

基于非分裂 FDTD 的左手介质电磁特性的研究^{*}

傅佳辉[†] 孟繁义 杨国辉 吴 群 刘心蕾

(哈尔滨工业大学, 哈尔滨 150001)

(2007 年 9 月 18 日收到, 2007 年 10 月 29 日收到修改稿)

为验证左手介质的电磁特性, 采用非分裂时域有限差分方法对左手介质的 Drude 模型进行建模. 这种方法不需要对电场和磁场进行分裂, 也不需要 PML 空间进行特殊处理. 吸收边界 PML 和工作空间可以通过参数转换来完成, 并且构造的 PML 层为有耗介质, 进入 PML 层的透射波将迅速衰减. 它是一种准确而有效的分析色散和各向异性介质的方法, 通过此方法有效地验证了左手介质的负折射效应、汇聚效应、相位补偿效应, 充分验证了左手介质及其反常特性的存在性和此方法分析左手介质的有效性.

关键词: 左手介质, 非分裂, 时域有限差分, Drude

PACC: 3220D, 4110H

1. 引 言

媒质的所有电磁特性都是由其本构参数——介电常数 ϵ 与磁导率 μ 来决定. 在自然界存在的物质中, 介电常数 ϵ 与磁导率 μ 均为正值. 1968 年由 Veselago 提出左手介质(left handed material, LHM)的概念. 这种左手介质的有效介电常数和有效磁导率均为负数, 具有负折射率, 在左手介质中电磁波的相速度方向和群速度方向相反, 即电磁波的传播方向与能流方向相反. 与普通介质相比, 左手介质具有一系列反常的电磁特性, 如双负特性、左手特性、后向波特性、负折射特性和逆多普勒效应及逆切伦科夫辐射效应^[1-4]. 由于这些反常的电磁特性, 国际上左手介质又被命名为双负媒质(double-negative media, DNM), 异向介质(double negative medium, DNG), 后向波媒质(backward wave media, BWM)以及负折射介质(negative-index media, NIM)等等. 当前左手介质的主要研究包括两部分, 其一是研究左手介质中的电磁传播规律; 另一个是研究左手介质的设计和制作, 从微波向更高频段发展. 对 LHM 物理模型的构造主要集中在: 1) 周期放置的开口谐振环(split rings resonators, SRR)阵列和细导线阵列合理布局, 可以在特定频段内构造 ϵ 和 μ 同时为负值的二维或三维人

工左手介质^[5, 6]; 2) 利用传输线理论, 构造 $L-C$ 传输线周期结构, 从微波电路的角度将串联电容等效为负值的 μ , 而将并联电感等效为负值的 ϵ , 得到了具有异向性质的一维和二维人工左手介质^[7-9].

时域有限差分方法(FDTD)是一种最有效的全波仿真数值方法, 在左手介质的分析中广泛被采用. 在 FDTD 仿真中, 边界条件是用来截断计算区域而不产生反射波. Berenger 提出的完美吸收边界(PML)是一种有效吸收边界条件, 但 Berenger 的 PML 采用分裂场对麦克斯韦方程进行修改, 增加了程序的复杂性. Dong 采用单轴各向异性 PMI(UPML)方法, 避免了场的分解^[10]. Farahat 提出了表面阻抗边界条件(SIBC)对 PML 边界进行优化^[11]. Zhao 采用场平均技术的辅助差分公式(ADE)准确地构造了左手介质的特性^[12]. Ramadan 采用交替方向隐式时域有限差分方法(ADI FDTD), 这种方法是无条件稳定的, 其时间步长不受稳定性条件的限制, 并且当计算区域内具有精细差分网格时, 其计算效率明显优于传统的时域有限差分方法^[13, 14].

本文采用非分裂吸收边界条件(unsplit-PML)时域有限差分方法对左手介质进行分析^[15]. 这种吸收边界通过在 FDTD 区域截断边界处设置一种特殊介质层, 该层介质的波阻抗与相邻介质波阻抗完全匹配, 因而入射波将无反射地穿过分界面而进入 PML

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60571026), 博士后科学基金(批准号: 20060400821)和航空科学基金(批准号: 20060112105)资助的课题.

[†] E-mail: fjh@hit.edu.cn

层,并且,由于 PML 层为有耗介质,进入 PML 层的透射波将迅速衰减.它的优越性表现在:1)通过引入电通量密度和磁通量密度,不必对麦克斯韦方程进行修改,这样允许构造任意材料的结构关系,包括左手和手征介质,具有广泛的适用性;2)不需要在吸收边界层进行特殊处理,在 PML 层只需设置变换系数,从而实现计算空间到 PML 空间是无缝转换,使程序简单高效.本文以有损耗的理想 Drude 模型^[16]作为左手介质电磁参数模型,就电磁波穿过左手介质的传播特性进行了理论分析,并对传播过程进行了数值模拟,验证了左手介质的负折射效应、汇聚效应、相位补偿效应. FDTD 所采用的模型不但要满足介电常数与磁导率双负,而且应具有色散性,即有效介电常数和有效磁导率均与频率有关.通过对左手介质电磁特性的验证,充分验证了非分裂时域有限差分方法分析左手介质的有效性.

2. 左手介质模型

本文以有损耗的 Drude 介质为模型,对左手介

$$f(t) = \begin{cases} g_{\text{on}}(t) \text{sin}(\omega_0 t), & 0 \leq t < mT_p, \\ \text{sin}(\omega_0 t), & mT_p \leq t < (m+n)T_p, \\ g_{\text{off}}(t) \text{sin}(\omega_0 t), & (m+n)T_p \leq t < (m+n+m)T_p, \\ 0, & (m+n+m)T_p \leq t, \end{cases}$$

其中, $T_p = 1/f_0$ 是单个循环周期,三阶光滑窗函数由下式给出:

$$g_{\text{on}}(t) = 10x_{\text{on}}^3 - 15x_{\text{on}}^4 + 6x_{\text{on}}^5, \quad (3)$$

$$g_{\text{off}}(t) = 1 - [10x_{\text{off}}^3 - 15x_{\text{off}}^4 + 6x_{\text{off}}^5], \quad (4)$$

其中,开关函数分别为

$$x_{\text{on}} = 1 - (mT_p - t)/mT_p,$$

$$x_{\text{off}} = [t - (m+n)T_p]/mT_p.$$

由这种平滑的激励函数产生的波在 FDTD 算法网格空间中传播时引起的噪声最小.图 1 采用连续波作为时间信号,与空间上的高斯分布相结合对左手介质进行激励.

3. 左手介质电磁特性分析与验证

左手介质二维空间建模,如图 2 所示.中间灰色夹层是由 Drude 模型构造的左手介质,设置其损耗

质进行理论分析和数值模拟.媒质的介电常数和磁导率满足如下关系:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega(\omega + i\Gamma_e)} \right), \quad (1)$$

$$\mu(\omega) = \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_{\text{pm}}^2}{\omega(\omega + i\Gamma_m)} \right), \quad (2)$$

上式为 Drude 模型的色散模型,在 FDTD 算法中,需要在时域中把 Maxwell 方程转换成差分格式,因此必须要找到 D 和 E 在时域中的关系.我们运用 Z 变换巧妙地将与频率相关的媒质的介电常数和磁导率由频域变换到 Z 域,把时域中的卷积积分转化为 Z 域内的乘法,这样可以方便地求出媒质的差分方程.

对于激励的选择,我们采用连续波脉冲(continuous wave pulse),与空间上的高斯分布相结合对左手介质进行激励^[17],连续波脉冲其表达式如下:

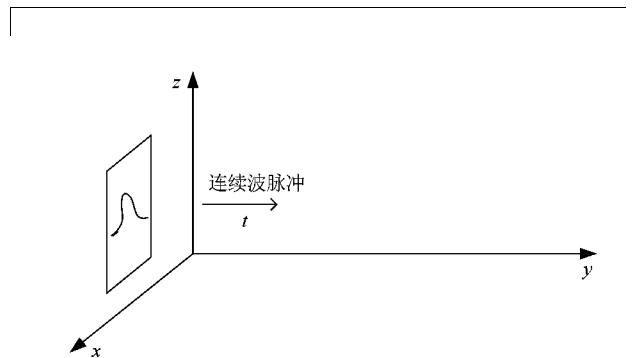


图 1 连续型高斯脉冲激励形式

系数为 $\Gamma = 1.0 \times 10^8$,取 $\Gamma_m = \Gamma_e = \Gamma$, $\omega_{\text{pm}} = \omega_{\text{pe}} = \omega_p$,当 $n = -1$ 时, $\omega_p = 2.66573 \times 10^{11}$ rad/s, $\Gamma = 3.75 \times 10^{-4} \omega_p$, $\lambda_0 = 0.001$ m,网格空间取在 x - y 平面内 $\Delta x = \Delta y = \lambda_0/100 = 0.00001$ m,根据解的稳定性准则,取 Δt 为 22.39 ps;网格尺寸为 x 方向 620 网格, y 方向 830 网格,介质层厚度为 200 网格,四周分别在 10 网格处设置总场-散射场边界,空间四周

设置了 10 个网格理想匹配层(PLM)作为吸收边界条件.

波从总场-散射场下边界处入射 ,在边界中央处取长度为 250 网格加激励源 ,激励源形式为连续高斯脉冲 ,波源中心距左手介质前边界 125 网格.

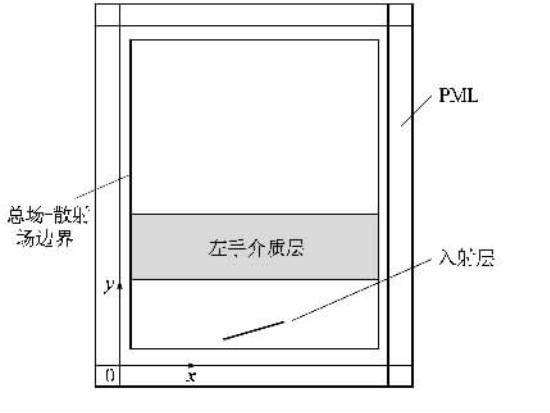


图 2 左手介质的空间建模

3.1. 左手介质的负折射效应验证

当折射率 $n = -1$ 时,左手介质层与自由空间相匹配,因此选择任意入射角,入射波的反射系数和透射系数分别为 $R = 0, T = 1$,这里选择入射角 $\theta_i = \arctan(1/3)$ 根据 Snell 公式,可以得出折射角为 $\theta_t = -\theta_i$.为了得到相应的普通介质层折射效应的参考图,设普通介质层为 $n = 1$.则我们可以得到时间步为 3000 步时,左手介质层和普通介质层的折射效应,如图 3 和 4 所示.

3.2. 左手介质的平面汇聚效应验证

在物理光学中,汇聚透镜通过镜面的凸起,对入射光线产生汇聚作用.

而在左手介质中,由于其折射率为负,因此当一束发散波从普通介质通过平板形左手介质层时,会发生汇聚效应,当左手介质层足够厚时,将会在左手介质层内形成汇聚点,出现聚焦现象.

波源取总场-散射场下边界处的一段长度为 200 网格的线源,向左手介质层垂直入射,波源到左手介质分界面的距离等于 100 网格,以保证波从波源发出到左手介质的分界面处已经充分扩散开,即其波的矢量方向已经充分沿着波传播方向散开,分别设置左手介质层厚度等于 200 网格和 300 网格两种情况进行仿真分析.

如图 5 所示,波在普通介质中的传播,当 $t =$

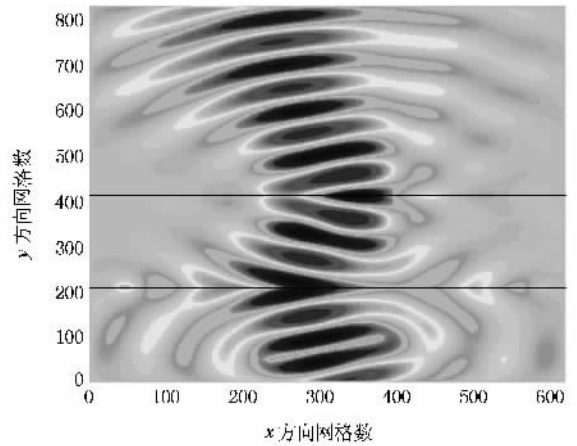


图 3 $t = 3000$ 步时,波在左手介质中的折射现象

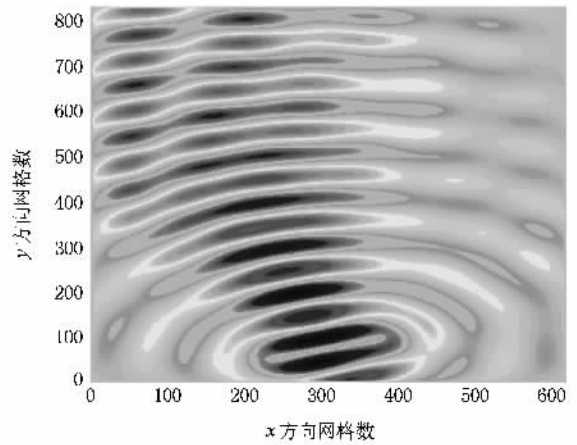


图 4 $t = 3000$ 步时,波在普通介质中的透射情况

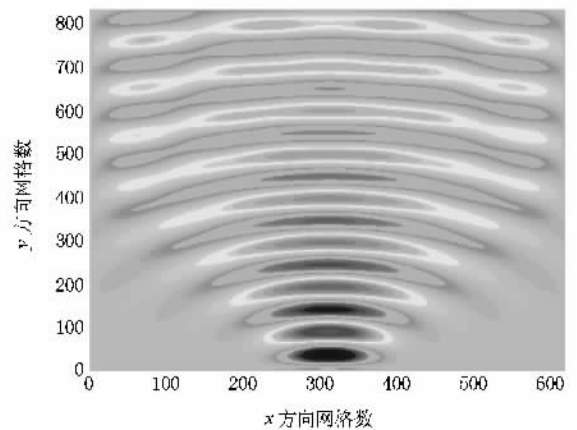


图 5 $t = 3000$ 步时,波在普通介质中传播

3000 步时,由于线源产生的发散作用,使入射的高斯波束边缘处的波矢量方向发生改变,成为发散的高斯波束.如图 6 所示,当波在左手介质层中传播,

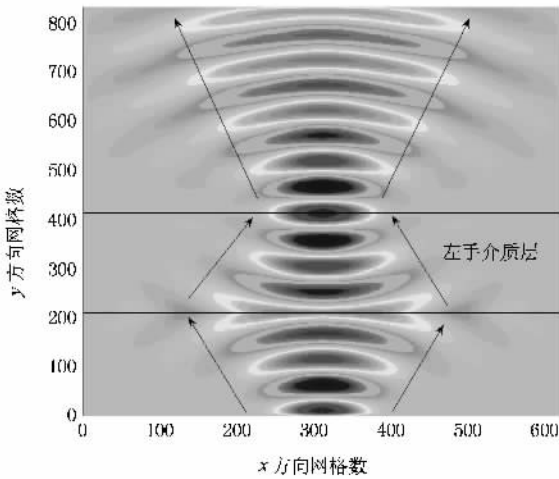


图 6 $t = 3000$ 步时, 波在厚度 200 网格左手介质层中传播

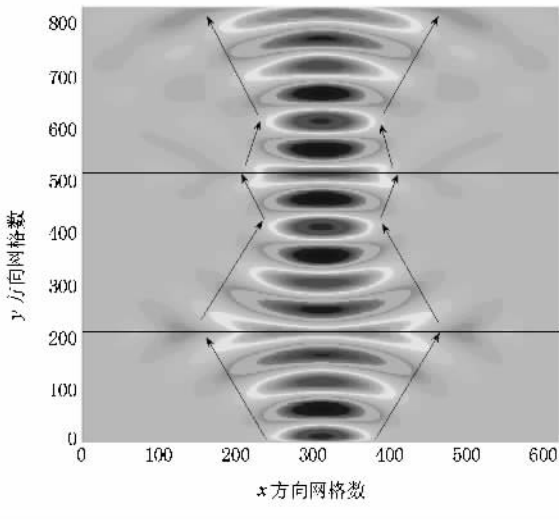


图 7 $t = 3000$ 步时, 波在厚度 300 网格左手介质层中传播

达到稳定状态时, 波束形状由发散逐渐变成汇聚状, 黑色箭头描述了波束形状的变化情况. 根据前面的分析, 当 $n = -1$, 波源距左手介质前界面为 200 网格时, 左手介质的厚度大于 200 网格, 则波可以在左手介质中产生一个汇聚点, 而在出左手介质后产生第二个汇聚点, 即二次汇聚现象, 如图 7 所示.

图 8 为波源所在横截面与左手介质后界面处的归一化电场强度分布图, 这个图说明波在 200 网格厚的左手介质层的后界面又重新恢复成波源处的归一化电场强度分布, 有效地证明了左手介质的汇聚作用.

3.3. 相位补偿效应验证

左手介质的相位补偿效应是其后向波特性的另

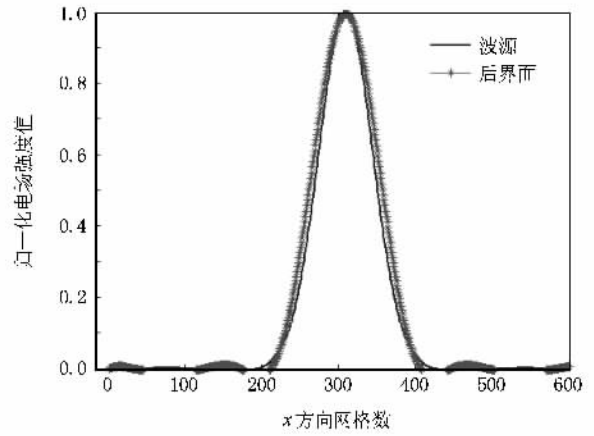


图 8 $t = 3000$ 步, 厚度为 200 网格的左手介质层前后界面处归一化电场强度分布

一种表现形式. 电磁波在左手介质中传播时造成的相位超前可以被用来弥补其在普通介质中传播时产生的相位滞后. 如图 9 所示, 波从 y 方向 10 网格处的线源发出, 到达 210 网格处的 RHM-LHM 层前界面. 经过 RHM-LHM 层以后, 由于相位补偿效果, 电场强度的相位保持不变, 因而从二维效果图上来看, 波源将通过 RHM-LHM 形成一个虚像, 波在 RHM-LHM 层后界面处的相位与前界面的相位相等.

左手介质的相位补偿效应在微波器件设计领域的意义非常重大, 根据实际需要, 可以分别设计出产生正相位效应, 零相位和负相位效应的微波器件, 而且通过在器件中引入这种结构, 可以缩小微波器件的尺寸, 因此左手介质更广泛地应用于微波器件的小型化方面.

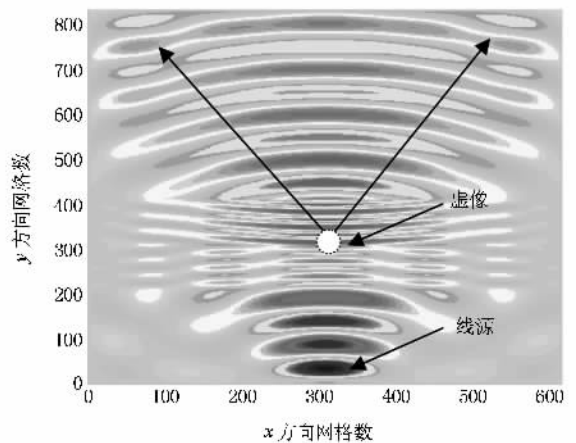


图 9 $t = 8000$ 步, 波在普通和左手介质构成的等厚度夹层中的传播

4. 结 论

本文采用 Unsplit-PML FDTD 方法对左手介质的反常电磁特性进行了数值仿真. Unsplit PML 不同于 Berenger 的 PML 吸收边界, 它的优点在于并不需要对 PML 空间进行特殊处理, 也不需要对接面的电场和磁场进行分裂, 吸收边界和工作空间可以通过参

数转换来完成, 实现了对色散和各向异性材料进行建模, 并且表现出分析理想左手介质模型的合理性. 然后结合理论研究分析了其反常电磁特性的发生规律, 仿真结果有效地验证了左手介质的存在性及其反常电磁特性, 同时也充分验证了非分裂时域有限差分方法在分析左手介质的有效性. 此非分裂 FDTD 分析方法还可以推广到其他由真实物理结构构成的左手介质电磁特性的验证.

- [1] Wu M F , Meng F Y , Wu Q , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5790 (in Chinese) [武明峰、孟繁义、吴 群、吴 健 2006 物理学报 **55** 5790]
- [2] Zheng Q , Zhao X P , Fu Q H , Zhao Q , Kang L , Li M M 2005 , *Acta Phys. Sin.* **54** 5683 (in Chinese) [郑 晴、赵晓鹏、付全红、赵 乾、康 雷、李明明 2005 物理学报 **54** 5683]
- [3] Meng F Y , Wu Q , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2194 (in Chinese) [孟繁义、吴 群、吴 健 2006 物理学报 **55** 2194]
- [4] Zhang D K , Zhang Z W , Hao L , Li H Q , Chen H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 768 (in Chinese) [张东科、张治文、赫 丽、李宏强、陈 鸿 2005 物理学报 **54** 768]
- [5] Meng F Y , Wu Q , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2200 (in Chinese) [孟繁义、吴 群、吴 健 2006 物理学报 **55** 2200]
- [6] Shadrivov I V , Morrison SK , Kivshar Y S 2006 *Optics Express* **14** 9344
- [7] Asou S , Sanada A , Kubo H 2006 *IEEE Trans. Microw. Theo. Techniq.* **89** 1299
- [8] Caloz C , Itoh T 2004 *Microwave and Wireless Components Letters* **14** 31
- [9] Wu M F , Meng F Y , Wu Q , Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5368 (in Chinese) [武明峰、孟繁义、吴 群、吴 健 2006 物理学报 **55** 5368]
- [10] Dong X T , Rao X S , Gan Y B , Guo B , Yin W Y 2004 *Microwave and Wireless Components Letters* **14** 301
- [11] Farahat N , Yuferev S , Ida N 2001 *IEEE Trans. Microw. Theo. Techniq* **37** 3242
- [12] Zhao Y , Belov P , Hao Y 2006 *The Institution of Engineering and Technology Seminar* 153
- [13] Ramadan 2006 *Microwave and Optical Technology Letters* **49** 494
- [14] Ye Z B , Du L , Rui P L 2007 *Microwave and Optical Technology Letters* **49** 1473
- [15] Sullivan D M 1997 *Microwave and Optical Technology Letters* **7** 184
- [16] Correia D , Jin J M 2004 *Microwave and Optical Technology Letters* **40** 201
- [17] Ziolkowski R W 2003 *Optical Society of America* **11** 662

The research of left-handed material using unsplit FDTD method^{*}

Fu Jia-Hui[†] Meng Fan-Yi Yang Guo-Hui Wu Qun Liu Xin-Lei

(Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China)

(Received 18 September 2007 ; revised manuscript received 29 October 2007)

Abstract

In order to certificate the electromagnetic characteristic of left-handed materials (LHM) , we adopt unsplit finite-difference time domain method (FDTD) to the ideal Drude model of LHM . This method does not need to split the electric and magnetic fields and does not need the use of special treatment of PML . PML and working space can be converted with the parameters . The penetrating wave will be attenuated in the PML which is set up by lossy dielectric . So it is an effective method to analyze dispersion and anisotropic material . Thus we can confirm the LHM and its unique characteristics such as negative refraction , convergent and phase compensation and verify the effectiveness of analyzing LHM using unsplit FDTD .

Keywords : left-handed material (LHM) , unsplit , finite-difference time domain (FDTD) , Drude

PACC : 3220D , 4110H

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60571026) , Post Doctorate Science Foundation (Grant No. 20060400821) and the Aeronautic Science Foundation (Grant No. 20060112105) .

[†] E-mail : fjh@hit.edu.cn