趣[23—25].柱对称型 BL 在实验上可以由无衍射柱状光束产生[26].研究发现,当 BL 强度超过一临界值时,稳定的 BEC 可以存在[23,24].BL 中囚禁 BEC 之所以引起广泛的研究,是因为相对于方形周期晶格来说,BL 提供了另一种对称性. 如果实验场足够大,可以在指定位置产生孤子,而且多个孤子可以同时产生,每一个孤子可以通过光束使其在实验场中移动[25].

本文利用系统相互作用与外势阱相互平衡的条件,求出了二维双组分 BECs 在 Bessel 型光晶格中的基态解,同时给出了系统的化学势以及该基态具有的原子数分布,总原子数和能量.由于不同组分之间的原子相互作用的存在,使得双组分 BECs 基态解

* 国家自然科学基金(批准号:10774120,10475066),甘肃省自然科学基金(批准号:3ZS051-A25-013)和西北师范大学科技创新项目(批准号:NWNU-KJCXGC-03-17)资助的课题.

† E-mail:Xuejk@nwnu.edu.cn

相对于单组分 BEC 的基态解更为丰富.

2. 模　　型

在三维情况下，描述双组分 BECs 体系动力学行为的 GPE 为

$$
\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\Psi_j}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m_j}\nabla^2+V_j(\boldsymbol{r})+u_j|\Psi_j|^2+u_{12}|\Psi_l|^2\right]\Psi_j, \quad (1)
$$

其中 $j,l=1,2,j\neq l$. m_j 是第 j 组分单个原子的质量. 相互作用系数 $u_j=4\pi\hbar^2a_j/m_j$ 和 $u_{12}=2\pi\hbar^2a_{12}/m_{12}$，其中 $m_{12}=m_1m_2/(m_1+m_2)$ 是约化质量. u_j 和 u_{12} 分别代表相同组分原子之间和不同组分原子之间的相互作用. 宏观波函数 Ψ_j 满足归一化条件 $\int|\Psi_j|d\tau=N_j$ · $V_j(\boldsymbol{r})$ 是第 j 组分原子所感受到的外势作用，本文选择 $V_1=V_2=V=-\varepsilon' J_0^2(kr)$，其中 $J_0(kr)$ 是零阶 Bessel 函数，k 是波数. 因为只有势阱才能约束原子，所以 $\varepsilon'>0$. 实验上常用的两种实现 BL 光束的近似方法是全息法和锥形透镜法[27,28]. 在理论的计算中，我们仍然采取理想的 Bessel 形式.

在不同的外势束缚条件下，BEC 体系可以用不同的维数来近似. 本文考虑准二维平面模型. 在实验上，采取垂直方向(z)的囚禁频率远远大于平面上($\perp$)的囚禁频率，即 $\omega_z\gg\omega_\perp$，如果用 $l_z=\sqrt{\hbar/m\omega_z}$ 和 $l_\perp=\sqrt{\hbar/m\omega_\perp}$ 分别表示 z 和 $\perp$ 方向 BEC 体系的特征长度，则要求 $l_z\ll l_\perp$. 用变分方法从 3D-GPE 推导出 2D-GPE. 三维体系的宏观波函数可以分解为

$$
\Psi_j(x,y,z,t)=\psi_j(x,y,t)f_j(z,t), \quad (2)
$$

其中 $f_j(z,t)$ 是第 j 组分垂直方向的基态波函数，假定

$$
f_j(z,t)=\frac{1}{\pi^{1/4}l_{zj}^{1/2}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2l_{zj}^2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\omega_{zj}}{2}t}, \quad (3)
$$

其中 l_{zj} 是用来描述双组分 BECs 体系第 j 组分的 z 方向宽度. 从方程(1)，(2)，(3)和弱相互作用条件，可以得到在极坐标系中的二维平面方程

$$
\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\psi_j}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m_j}\nabla^2+V_j(r)+g_j|\psi_j|^2+g_{12}|\psi_l|^2\right]\psi_j, \quad (4)
$$

其中 $\nabla^2=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)$ 是二维 Laplace 算符. $g_j=2\sqrt{2\pi}\hbar^2a_j/(m_jl_{zj})$ 和 $g_{12}=2\sqrt{\pi}\hbar^2a_{12}/(m_{12}\sqrt{l_{z1}^2+l_{z2}^2})$ 是对应的二维系统中的同种组分之间和不同组分之间原子的相互作用. 在我们的理论计算过程中，假定仍然是同种原子不同自旋态构成的双组分 BECs 体系. 所以有 $m_1=m_2=m=1.45\times10^{-25}$ kg，以及两组分的轴向特征长度 $l_{z1}=l_{z2}=l=2\,\mu$m.

为了讨论方便，我们把波函数 ψ_j，时间 t，变量 r 以及 BL 强度 ε' 分别用 $\sqrt{n_0}$，$m/\hbar k^2$，$1/k$，和 $2E_r$ 进行无量纲化. 其中 $n_0=k^2N/2\pi$ 是 BEC 体系的原子数密度，N 是体系的总原子数($N=N_1+N_2$)，$E_r=\hbar^2k^2/2m$ 是反冲能量. 这时我们得到的 2D 无量纲化 GPE 为

$$
\mathrm{i}\frac{\partial\psi_j}{\partial t}=\left[-\frac{1}{2}\nabla^2+V(r)+g_j|\psi_j|^2+g_{12}|\psi_l|^2\right]\psi_j. \quad (5)
$$

系统的能量为

$$
E=2\pi\int_0^\infty\sum_{j=1,2}\left(\frac{1}{2}\left|\frac{\partial\psi_j}{\partial r}\right|^2+V(r)|\psi_j|^2+\frac{g_j}{2}|\psi_j|^4\right)+g_{12}|\psi_1|^2|\psi_2|^2r\mathrm{d}r. \quad (6)
$$

无量纲化作用系数 $g_j=\sqrt{2/\pi}a_jN/l$ 和 $g_{12}=\sqrt{2/\pi}a_{12}N/l$. BL 的无量纲形式是 $V(r)=-\varepsilon J_0^2(r)$.

我们求解双组分 BECs 体系的基态解，设

$$
\psi_j(r,t)=\varphi_j(r)\exp[-\mathrm{i}\mu_jt] \quad (j=1,2), \quad (7)
$$

μ_j 是体系的化学势. 代入方程(5)得到

$$
\left[-\frac{1}{2}\nabla^2+V(r)+g_j|\varphi_j|^2+g_{12}|\psi_l|^2\right]\varphi_j=\mu_j\varphi_j. \quad (8)
$$

3. 系统的基态解

利用平衡条件[5]来求解双组分 BECs 体系的基态解. 即囚禁势强度与系统的原子之间相互作用彼此平衡，也就是囚禁势强度与原子之间相互作用的和是常数，假定它们是 $\mu_j-1/2$，这样就得出下面的条件：

$$
g_j|\varphi_j|^2+g_{12}|\varphi_l|^2-\varepsilon J_0^2(r)=\mu_j-1/2, \quad (9)
$$

代入方程(8)得到下面的方程：

$$\frac{\partial^2\varphi_j(r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_j(r)}{\partial r}+\varphi_j(r)=0. \tag{10}$$

这时系统的定态解同时受制于方程(9)和(10).平衡条件方程(9)决定了系统密度的空间分布.方程(10)不仅决定了系统密度的空间分布,而且也决定了波函数的相位.方程(9)和方程(10)是同一个问题的不同描述,所以这两个方程应该取得公共解,以便确定系统的基态分布.从方程(9)可以直接得到原子数密度

$$|\varphi_j|^2=\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\varepsilon J_0^2(r)+\frac{g_l(\mu_j-1/2)-g_{12}(\mu_l-1/2)}{g_1g_2-g_{12}^2}. \tag{11}$$

知道了原子数密度,可以计算出半径为 L 的实验场内的原子数

$$\begin{aligned}N_j&=2\pi\int_0^L|\varphi_j|^2r\mathrm{d}r\\&=\pi L^2\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]\\&\quad+\pi L^2\frac{g_l(\mu_j-1/2)-g_{12}(\mu_l-1/2)}{g_1g_2-g_{12}^2}.\end{aligned} \tag{12}$$

利用方程(12)可以得到化学势

$$\mu_j=\frac{1}{\pi L^2}(g_jN_j+g_{12}N_l)-\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]+1/2, \tag{13}$$

其中 $J_1(L)$是一阶 Bessel 函数.代入到方程(11)可以得到

$$|\varphi_j|^2=\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\varepsilon J_0^2(r)+\frac{N_j}{\pi L^2}-\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]. \tag{14}$$

再讨论方程(10)的解.方程(10)的解是 Bessel 函数,我们不妨设其解的形式为

$$\varphi_j(r)=(A_j+\mathrm{i}B_j)\sqrt{\varepsilon}J_0(r), \tag{15}$$

相应的原子数密度是

$$|\varphi_j(r)|^2=(A_j^2+B_j^2)\varepsilon J_0^2(r), \tag{16}$$

和方程(14)相比,得到

$$A_j^2+B_j^2=\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2},$$

$$\frac{N_j}{\pi L^2}-\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]=0. \tag{17}$$

从方程(16)和(17)可以得到基态的原子数分布

$$|\varphi_j|^2=\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\varepsilon J_0^2(r), \tag{18}$$

和基态所具有的原子数

$$N_j=\pi L^2\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]. \tag{19}$$

此时,由方程(15)和(17)我们得到了方程(8)决定的基态解

$$\varphi_j(r)=\left(\sqrt{\frac{g_l-g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}-B_j^2}+\mathrm{i}B_j\right)\times\sqrt{\varepsilon}J_0(r), \tag{20}$$

B_j 为一自由参数,满足

$$B_j\leqslant\sqrt{(g_l-g_{12})/(g_1g_2-g_{12})}.$$

从方程(18)和(6),得到系统的能量为

$$E=\pi\frac{g_1+g_2-2g_{12}}{g_1g_2-g_{12}^2}\times\int_0^L[\varepsilon J_1^2(r)-\varepsilon^2J_0^4(r)]r\mathrm{d}r. \tag{21}$$

将方程(18)—(21)表达成原物理参量形式分别为

$$|\varphi_j|^2=\frac{\sqrt{\pi/2}\,l}{N}\frac{a_l-a_{12}}{a_1a_2-a_{12}^2}\varepsilon J_0^2(r), \tag{22a}$$

$$N=\sqrt{L^2\varepsilon l\sqrt{\pi^3/2}\frac{a_1+a_2-2a_{12}}{a_1a_2-a_{12}^2}[J_0^2(L)+J_1^2(L)]}, \tag{22b}$$

$$N_j=\pi L^2\frac{\sqrt{\pi/2}\,l}{N}\frac{a_l-a_{12}}{a_1a_2-a_{12}^2}\varepsilon[J_0^2(r)+J_1^2(r)], \tag{22c}$$

$$\varphi_j(r)=\left(\sqrt{\frac{\sqrt{\pi/2}\,l}{N}\frac{a_l-a_{12}}{a_1a_2-a_{12}^2}-B_j^2}+\mathrm{i}B_j\right)\sqrt{\varepsilon}J_0(r), \tag{22d}$$

$$E=\frac{\sqrt{2}}{2}\pi^{3/2}\frac{l}{N}\frac{a_1+a_2-2a_{12}}{a_1a_2-a_{12}^2}\int_0^L[\varepsilon J_1^2(r)-\varepsilon^2J_0^4(r)]r\mathrm{d}r. \tag{22e}$$

从方程(22a),(22b)和(22c)可得,$a_j>0$ 且 $-\sqrt{a_1a_2}<a_{12}<\min(a_j)$.将方程(22b)代入方程(22a),(22d), (22c)和(22e)得到

$$|\psi_j|^2 = \frac{(a_l - a_{12})\, l\pi^{1/8}\, \varepsilon J_0^2(r)}{L\sqrt{2(a_1 a_2 - a_{12}^2)(a_1 + a_2 - 2a_{12})\, l\varepsilon\,[J_0^2(L) + J_1^2(L)]}}, \tag{23a}$$

$$\psi_j = \left(\sqrt{\frac{(a_l - a_{12})\, l\pi^{1/8}}{L\sqrt{2(a_1 a_2 - a_{12}^2)(a_1 + a_2 - 2a_{12})\, l\varepsilon\,[J_0^2(L) + J_1^2(L)]}} - B_j^2} + \mathrm{i}B_j\right)\sqrt{\varepsilon}J_0(r), \tag{23b}$$

$$N_j = \frac{(a_l - a_{12})\, lL\pi^{9/8}\, \varepsilon\,[J_0^2(L) + J_1^2(L)]}{\sqrt{2(a_1 a_2 - a_{12}^2)(a_1 + a_2 - 2a_{12})\, l\varepsilon\,[J_0^2(L) + J_1^2(L)]}}, \tag{23c}$$

$$E = \pi^{9/8}\frac{\sqrt{l(a_1 + a_2 - 2a_{12})[J_0^2(L) + J_1^2(L)]/(a_1 a_2 - a_{12}^2)}}{\sqrt{2\varepsilon}L[J_0^2(L) + J_1^2(L)]}\int_0^L [\varepsilon J_1^2(r) - \varepsilon^2 J_0^4(r)]\, r\mathrm{d}r. \tag{23d}$$

方程(23a)表明 Bessel 型光晶格中双组分 BECs 体系的基态原子数分布取决于两个方面.首先 $J_2^0(r)$ 决定了其空间分布的形状,我们可以看出,这种分布与 BL 的结构是一致的,充分说明了势阱对 BEC 体系基态解结构的决定作用.其次就是系统原子之间的相互作用 a_j 和 a_{12} 与 BL 强度 ε 决定了分布的振幅.

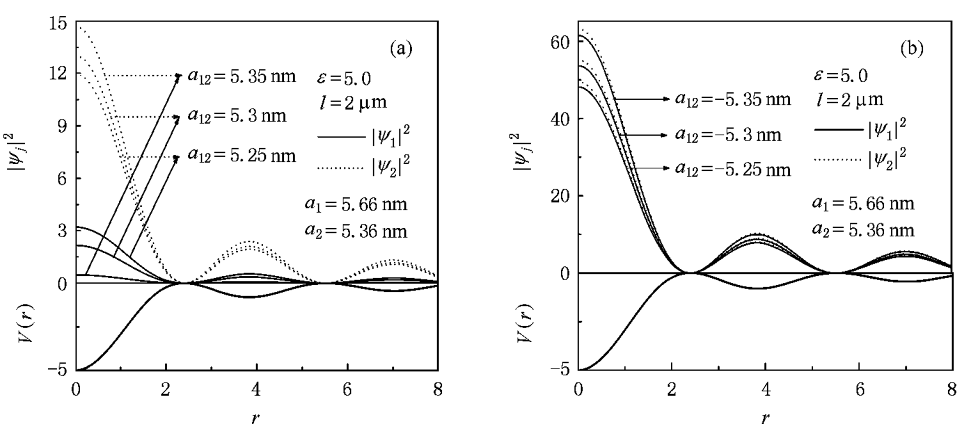

图 1　方程(23a)给出的基态原子数分布

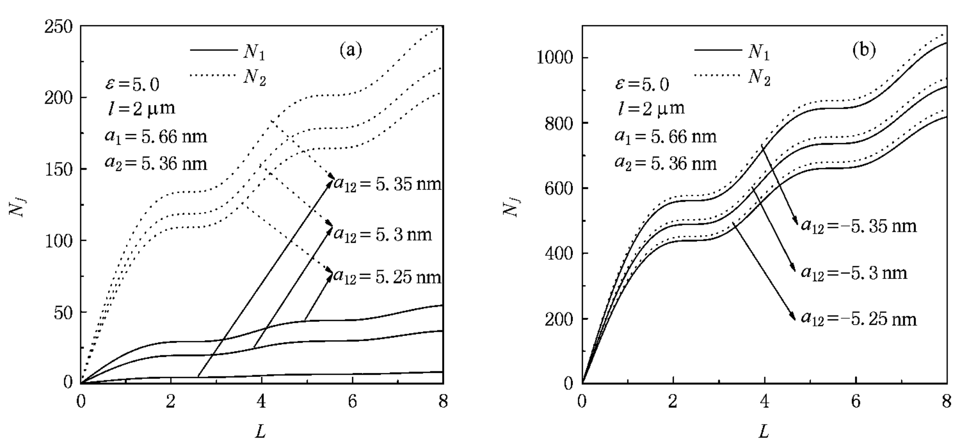

图 2　方程(23c)给出的基态各组分原子数随场半径 L 的变化

图 1 给出了两组分 BECs 的基态原子数密度分布.图 1 表明,当同种组分之间原子的相互排斥作用较另一组分强时,原子数密度较另一组分小.当不同组分原子之间为排斥作用时,两组分的密度分布

差距很大(图 1(a)),这种趋势随 a_{12} 的减小而减小.相反地,当不同组分原子之间为吸引作用时,两组分的密度分布几乎相同,随着吸引作用的增强,两种组分的原子数密度分布增大(图 1(b)).

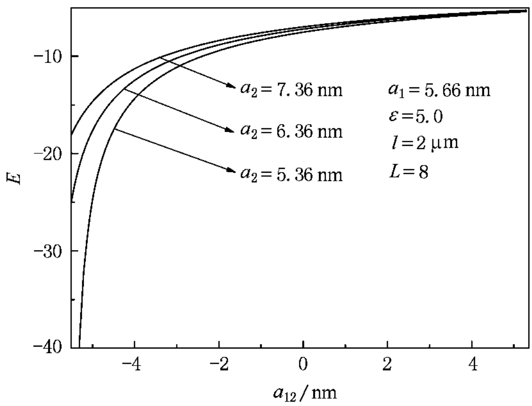

图 3 基态能量 E 随 a_{12} 的变化

图 2 给出了两组分 BECs 的基态原子数随试验场半径 L 的变化.图 2 表明,当同种组分之间原子的相互排斥作用较另一组分强时,基态所具有的原子数相对于另一组分减小.当不同组分原子之间为排斥作用时,两组分所具有的原子数差距很大(图 2(a)),这种趋势随 a_{12} 的减小而减小.相反地,当不同组分原子之间为吸引作用时,两组分所具有的原子数几乎相同,随着吸引作用的增强,两种组分所具有的原子数同时增大(图 2(b)).

图 3 给出了两组分 BECs 体系能量 E 随 a_{12} 的变化.图 3 表明,系统的能量 E 随着 a_2 的增强而降低,系统趋于较稳定的状态.当不同种类原子之间的吸引作用增强时,能量趋于 $-\infty$,这说明系统有坍塌的可能.而当不同种类原子之间的相互作用向排斥方向增强时,系统能量降低且变化平缓,系统趋于稳定.因此,我们可以知道,无论是同种原子之间排斥作用减小还是不同种原子之间的吸引作用增强时,系统会变得不稳定.

当 $a_1=a_2=a$ 时,即两组分各自内部原子之间的相互作用相同.方程(23)可以简化成

$$|\varphi_1|^2=|\varphi_2|^2=\frac{l\pi^{1/8}\varepsilon J_0^2(r)}{L\sqrt{4(a+a_{12})l\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]}}, \tag{24a}$$

$$\varphi_j=\left(\sqrt{\frac{l\pi^{1/8}}{L\sqrt{4(a+a_{12})l\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]}}-B_j^2}+\mathrm{i}B_j\right)\sqrt{\varepsilon}J_0(r), \tag{24b}$$

$$N_1=N_2=\frac{L}{2}\pi^{9/8}\sqrt{l\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]/(a+a_{12})}, \tag{24c}$$

$$E=\frac{\pi^{9/8}l}{L\sqrt{(a+a_{12})l\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]}}\int_0^L[\varepsilon J_1^2(r)-\varepsilon^2J_0^4(r)]r\mathrm{d}r. \tag{24d}$$

此时原子之间的相互作用必须满足 $a+a_{12}>0$.

当不存在不同组分原子之间的相互作用时,即 $a_{12}=0$,此时假设 $a_1=a_2=a$,这时两组分体系简化到单组分情况,方程(23)可以简化成

$$|\varphi_{\text{single}}|^2=\frac{l\pi^{1/8}\varepsilon J_0^2(r)}{L\sqrt{4al\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]}}, \tag{25a}$$

$$\varphi_{\text{single}}=\left(\sqrt{\frac{l\pi^{1/8}}{L\sqrt{4al\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]}}-B_j^2}+\mathrm{i}B_j\right)\sqrt{\varepsilon}J_0(r), \tag{25b}$$

$$N_{\text{single}}=\frac{L}{2}\pi^{9/8}\sqrt{l\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]/a}, \tag{25c}$$

$$E_{\text{single}}=\frac{\pi^{9/8}l}{L\sqrt{al\varepsilon[J_0^2(L)+J_1^2(L)]}}\int_0^L[\varepsilon J_1^2(r)-\varepsilon^2J_0^4(r)]r\mathrm{d}r. \tag{25d}$$

显然,对单组分情况,我们的解只给出原子间互为排斥的情况,即 $a>0$.

4. 结　　论

本文研究了 Bessel 型光晶格中双组分 BECs 的基态解. 利用平衡条件，即原子之间的相互作用与 BL 强度之和为一个常数，我们求解了系统的基态解. 同时，求出了系统的化学势和与系统基态对应的原子数分布，总原子数和能量. 和单组分系统相比，由于不同组分之间原子相互作用的存在，使得双组分 BECs 系统的基态解显得更丰富.

从本文引言可看出，Bessel 型光晶格中 BEC 的研究刚刚开始，特别关于 Bessel 型光晶格中 BEC 基态特征的解析研究还没有见到. 已有的工作大多是非线性光学方面的问题，并且主要针对孤子问题. 本文给出了二维 Bessel 型光晶格中双组分 BECs 的基态解，并讨论了基态原子数的分布特征. 不难设想，三维 Bessel 型光晶格中双组分 BECs 的分布特征除有与二维情况类似的一些特征（如大量原子处在中心势阱中）外，还可能会出现一些新的现象. 因此，将本文工作推广到三维情况，进一步讨论三维 Bessel 型光晶格中双组分 BEC 的基态特征，将更有意义.

[1] Modugno G，Modugno M，Riboli F，Roati G，Inguscio M 2002 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **89** 190404

[2] Modugno M，Dalfovo F，Fort C，Maddaloni P，Minardi F 2000 *Phys*. *Rev*. A **62** 063607

[3] Hall D S，Matthews M R，Ensher J R，Wieman C E，Cornell E A 1998 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **81** 1539

[4] Stamper-Kurn D M，Andrews M R，Chikkatur A P，Inouye S，Miesner H J，Stenger J，Ketterle W 1998 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **80** 2027

[5] Hai W，Li Y，Xia B，Luo X 2005 *Europhys*. *Lett*. **71** 28

[6] Wang G F，Fu L B，Liu J 2006 *Phys*. *Rev*. A **73** 013619

[7] Li L，Malomed B A，Mihalache D，Liu W M 2006 *Phys*. *Rev*. E **73** 066610

[8] Zheng G P，Liang J Q，Liu W M 2005 *Phys*. *Rev*. A **71** 053608

[9] Mølmer K 1998 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **80** 1804

[10] Hadzibabic Z，Stan C A，Dieckmann K，Gupta S，Zwierlein M W，Gölitz A，Ketterle W 2002 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **88** 160401

[11] Andrews M R，Townsend C G，Miesner H J，Durpee D S，Kurn D M，Ketterle W 1997 *Science* **275** 637

[12] Wang B B，Fu P M，Liu J，Wu B 2006 *Phys*. *Rev*. A **74** 063610
Wang G F，Fu L B，Zhao H，Liu J 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 5003 (in Chinese) [王冠芳、傅立斌、赵　鸿、刘　杰 2005 物理学报 **54** 5003]
Ma Y，Fu L B，Yang Z A，Liu J 2006 *Acta Phys*. *Sin*. **55** 5623 (in Chinese) [马　云、傅立斌、杨志安、刘　杰 2006 物理学报 **55** 5623]

[13] Li Z D，He P B，Li L，Liang J Q，Liu W M 2005 *Phys*. *Rev*. A **71** 053611

[14] Krämer M，Pitaevskii L，Stringari S 2002 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **88** 180404

[15] Kostov N A，Enol'skii V Z，Gerdjikov V S，Konotop V V，Salerno M 2004 *Phys*. *Rev*. E **70** 056617

[16] Gubeskys A，Malomed B A，Merhasin I M 2006 *Phys*. *Rev*. A **73** 023607

[17] Wu Y，Yang X X 2003 *Phys*. *Rev*. A **68** 013608
Wu Y，Cote R 2002 *Phys*. *Rev*. A **65** 053603

[18] Gao H Y，Chen J W，Xie H L，Cheng M，Xiao T Q，Zhu P P，Xu Z Z 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 1696 (in Chinese) [高鸿奕、陈建文、谢红兰、陈　敏、肖体乔、朱佩平、徐至展 2002 物理学报 **21** 1696]

[19] Tang Z H，Yan J R，Liu L H 2006 *Chin*. *Phys*. **15** 1947

[20] Xu Z J，Cheng C，Yang H S，Wu Q，Xiong H W 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 2835 (in Chinese) [徐志君、程　成、杨欢耸、武　强、熊宏伟 2004 物理学报 **53** 2835]

[21] Baizakov B B，Malomed B A，Salerno M 2006 *Phys*. *Rev*. E **74** 066615

[22] Xue J K，Li G Q，Peng P 2006 *Phys*. *Lett*. A **358** 74

[23] Mihalache D，Mazilu D，Lederer F，Malomed B A，Kartashov Y V，Crasovan L C，Torner L 2005 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **95** 023902

[24] Kartashov Y V，Vysloukh V A，Torner L 2004 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **93** 093904

[25] Kartashov Y V，Vysloukh V A，Torner L 2005 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **94** 043902

[26] Durnin J，Miceli J J，Eberly J H 1987 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **58** 1499

[27] Vasara A，Turunen J，Friberg A T 1989 *J*. *Opt*. *Soc*. *Am*. A **6** 1748

[28] Herman R M，Wiggins T A 1991 *J*. *Opt*. *Soc*. *Am*. A **8** 932

The ground state solutions of two-component Bose-Einstein condensates in Bessel optical lattices*

Chen Hai-Jun Xue Ju-Kui†

(*Physics and Electronics Engineering College, Northwest Normal University, Lanzhou* 730070, *China*)

(Received 11 October 2007; revised manuscript received 28 December 2007)

Abstract

The ground state solutions of two-component Bose-Einstein condensates (BECs) in Bessel optical lattices (BLs) are studied by means of the balance condition between BLs strength and inter-atomic interactions. We consider a quasi-two-dimensional (2D) BECs system, strongly confined in longitudinal direction and weakly trapped in the radial direction in the transverse plane, which obeys 2D Gross-Pitaevskii equation (GPE) derived from its 3D counterpart. Analytically we obtained the atom number distribution, atom number and energy of ground state and give the parameter ranges. Compared to single-component BEC, two-component BECs exhibit a rich variety of ground state structures. These structures depend upon various parameters, in particular the inter-atomic interactions and the BLs strength. Neglecting the inter-component atomic interaction, the corresponding results of single-component situation are given.

Keywords: Bessel optical lattices, ground state solutions, two-component Bose-Einstein condensates

PACC: 0340K, 0530J, 0365

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10774120 and 10475066), the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 3ZS051-A25-013) and the Creation of Science and Technology of Northwest Normal University, China (Grant No. NWNU-KJCXGC-03-17).

† E-mail: Xuejk@nwnu.edu.cn