

色交叉关联噪声对基因转录调节系统的影响^{*}

王参军^{1)†} 梅冬成²⁾

1) 云南大学物理系, 昆明 650091)

2) 宝鸡文理学院非线性研究所, 宝鸡 721007)

(2007 年 8 月 20 日收到, 2007 年 12 月 13 日收到修改稿)

研究了受色交叉关联噪声驱动的基因转录调节系统的瞬态性质(平均首通时间). 据 Novikov 定理和 Fox 近似方法得到相应的 Fokker-Planck 方程, 求出稳态概率分布函数的表达式. 在此基础上运用最快下降法得到平均首通时间的近似表达式. 经过数值计算, 结果表明, 在强关联, 小关联时间条件下, 蛋白质的浓度经历了开→关→开; 在弱关联, 大关联时间条件下, 蛋白质的浓度经历了开→关. 在基因转录过程中出现了重入现象.

关键词: 色交叉关联噪声, 基因转录调节系统, 平均首通时间

PACC: 0540, 0250

1. 引 言

噪声理论对非线性系统的影响已经吸引了很多学者的注意, 其理论应用到了生物系统^[1-12], 双稳系统^[13-25], 激光系统^[26-31], 生态系统^[32-37]等各个领域. 噪声能够产生很多奇异的现象. 例如在基因选择过程中, 出现重入现象^[1, 11]; 关联噪声强度能够破坏对称双稳系统的对称性, 导致从单峰变为双峰^[13]. 噪声也可以引起随机共振现象出现^[9, 23, 25]等等. 尤其是在生物系统中揭示非线性条件下噪声产生的各种重要效应, 研究这些效应的产生条件, 机理及其应用, 已成为生命科学发展中的一个重要的前沿领域, 其研究成果正推动着许多学科的发展和相互交叉.

基因转录调节系统是关于转录因子促进基因转录的调节网络的模型模拟^[5, 12, 38-40]. 在不受噪声干扰条件下, 这个模型的研究已经很多, 并且考虑了时间延迟的影响. 然而, 由于自然界总是存在着波动涨落, 因此研究噪声作用下的基因转录调节系统的动力学性质是十分必要的. 文献^[5]考虑到在蛋白质的合成率 R_{bas} 和蛋白质的降解率 k_d 上存在着随机涨落, 引入了高斯白噪声, 研究了噪声源独立和白关联的情况下, 蛋白质浓度的稳态和瞬态性质, 得到很有

意义的结论. 噪声源独立时, 随着乘性噪声强度的增长, 蛋白质浓度经历一次转化; 关联时, 蛋白质浓度经历两次转化. 然而, 在他们的工作中认为噪声源之间的关联时间为零.

现实中, 真正噪声的关联时间虽然很小, 但是并不严格等于零. 对关联时间为零的噪声, 它的功率谱由相应关联函数的傅里叶变换给出, 与频率无关, 功率是趋于无穷的. 然而, 实际的功率不可能是无穷的, 也就是说, 只有当系统的弛豫时间远远大于关联时间时, 才认为关联时间为零, 以理想模型来处理. 因此考虑有限关联时间对系统的影响是合理的, 更接近实际的过程. 一般说来, 只有分析系统随时间的演化, 才能更全面地反映噪声对系统动力学行为的影响. 平均首通时间是描述逃逸问题的基本量之一, 是系统从一个稳态出发穿越势垒进入另一势阱所用时间的平均值, 用来描述非线性系统的瞬态性质^[4, 5, 8-10, 15, 18, 22], 也是刻画该系统动力学动态性质的一个重要方面, 所以研究色交叉关联噪声驱动的基因转录调节系统, 考察其瞬态性质对真正的转录过程有一定的探索意义.

本文研究了受色交叉关联噪声驱动的基因转录调节系统的瞬态性质: 平均首通时间. 在 Fokker-Planck 方程的基础上给出平均首通时间的解析公式, 然后进

^{*} 云南省自然科学基金(批准号: 2006A0002M)和宝鸡文理学院重点科研项目基金(批准号: ZK0712)资助的课题.

[†] E-mail: wcj7944@126.com

行数值计算,最后给出结论.

2. 基因转录调节系统^[5, 12, 38-40]

1998 年 Smolen 等人提出了一个关于转录因子促进基因转录的调节网络的模型. 这个模型包含着转录因子(TF-A)的二聚化、TF-A 的正反馈作用以及非线性相互作用力,它可以很好的解释某些实验现象.其基本机理如图 1 所示.

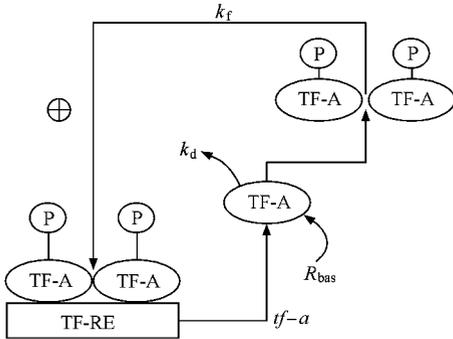


图 1 基于正反馈的基因调节环路的模型(转录因子 TF-A 形成二聚体后被磷酸化,然后以最大转录概率 k_f 来激活转录. 这个二聚体是附着在 DNA 上的相应的附着区域 $tf-a$. TF-A 以概率 k_d 降解并以概率 R_{bas} 合成)

根据这个模型所示的几个生化反应,可以写出其蛋白质 TF-A 的浓度随时间演化的偏微分方程

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k_f x^2}{x^2 + K_d} - k_d x + R_{bas}, \quad (1)$$

其中 K_d 是没有附着到 TF-REs 上的二聚体的浓度, x 是蛋白质 TF-A 的浓度. 这个模型可以包含两个稳定态或包含一个稳定态. 若要系统处于双稳区, 则其参数应该满足下面的方程:

$$\left[-\left(\frac{k_f + R_{bas}}{3k_d}\right)^3 + \frac{K_d(k_f + R_{bas})}{6k_d} - \frac{K_d R_{bas}}{2k_d} \right]^3 + \left[\frac{K_d}{3} - \left(\frac{k_f + R_{bas}}{3k_d}\right)^2 \right]^3 < 0. \quad (2)$$

当系统处于双稳区时, 基因转录具有两个稳定态解

$$x_+ = 2\sqrt{-p/3\cos(\theta)} + (R_{bas} + k_f)/(3k_d),$$

$$x_- = 2\sqrt{-p/3\cos(\theta + 2\pi/3)} + (R_{bas} + k_f)/(3k_d),$$

以及一个不稳定的定态

$$x_u = 2\sqrt{-p/3\cos(\theta + 4\pi/3)} + (R_{bas} + k_f)/(3k_d),$$

其中

$$p = K_d - [(R_{bas} + k_f)k_d]^{2/3},$$

$$q = K_d(k_f - 2R_{bas})(3k_d) - [(R_{bas} + k_f)k_d]^{2/3},$$

$$\theta = \arccos(-q/(2\sqrt{-p^3/27})).$$

可以从图 2 中看到这个系统双稳势的形状.

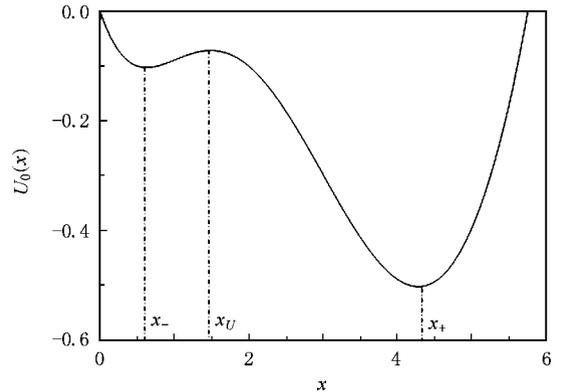


图 2 基因转录调节系统所具有的双稳势(其参数值分别为 $k_f = 6, K_d = 10, k_d = 1$, 以及 $R_{bas} = 0.4$. 其两个稳定的定态解分别为 $x_- \approx 0.645$ 和 $x_+ \approx 4.3$. 不稳定的定态解为 $x_u \approx 1.5$)

3. 基因转录调节系统的平均首通时间

大量的实验表明在蛋白质的合成率 R_{bas} 和蛋白质的降解率 k_d 上是存在着随机涨落的. 文献 [5] 在这两个项上考虑其波动, 引入高斯白噪声, 得到了与随机动力学机理对应的 Langevin 方程

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k_f x^2}{x^2 + K_d} - (k_d + \xi(t))x + R_{bas} + \eta(t), \quad (3)$$

其中 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 分别是高斯白噪声, 它们具有下列性质:

$$\xi(t) = \eta(t) = 0, \quad (4)$$

$$\xi(t)\xi(t') = 2D\delta(t - t'), \quad (5)$$

$$\eta(t)\eta(t') = 2\alpha\delta(t - t'), \quad (6)$$

考虑关联噪声的关联时间不为零, 即

$$\xi(t)\eta(t') = \eta(t)\xi(t')$$

$$= \frac{\lambda\sqrt{\alpha D}}{\tau} \exp\left[-\frac{|t - t'|}{\tau}\right]. \quad (7)$$

D 和 α 分别是乘性噪声和加性噪声的强度. λ 是加性噪声和乘性噪声之间的关联强度, 其范围为 $0 \leq \lambda \leq 1$. τ 是乘性高斯白噪声和加性高斯白噪声之间交叉关联的关联时间.

由于蛋白质 TF-A 的浓度 x 不可能为负值,因此在 $x \geq 0$ 的情况下,应用 Novikov 定理和 Fox 近似方法可以得到对应方程(3)的近似 Fokker-Planck 方程,即概率分布随时间的演化方程^[4,7,15,17,23]

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = L_{\text{FP}} P(x, t), \quad (8)$$

$$L_{\text{FP}} = -\frac{\partial}{\partial x} A(x) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} B(x), \quad (9)$$

$$A(x) = \frac{k_f x^2}{x^2 + K_d} - k_d x + R_{\text{bas}} + Dx + \frac{\lambda \sqrt{D\alpha}}{1 + c(\tau)}, \quad (10)$$

$$B(x) = Dx^2 + \frac{2\lambda \sqrt{D\alpha}}{1 + c(\tau)} x + \alpha, \quad (11)$$

其中

$$c(\tau) = \begin{cases} -\tau \left[\frac{k_f x_-}{x_-^2 + K_d} - \frac{2k_f x_-^3}{(x_-^2 + K_d)^2} - \frac{R_{\text{bas}}}{x_-} \right] & (x \leq x_u), \\ -\tau \left[\frac{k_f x_+}{x_+^2 + K_d} - \frac{2k_f x_+^3}{(x_+^2 + K_d)^2} - \frac{R_{\text{bas}}}{x_+} \right] & (x \geq x_u). \end{cases} \quad (12)$$

方程(8)的近似稳态解为

$$P_{\text{st}}(x) = \begin{cases} aP_1(x) & (x \leq x_u), \\ bP_2(x) & (x \geq x_u). \end{cases} \quad (13)$$

必须注意的是,在上式中的 a, b 满足 $aP_1(x_u) = bP_2(x_u)$ (x_u 定态分布函数的连续性),且保证了 $P_{\text{st}}(x)$ 的归一化, $P_i(x)$ ($i=1, 2$) 满足下列方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i(x, t)}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_f x^2}{x^2 + K_d} - k_d x + R_{\text{bas}} \right. \\ & \left. + Dx - \frac{\lambda \sqrt{\alpha D}}{1 + c_i(\tau)} \right) P_i(x, t) \\ & + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (Dx^2 - 2 \frac{\lambda \sqrt{\alpha D}}{1 + c_i(\tau)} x + \alpha) P_i(x, t), \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $c_1(\tau) = c(\tau, x_-)$, $c_2(\tau) = c(\tau, x_+)$ 由(12)式给出.

在定态情况下求解方程(14),并用 $A(x)$ 和 $B(x)$ 的表达式,可以得到其定态概率分布函数为

$$P_i(x) = N_i B(x)^{-1/2} \exp \left[-\frac{U_i(x)}{D} \right], \quad (15)$$

其中 N_1 和 N_2 为归一化常数, $U_i(x)$ 是系统的修正势,

$$\begin{aligned} U_i(x) = & -\frac{ADk_f}{2} \ln(x^2 + K_d) \\ & -\frac{BDk_f}{\sqrt{K_d}} \arctan \left(\frac{x}{\sqrt{K_d}} \right) \\ & -\frac{mk_f - k_d}{2} \ln(Dx^2 - 2\lambda' \sqrt{\alpha D} x + \alpha) \\ & -\frac{(nk_f + R_{\text{bas}}) \sqrt{D/\alpha} + \lambda'(mk_f - k_d)}{\sqrt{1 - \lambda'^2}} \\ & \times \arctan \frac{\sqrt{D/\alpha} x - \lambda'}{\sqrt{1 - \lambda'^2}}, \end{aligned} \quad (16)$$

上式中的 A, B, m, n, λ' 分别为

$$\lambda' = \begin{cases} \frac{\lambda}{1 + c_1(\tau)} & (x \leq x_u), \\ \frac{\lambda}{1 + c_2(\tau)} & (x \geq x_u). \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{K_d(DK_d - \alpha)}{(4\lambda'^2 - 2)DK_d\alpha + D^2K_d^2 + \alpha^2}, \\ n &= \frac{-\alpha B}{K_d}, \\ m &= \frac{2\alpha D \sqrt{\alpha D} B}{DK_d - \alpha}, \\ A &= -\frac{m}{D}. \end{aligned} \quad (18)$$

此时广义势函数为

$$U(x) = \begin{cases} U_1(x) & (x \leq x_u), \\ U_2(x) + d & (x \geq x_u). \end{cases} \quad (19)$$

其中 $d = U_1(x_u) - U_2(x_u)$.

这里要强调的是当 τ 趋于 0 时, λ' 趋于 λ , 也就是文献[4]所讨论的噪声源为高斯白噪声,并且两个噪声源之间的互关联时间为零的情况.本文的重点是考察互关联时间不为零的情况.此外,上述的 Fokker-Planck 方程是在 $c(\tau) > 0$ 的条件下获得的.

对一个非线性系统,其动力学性质包括稳态和瞬态性质,而瞬态性质可以用逃逸率或者平均首通时间来刻画.平均首通时间是研究考察系统状态之间的相互转换机理.在基因转录调节系统中,即从高蛋白浓度状态(x_+)转化到低蛋白浓度状态(x_u)的性质.由于平均首通时间的精确表达式^[41,42]

$$T(x_+ \rightarrow x_u) = \int_{x_+}^{x_u} \frac{dx}{B(x)P_{\text{st}}(x)} \int_0^x P_{\text{st}}(y) dy \quad (20)$$

很复杂,并且很难处理.所以使用最快下降法^[15,43,44]但是 D 和 α 必须远小于势垒 $\Delta U(x) = U(x_u) - U(x_+)$ 时并且很小.由最快下降法得到的平均首通时间为

$$T \approx 2\pi [V'(x_+)V'(x_-)]^{-1/2} \times \exp\left[\frac{U(x_-) - U(x_+)}{D}\right], \quad (21)$$

其中

$$V(x) = - \int \left(\frac{k_f x^2}{x^2 + K_d} - k_d x + R_{bas} \right) dx.$$

$U(x)$ 由 (19) 式给出.

4. 讨 论

当交叉关联时间为零时,基因转录调节系统的平均首通时间的已经在文献 5 中有过讨论,这里不再重复.我们关心的是交叉关联时间非零的情况.根据方程 (21) 表达的基因转录调节系统的平均首通时间,经过数值处理,我们画出了不同噪声参数情况下的图形,讨论其对平均首通时间的影响.

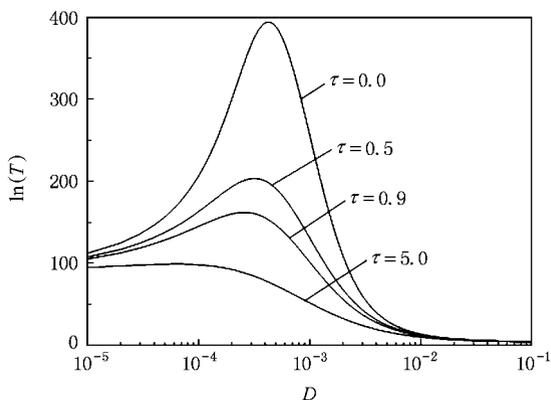


图 3 平均首通时间 T 作为乘性噪声强度 D 的函数(其中 $\alpha = 0.005, \lambda = 0.9, \tau = 0.0, 0.5, 0.9, 5.0$.其他参数值与图 2 相同)

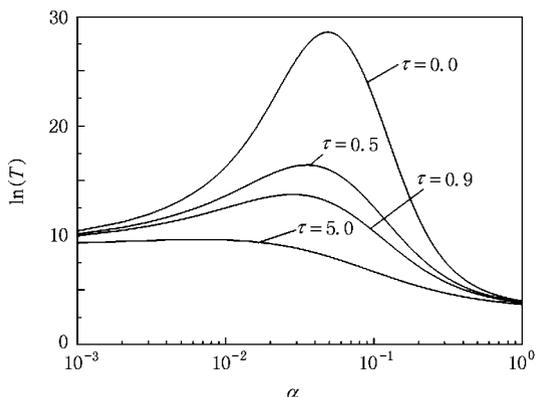


图 4 平均首通时间 T 作为加性噪声强度 α 的函数(其中 $D = 0.01, \lambda = 0.9, \tau = 0.0, 0.5, 0.9, 5.0$.其他参数值与图 2 相同)

通时间 T 作为乘性噪声强度 D 和加性噪声强度 α 的函数的图像.在图 3 和图 4,选取强关联($\lambda = 0.9$).从图 3 中可以看出,系统的平均首通时间 T 随着 D 的增加先是增加,当达到一个极大值后,就逐渐降低,就是这个极大值的出现,使得蛋白质的浓度能够发生双开关现象.也就是基因的状态变化为开 \rightarrow 关 \rightarrow 开.但是,我们发现随着交叉关联时间 τ 的增长,这个极大值逐渐消失, T 变为单调递减行为.这种情况与弱关联情形是一致的.蛋白质的浓度状态只能发生一次变化,即开 \rightarrow 关现象.由于选取初始态为 x_+ ,也就是说开始系统处于高浓度,随着乘性噪声强度 D 增长,在强关联,小关联时间情况下,蛋白质的浓度会发生两次变化,存在一个临界的 D 值,使系统的动力学行为变的复杂.反之,在弱关联,大关联时间的情况下,蛋白质的浓度只能发生一次变化,系统的动力学行为相对比较简单.因此,可以看出关联强度 λ 和关联时间 τ 在蛋白质浓度的转化过程中充当着相反的角色.图 4 说明 T 在不同关联时间下随着 α 的变换,其变化类似与随 D 的变化. τ 也是加速了蛋白质浓度状态之间的转化.

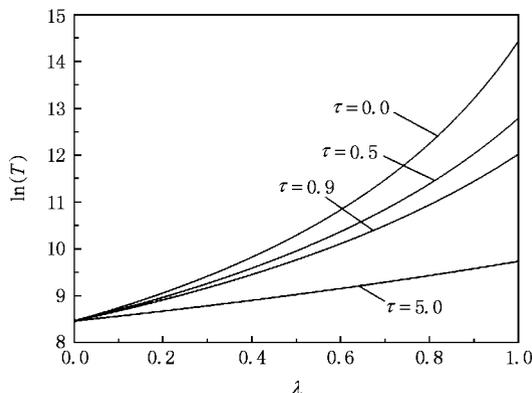


图 5 平均首通时间 T 作为关联强度 λ 的函数(其中 $\alpha = 0.005, D = 0.01, \tau = 0.0, 0.5, 0.9, 5.0$.其他参数值与图 2 相同)

图 5 和图 6 分别给出了 T 作为 λ 和 τ 的函数的图像.从图中可以清楚地看到,随着 λ 的增加, T 是单调递增的;相反,随着 τ 的增加, T 是单调递减的.充分说明,关联强度 λ 和关联时间 τ 在基因转录(蛋白质浓度转化)过程中起着相反的功能.也就是说,随着 λ 的增加,蛋白质从高浓度状态转化到低浓度状态所用的时间增加,即抑制了状态之间的转化,但是随着 τ 的增加,蛋白质从高浓度状态转化到低浓度状态所用的时间减少,即加速了状态之间的转化.

图 3 和图 4 分别给出了不同关联时间下平均首

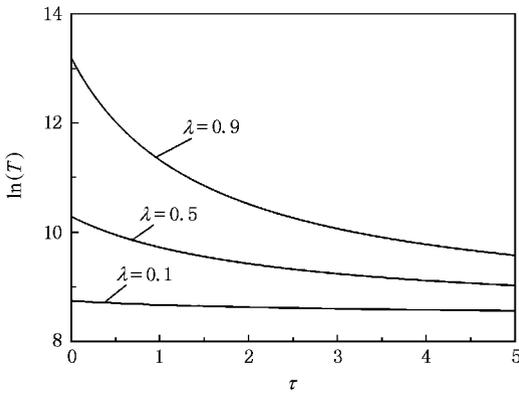


图 6 平均首通时间 T 作为交叉关联时间 τ 的函数(其中 $\alpha = 0.005$, $D = 0.01$, $\lambda = 0.1, 0.5, 0.9$. 其他参数值与图 2 相同)

5. 结 论

研究了由色交叉关联噪声对基因转录调节系统

的瞬态性质(平均首通时间 T),运用最快下降法给出了 T 的解析表达式.分析了关联强度 λ 和交叉关联时间 τ 对 T 的影响.结果表明:关联强度 λ 和交叉关联时间 τ 对 T 产生了相反的影响.随着 λ 的增大,蛋白质的浓度状态之间的转化变得困难,而且,出现了双开关现象.相反,随着 τ 的增大,蛋白质的浓度状态之间的转化变得容易,而且,仅仅出现了开 \rightarrow 关现象.值得注意的是在强关联,小关联时间条件下,蛋白质的浓度经历了开 \rightarrow 关 \rightarrow 开;在弱关联,大关联时间条件下,蛋白质的浓度经历了开 \rightarrow 关.这是一种重入现象.

了解基因调节系统中蛋白质的浓度之间的转化规律和波动强度(噪声参数)对系统的影响,可以为基因药理学研究提供思路,通过控制相应的参数达到预期的目的.

- [1] Castro F ,Sánchez A D ,Wio H S 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1691
- [2] Lipowski A ,Lipowska D 2000 *Physica A* **276** 456
- [3] Ai B Q ,Wang X J ,Liu G T ,Liu L G 2003 *Phys. Rev. E* **67** 022903
- [4] Mei D C ,Xie G Z ,Zhang L 2004 *Eur. Phys. J. B* **41** 107
- [5] Liu Q ,Jia Y 2004 *Phys. Rev. E* **70** 041907
- [6] Wang X J ,Zeng C C ,Deng X Y ,Liu S H ,Liu L G 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2437
- [7] Han L B ,Gong X L ,Cao L ,Wu D J 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 632
- [8] Wang C J ,Wei Q ,Mei D C 2007 *Modern Physics Letters B* **21** 789
- [9] Cai J C ,Wang C J ,Mei D C 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 1162
- [10] Wang C J ,Wei Q ,Zheng B B ,Mei D C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1375 (in Chinese)[王参军,魏 群,郑宝兵,梅冬成 2008 物理学报 **57** 1375]
- [11] Wang C J ,Mei D C 2008 *Chinese Physics* **17** 479
- [12] Wang J Y ,Zhu C L ,Jia Y ,Li J R 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 1398
- [13] Wu D J ,Cao L ,Ke S Z 1994 *Phys. Rev. E* **50** 2496
- [14] Cao L ,Wu D J ,Ke S Z 1995 *Phys. Rev. E* **52** 3228
- [15] Jia Y ,Li J R 1996 *Phys. Rev. E* **53** 5764
Jia Y ,Li J R 1996 *Phys. Rev. E* **53** 5786
- [16] Jia Y ,Li J R 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 994
- [17] Jia Y ,Li J R 1998 *Physica A* **252** 417
- [18] Mei D C ,Xie G Z ,Cao L ,Wu D J 1999 *Phys. Rev. E* **59** 3880
- [19] Luo X Q ,Zhu S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 977 (in Chinese)[罗晓琴,朱士群 2002 物理学报 **51** 977]
- [20] Mei D C ,Xie C W ,Zhang L 2003 *Phys. Rev. E* **68** 051102
- [21] Jin Y F ,Xu W ,Ma S J ,Li W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3480 (in Chinese)[靳艳飞,徐 伟,李 伟 2005 物理学报 **54** 3480]
- [22] Ning L J ,Xu W ,Yang X L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 25 (in Chinese)[宁丽娟,徐 伟,杨晓丽 2007 物理学报 **56** 25]
- [23] Luo X Q ,Zhu S Q 2003 *Phys. Rev. E* **67** 021104
- [24] Wang C J ,Chen S B ,Mei D C 2006 *Chinese Physics* **15** 1435
- [25] Wang J ,Cao L ,Wu D J 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 1416
- [26] Zhu S 1993 *Phys. Rev. A* **47** 2405
- [27] Zhang L ,Cao L ,Wu D J 2004 *Chin. Phys.* **13** 353
- [28] Cao L ,Wu D J 1999 *Phys. Lett. A* **260** 126
- [29] Zhang L Y ,Cao L ,Wu D J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1174 (in Chinese)[张良英,曹 力,吴大进 2003 物理学报 **52** 1174]
- [30] Xie C W ,Mei D C 2004 *Phys. Lett. A* **323** 421
- [31] Chen S B ,Mei D C 2006 *Chinese Physics* **15** 2861
- [32] Spagnolo B ,Valenti D ,Fiasconaro A 2004 arXiv :q-bio.PE/0403004
- [33] Rozenfeld A F ,Albano E 1999 *Physica A* **266** 322
Rozenfeld A F *et al* 2001 *Phys. Lett. A* **280** 45
- [34] Vilar J M G ,Solé R V 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4099
- [35] Zhong W R ,Shao Y Z ,He Z H 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 742
- [36] Nie L R ,Mei D C 2007 *Eur. Phys. Lett.* **79** 20005
- [37] Nie L R ,Mei D C 2007 *Phys. Lett. A* **371** 111
- [38] Smolen P ,Baxter D A ,Byrne J H 1998 *Am. J. Physiol.* **274** C531
- [39] Hastly J ,Dolnik M ,Rottschär V ,Collins J J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 148101
- [40] Smolen P ,Baxter D A ,Byrne J H 1999 *Am. J. Physiol.* **277** C777
- [41] Lindenberg K ,West B J 1986 *J. Stat. Phys.* **42** 201
- [42] Masoliver J ,West B J ,Lindenberg K 1987 *Phys. Rev. A* **35** 3086
- [43] Fox R F 1986 *Phys. Rev. A* **33** 467
- [44] Hänggi P ,Marchesoni F ,Grigolini P 1984 *Z. Phys. B* **56** 333

Effect of colored cross-correlated noise on the gene transcriptional regulatory system^{*}

Wang Can-Jun^{1,2)†} Mei Dong-Cheng¹⁾

¹ *Department of Physics, Yunnan University, Kunming 650091, China*

² *Nonlinear Research Institute, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji 721007, China*

(Received 20 August 2007; revised manuscript received 13 December 2007)

Abstract

The transient properties (e. g. , the mean first passage time T) of the gene transcriptional regulatory system driven by colored cross-correlated noise are investigated. The approximate Fokker-Planck equation is obtained based on the Novikov theorem and the Fox approach and the explicit expression of the mean first passage time is derived. The numerical computation results show that for the case of strong correlation intensity and short correlation time a successive switch process (i. e. “on” → “off” → “on”) occurs; for the case of weak correlation intensity and long correlation time only one switch process occurs (i. e. , “on” → “off”). The reentrance phenomena appear in the gene transcriptional regulatory system.

Keywords : colored cross-correlated noises , gene transcriptional regulatory system , mean first passage time

PACC : 0540 , 0250

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Yunnan Province, China (Grant No. 2006A0002M) and the Science Foundation of Baoji University Science and Arts of China (Grant No. ZK0712).

[†] E-mail :wcj7944@126.com