第 57 卷 第 7 期 2008 年 7 月
1000-3290/2008/57(07)/3973-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57, No.7, July, 2008

类氢原子的相干态

李文博 李宓善

(北京交通大学物理系,北京 100044)

(2007 年 11 月 6 日收到;2007 年 12 月 22 日收到修改稿)

用赝角动量算符方法直接求解球坐标下束缚态类氢原子的径向方程.给出本征态的解析表达式,其中归一化问题比较特殊,需要格外细致;最后给出相应的相干态.

关键词:类氢原子径向方程,赝角动量算符方法,本征值谱,相干态

PACC:0365, 3310C

1. 引 言

我们在文献[1]中提出用赝角动量算符方法给出 CSM 的严格解,并澄清以往文献中[2—14]用其他方法求解 CSM 过程中的一些基本问题.在文献[14]中给出了 CSM 的几种变形,显示了 CSM 具有一定的普适性.这几种变形中包括类氢原子球坐标下的径向方程.

由于在赝角动量算符方法中,能够给出体系的产生算符和湮没算符,因此可以较为顺利地得到体系的相干态.有了相干态,自然可以对体系进行深入地研究.尤其我们给出的相干态是一种坐标表象之下的解析表达式,使得对体系的相关研究更为方便.这一点不同于采用群论等方法得到的相干态的表达.本文用赝角动量算符方法直接求解球坐标下束缚态类氢原子的径向方程,给出本征态的具体表达式.其中归一化问题比较特殊,需要格外的小心细致,最后给出相应的相干态.

2. 方程和算符体系

类氢原子束缚态的角动量部分已经解出,我们只讨论径向方程

$$HR(r) = ER(r),$$
$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{r\mathrm{d}r^2}r + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{Ze_s^2}{r},$$
$$E < 0, l = 0,1,2,\cdots. \tag{1}$$

其中 $e_s^2 = e^2/4\varepsilon_0$, m 和 Z 分别是类氢原子电子的质量,核电荷数,e 为电子电量的绝对值,ε_0 为真空电容率,l 为角动量量子数.

我们的目的是求解本征值 E 和束缚态 $R(r)$.为了使方程(1)无量刚化,为此设

$$n = \sqrt{-mZ^2e_s^2/2E\hbar^2},$$
$$\alpha \equiv \sqrt{-8mE/\hbar^2},$$
$$\xi = \alpha r. \tag{2}$$

方程(1)化为

$$A_3R(r) = nR(r),$$
$$A_3 = -\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\xi^2}\xi + \frac{1}{4}\xi + \frac{l(l+1)}{\xi}. \tag{3}$$

引入算符

$$A_1 = \mathrm{i}\left(A_3 - \frac{1}{2}\xi\right),$$
$$A_2 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi,$$
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2. \tag{4}$$

可以证明如下对易关系:

$$[A_1, A_2] = \mathrm{i}A_3, [A_2, A_3] = \mathrm{i}A_1,$$
$$[A_3, A_1] = \mathrm{i}A_2, [A^2, A_k] = 0; (k = 1,2,3). \tag{5}$$

构造产生算符 A^+ 和湮没算符 A 为

$$A^+ = -\mathrm{i}A_1 + A_2, A = -\mathrm{i}A_1 - A_2. \tag{6}$$

则有算符方程

$$A^+A = A_3(A_3 - 1) - A^2,$$
$$AA^+ = A_3(A_3 + 1) - A^2. \tag{7}$$

将(4)式的头两个算符代入算符(6),构造产生算符和湮没算符的具体形式

$$A^+ = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi - \frac{1}{2}\xi + A_3,$$

$$A = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi - \frac{1}{2}\xi + A_3. \tag{8}$$

算符(8)可以作用于任意态函数上.如果 A^+ 和 A 只作用于本征态$R_n(\xi)$上,由(3)式则有

$$A_n^+ = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi - \frac{1}{2}\xi + n,$$

$$A_n = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi - \frac{1}{2}\xi + n. \tag{9}$$

算符(9)只能作用于本征态 $R_n(\xi)$上.为了下文的方便,我们给出算符(9)的另一种表达形式

$$A_n^+ = \mathrm{e}^{\xi/2}\xi^{-n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi^{n+1}\mathrm{e}^{-\xi/2},$$

$$A_n = -\mathrm{e}^{-\xi/2}\xi^{n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi^{-(n-1)}\mathrm{e}^{\xi/2}. \tag{10}$$

将算符方程(7)的两边同时作用于本征态 $R_n(\xi)$上,并考虑到(3)式和(8)式,则有

$$AA^+R_n(\xi) = [n(n+1) - l(l+1)]R_n(\xi),$$

$$A^+AR_n(\xi) = [n(n-1) - l(l+1)]R_n(\xi). \tag{11}$$

这两个方程与方程(1)和(3)等价.

3.本征值及本征态的递推关系

由方程(11)可以推知

$$A_n^+R_n(\xi) = a_{nl}^+R_{n+1}(\xi),$$

$$A_nR_n(\xi) = a_{nl}^-R_{n-1}(\xi). \tag{12}$$

为了保证方程(12)两边的本征函数均归一化,我们配置了待定常数 a_{nl}^+ 和 a_{nl}^-,称为归一化递推系数.方程(12)显示

$$n = n_0, n_0+1, n_0+2, \cdots. \tag{13}$$

由于(2)式中 $n>0$,可见 $n_0>0$.设与 n_0 对应的本征态为 $R_{n_0}(\xi)$,显然有

$$A_{n_0}R_{n_0}(\xi) = 0. \tag{14}$$

此方程右边的零表示恒为零,表示不存在的状态;而这里的 $R_{n_0}(\xi)$不恒为零.把方程(14)式进一步写成 $A^+A_{n_0}R_{n_0}(\xi)=0$ 仍成立,将(11)的第二个方程中的 n 换成 n_0,我们有

$$[n_0(n_0-1) - l(l+1)]R_{n_0}(\xi) = 0. \tag{15}$$

由于 $R_{n_0}(\xi)$不恒为零,此式成立的必要条件是 $n_0(n_0-1)-l(l+1)=0$,可解出

$$n_0 = l+1 \text{ 和 } n_0 = -l(\text{舍去}). \tag{16}$$

将后一个可能值舍去,是因为方程(2)中 $n_0>0$ 的物理要求.于是我们得出 $n=l+1, l+2, \cdots$.

方程(1)已经给出 $l=0,1,2,3,\cdots$,因此可有

$$n = 1,2,3,\cdots; l = 0,1,2,3,\cdots,n-1. \tag{17}$$

代入(2)式的第一式和第二式即得类氢原子的玻尔能级

$$E_n = -\frac{Z^2e_s^2}{2an^2}, a = \frac{\hbar^2}{me_s^2},$$

$$\alpha_n = \frac{2Z}{na}, \xi = \alpha_n r. \tag{18}$$

其中 a 为玻尔半径.

按照(17)式,方程(11)可写成

$$A_{n-1}^+A_nR_{nl}(\xi) = (n+l)(n-l-1)R_{nl}(\xi),$$

$$A_{n+1}A_n^+R_{nl}(\xi) = (n-l)(n+l+1)R_{nl}(\xi). \tag{19}$$

4.本征态及其归一化

首先计算基态.由于(16)式 $n_0=l+1$,考虑到(10)式的第二个算符形式,则(14)式可写成

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\xi^{-l}\mathrm{e}^{\xi/2}R_{l+1,l}(\xi) = 0. \tag{20}$$

立即解出

$$R_{l+1,l}(\xi) = N_{l+1,l}\xi^l\mathrm{e}^{-\xi/2},$$

$$N_{l+1,l} = \left[\frac{2Z}{(l+1)a}\right]^{3/2}\frac{1}{\sqrt{(2l+2)!}}. \tag{21}$$

此式称为最低本征态.其中 $N_{l+1,l}$ 为已经算出的归一化常数,当 $l=0$ 时,即为基态.强调一下,本文中出现的本征态均已归一化,即

$$\int R_{n'l}(\xi)R_{nl}(\xi)r^2\mathrm{d}r = \delta_{n'n},$$

或

$$\int \xi^2R_{n'l}(\xi)R_{nl}(\xi)\mathrm{d}\xi = \left(\frac{2Z}{na}\right)^3\delta_{n'n},$$

$$\xi = \xi_n = \frac{2Z}{na}r. \tag{22}$$

本文的积分限皆为从 0 到 ∞.注意,本征态的正交性要利用方程(1)证明,不能利用方程(3)证明,因为 A_3 不是厄米算符.有了最低本征态(21),就可以利用(12)式的第一个方程计算所有的归一化的本征态 $R_{nl}(\xi)$的一般表达式.为此,我们首先计算归一化递推系数 a_{nl}^+ 和 a_{nl}^-,这是一个需要细心的问题.

由方程(19)和(12)可得

$$a_{n-1,l}^+a_{nl}^- = (n+l)(n-l-1),$$

$$a_{n+1,l}^-a_{nl}^+ = (n-l)(n+l+1). \tag{23}$$

这两个方程实际上是相同的.还需要另外的关系.

方程(12)的第一个方程两边左乘 $\xi^2R_{n+1,l}(\xi)$,

得到

$$a_{nl}^{+}\xi^2 R_{n+1}^2(\xi) = \xi^2 R_{n+1}(\xi) A_n^{+} R_n(\xi), \quad (24)$$

两边施行转置运算

$$a_{nl}^{+}\xi^2 R_{n+1}^2(\xi) = [\xi^2 R_{n+1}(\xi) A_n^{+} R_n(\xi)]^{\dagger}, \quad (25)$$

继续右边的转置运算

$$\begin{aligned} & a_{nl}^{+}\xi^2 R_{n+1}^2(\xi) \\ = & \xi^2 R_n(\xi)(A_{n+1} - 2) R_{n+1}(\xi) \\ = & \xi^2 R_n(\xi) A_{n+1} R_{n+1}(\xi) - 2\xi^2 R_n(\xi) R_{n+1}(\xi), \\ & a_{nl}^{+}\xi^2 R_{n+1}^2(\xi) \\ = & a_{n+1}^{-}\xi^2 R_n^2(\xi) - 2\xi^2 R_n(\xi) R_{n+1}(\xi). \end{aligned} \quad (26)$$

这个转置式的由来需要从算符表达式(9)或(10)式的转置仔细推得.

在这个转置运算中,始终没有考虑 ξ 与 n 的关系.但是,当我们进行归一化或者平均值计算时,ξ 与 n 的关系问题便会自动出现,正如表达式(22)所示.

将方程(26)两边右乘 $\mathrm{d}r$ 并考虑到(22)式的最后一式,再积分之

$$\begin{aligned} a_{nl}^{+}\int \xi^2 R_{n+1}^2(\xi)\mathrm{d}r = & a_{n+1}^{-}\int \xi^2 R_n^2(\xi)\mathrm{d}r \\ & - 2\int \xi^2 R_n(\xi) R_{n+1}(\xi)\mathrm{d}r, \end{aligned}$$

$$a_{nl}^{+}\int \xi^2 R_{n+1}^2(\xi)\mathrm{d}r = a_{n+1}^{-}\int \xi^2 R_n^2(\xi)\mathrm{d}r - 0. \quad (27)$$

最后一步由(22)式给出的正交性确定.将上式进一步写成

$$\begin{aligned} & (n+1) a_{nl}^{+}\int \xi_{n+1}^2 R_{n+1}^2(\xi_{n+1})\mathrm{d}\xi_{n+1} \\ = & n a_{n+1}^{-}\int \xi_n^2 R_n^2(\xi_n)\mathrm{d}\xi_n. \end{aligned} \quad (28)$$

这是(22)式显示的一个自动生成的结果.进一步计算得到

$$a_{n+1,l}^{-} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^4 a_{nl}^{+}. \quad (29)$$

将此结果与(23)式联立,我们有

$$\begin{aligned} a_n^{+} &= \left(\frac{n+1}{n}\right)^2 \sqrt{(n-l)(n+l+1)}, \\ a_n^{-} &= \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 \sqrt{(n+l)(n-l-1)}, \end{aligned} \quad (30)$$

以及

$$A_n^{+} R_n(\xi) = a_n^{+} R_{n+1}(\xi). \quad (31)$$

于是(12)式的第一式表示为

$$\begin{aligned} R_{nl}(\xi) &= \frac{A_{n-1}^{+}}{a_{n-1}^{+}} R_{n-1,l}(\xi) \\ &= \frac{A_{n-1}^{+} A_{n-2}^{+} \cdots A_{l+1}^{+}}{a_{n-1}^{+} a_{n-2}^{+} \cdots a_{l+1}^{+}} R_{l+1,l}(\xi). \end{aligned} \quad (32)$$

仔细地计算

$$\begin{aligned} & A_{n-1}^{+} A_{n-2}^{+} \cdots A_{l+1}^{+} \\ = & \left[\xi^{-(n-1)} \mathrm{e}^{\xi/2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \mathrm{e}^{-\xi/2} \xi^n\right] \\ & \times \left[\xi^{-(n-2)} \mathrm{e}^{\xi/2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \mathrm{e}^{-\xi/2} \xi^{n-1}\right] \cdots \\ & \times \left[\xi^{-(l+1)} \mathrm{e}^{\xi/2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \mathrm{e}^{-\xi/2} \xi^{l+2}\right] \\ = & \mathrm{e}^{\xi/2} \xi^{-n} \left(\xi \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \xi\right)^{n-l-1} \xi^{l+1} \mathrm{e}^{-\xi/2}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & a_{n-1}^{+} a_{n-2}^{+} \cdots a_{l+1}^{+} \\ = & \left(\frac{n}{n-1}\right)^2 \sqrt{(n-l-1)(n+l)} \\ & \times \left(\frac{n-1}{n-2}\right)^2 \sqrt{(n-l-2)(n+l+1)} \cdots \\ & \times \left(\frac{l+2}{l+1}\right)^2 \sqrt{2l+2} \\ = & \left(\frac{n}{l+1}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{n}{l+1} \frac{(n-l-1)!(n+l)!}{(2l+1)!}}. \end{aligned} \quad (34)$$

将(33)式,(34)式和(20)式代入(32)式整理得到归一化的本征态函数

$$\begin{aligned} R_{nl}(\xi) = & \left(\frac{2Z}{na}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{2n(n-l-1)!(n+l)!}} \\ & \times \mathrm{e}^{\xi/2} \xi^{-n} \left(\xi \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} \xi\right)^{n-l-1} \xi^{2l+1} \mathrm{e}^{-\xi}, \\ \xi = & \frac{2Z}{na} r. \end{aligned} \quad (35)$$

由(29)式和(12)式,可推得 a_n 的表达式,可将(12)式具体表示成

$$\begin{aligned} A^{+} R_{nl}(\xi) &= a_n^{+} R_{n+1,l}(\xi), \\ a_n^{+} &= \left(\frac{n+1}{n}\right)^2 \sqrt{(n-l)(n+l-1)}, \\ A R_{nl}(\xi) &= a_n R_{n-1,l}(\xi), \\ a_n &= \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 \sqrt{(n+l)(n-l+1)}. \end{aligned} \quad (36)$$

至此我们完成了类氢原子的径向方程的本征值问题,这里没有使用大家熟知的方法,而是采用赝角动量算符方法,这种方法有显然的诸多优点.例如,可以避免求解二阶微分方程,我们只遇到一个简单的一阶微分方程(14),可以给出本征函数的解析表达式,并准确地处理归一化问题.更有意义的是,我们得到了一对广义产生算符和广义湮没算符,可以用来研究相干态等光场的量子统计特性,下面就是一例.

5. 相干态

按照相干态的定义

$$A|z\rangle = z|z\rangle, \tag{37}$$

其中湮没算符 A 按照(9)式的一般形式给出,z 为复变量,$|z\rangle$为相干态,为给出$|z\rangle$的具体表达,将$|z\rangle$用本征态 $R_{nl}(\xi)$的叠加态表示

$$|z\rangle = \sum_{n=l+1}^{\infty} C_n |n\rangle,\text{其中}\langle r|n\rangle = R_{nl}(\xi), \tag{38}$$

这里的量子数 l 没有在$|n,l\rangle$中表出,只把$|n,l\rangle$表示为$|n\rangle$,其中 C_n 待定.为了确定 C_n,将(38)式分别代入(37)式的两边.

对于(37)式左边

$$\begin{aligned}A|z\rangle &= \sum_{n=l+2}^{\infty} C_n A|n\rangle = \sum_{n=l+1}^{\infty} C_n a_n |n-1\rangle \\ &= \sum_{n=l+2}^{\infty} C_{n+1} a_{n+1} |n\rangle,\end{aligned} \tag{39}$$

对于(37)式右边,有

$$z|z\rangle = \sum_{n=l+2}^{\infty} C_n z|n\rangle. \tag{40}$$

比较(39)式和(40)两式,得到 C_n 的递推关系,在此一并递推到底.

$$C_n = \frac{z}{a_n} C_{n-1} = \frac{z^{n-l-1}}{a_n a_{n-1} \cdots a_{l+1}} C_{l+2}. \tag{41}$$

代入(38)式并考虑到(36)式中 a_n 的具体表达式,得到

$$\begin{aligned}|z\rangle &= D_l \sum_{n=l+2}^{\infty} \frac{n^2 z^n}{\sqrt{(n+l)!(n-l-1)!}} |n\rangle, \\ D_l &= \frac{\sqrt{(2l+)!}}{(l+1)^2 z^{l+1}} C_{l+1},\end{aligned} \tag{42}$$

其中 D_l 或 C_{l+1} 由归一化$\langle z|z\rangle = 1$ 确定.即 D_l 满足

$$\begin{aligned}|D_l|^2 &= \Gamma^{-1}, \\ \Gamma &= \sum_{n=l+2}^{\infty} \frac{n^4 x^n}{(n+l)!(n-l-1)!}, \\ x &= |z|^2.\end{aligned} \tag{43}$$

在相干态$|z\rangle$中 A_3 的期望值为

$$\begin{aligned}\overline{A_3} &= \langle z | A_3 | z\rangle \\ &= \frac{1}{\Gamma} \sum_{n=l+2}^{\infty} \frac{n^5 x^n}{(n+l)!(n-l-1)!} \\ &= \frac{\partial(\ln\Gamma)}{\partial(\ln x)}.\end{aligned} \tag{44}$$

事实上$\overline{A_3}$可以理解成在相干态$|z\rangle$中的平均粒子数.

下面我们证明,这里的相干态$|z\rangle$也是最小不确定态.为此先计算出

$$\begin{aligned}\overline{A} &= \langle z | A | z\rangle = z, \\ \overline{A^+} &= \langle z | A^+ | z\rangle = z^*, \\ [A, A^+] &= 2A_3.\end{aligned} \tag{45}$$

下面计算共轭量 $P = A^+ + A$ 和 $Q = \mathrm{i}(A^+ - A)$的不确定度

$$\begin{aligned}\overline{P} &= z^* + z, \overline{Q} = \mathrm{i}(z^* - z), \\ \overline{P^2} &= \overline{(A^+ + A)^2} = \overline{A^{+2}} + \overline{A^2} + \overline{A^+ A + AA^+} \\ &= z^{*2} + z^2 + 2\overline{A^+ A} + 2\overline{A_3} \\ &= z^{*2} + z^2 + 2|z|^2 + 2\overline{A_3}, \\ \overline{(\Delta P)^2} &= \overline{P^2} - \overline{P}^2 = 2\overline{A_3}, \\ \overline{(\Delta Q)^2} &= \overline{Q^2} - \overline{Q}^2 = 2\overline{A_3}, \\ \Delta P \Delta Q &= 2\overline{A_3}.\end{aligned} \tag{46}$$

由于

$$\begin{aligned}[P, Q] &= [A^+, Q] + [A, Q] \\ &= \mathrm{i}[A^+, A^+ - A] + \mathrm{i}[A, A^+ - A] \\ &= \mathrm{i}[A, A^+] + \mathrm{i}[A, A^+] = \mathrm{i}4A_3,\end{aligned}$$

按照不确定关系,应有

$$\Delta P \Delta Q \geqslant 2\overline{A_3}. \tag{47}$$

(46)式的计算结果显示 在上式中应取等号,因此上述相干态也是最小不确定态.

顺便给出 A 的相干态的另一种表达式

$$\begin{aligned}|z\rangle = C_{l+1}(2l+1)!\sum_{n=l+1}^{\infty} \frac{(zA)^n}{(n+l)!(n-l-1)!} \\ \times |l+1\rangle.\end{aligned} \tag{48}$$

无论是这里的相干态还是 A_3 的期望值以及不确定度,不仅都与复变量 z 有关,而且也与量子数 l 有关.这是值得研究的.

6. 结 论

用赝角动量方法求解本征值问题,有诸多的优点.首先这种方法避开了求解二阶微分方程,只解一个简单的一阶微分方程,使整个求解过程代数化 ;可以得到本征函数的解析表达式,以及坐标表象之下的相干态.本文研究的类氢原子径向问题就是一个具体的模型.其次,可以揭示体系中的诸多对称性.更重要的是,我们得到了一种广义产生算符和广义湮没算符,可以用来研究相干光场的量子统计行为.本文给出了相应的相干态,展示一下这方面可开展的工作.Perelomov 和 Gerry 等人,已经从群理论的角

度研究过 $SU(1,1)$ 代数之下的本征值问题和相干态问题，例如文献[15—20]等，然而这些研究无法给出态的具体的解析表达式．赝角动量方法是 $SU(1,1)$ 代数的一种具体的表示，可以简洁并直截了当地解决一些具体体系，本文涉及的类氢原子问题就是一个具体的体系．

[1] Li W B 2005 *J. Phys.* A **38** 7543

[2] Calogero F 1971 *J. Math. Phys.* **12** 419

[3] Sutherland B 1971 *J. Math. Phys.* **12** 246

[4] Andric I，Jevicki A，Levine H 1983 *Nucl. Phys.* B **215** 307

[5] Jevicki A 1992 *Nucl. Phys.* B **376** 75

[6] Kawakami N 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 275

[7] Azuma H，Iso S 1994 *Phys. Lett.* B **331** 107

[8] Panigrahi P K，Sivakumar M 1995 *Phys. Rev.* B **52** 13742

[9] Simons B D，Lee P A，Altshuler B L 1994 *Phys. Rev.* **72** 64

[10] Wojciechowski S 1978 *Phys. Lett.* A **66** 265

[11] Zhu D P 1987 *J. Phys.* A **20** 4331

[12] Perelomov A M 1986 *Generalized Coherent States and Their Application* (Berlin：Springer-Verlag) pp217—220

[13] Barut A O，Girardello 1971 *Commun. Math. Phys.* **21** 41

[14] Calogero F 1969 *J. Math. Phys.* **10** 2191

[15] Gerry C C 1986 *Phys. Rev.* A **35** 2146

[16] Gerry C C 1985 *Phys. Rev.* A **31** 2721

[17] Gerry C C 1984 *Phys. Lett.* **142B** 391
Gerry C C 1986 *Phys. Rev.* A **33** 2207

[18] Gerry C C，Silverman S 1982 *J. Math. Phys.* **23** 1995

[19] Olshanetsky，Perelomov 1983 *Phys. Rep.* **94** 313

[20] Perelomov A M 1972 *Commun. Math. Phys.* **26** 222

[21] Landau L D，Lifshitz E M 1958 *Quantum Mechanics* (New York：Pergnamon Press，Inc) Sec. 35

[22] Alhassid Y *et al* 1983 *Ann. Phys.* **148** 346

Coherent state of hydrogen-like atoms：an application of the pseudo-angular-momentum operator method

Li Wen-Bo　Li Mi-Shan

(*Department of Physics*，*Beijing Jiaotong University*，*Beijing*　100044，*China*)

(Received 6 November 2007；revised manuscript received 22 December 2007)

Abstract

Using the pseudo-angular-momentum operator method，the radial equation for bound state of the hydrogen-like atom is solved and the analytical expression for the eigenstate is derived. The result shows that the normalization of eigenfunction should be done carefully owing to its peculiarity. The corresponding coherent state is also discussed.

Keywords：radial equation of hydrogen-like atom，pseudo-angular-momentum operator method，eigenvalue spectra，coherent state

PACC：0365，3310C