

# 高次谐波辐射发射特性研究<sup>\*</sup>

葛愉成<sup>†</sup>

(北京大学技术物理系和核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871)

(2007 年 11 月 20 日收到, 2007 年 12 月 23 日收到修改稿)

报告由不同脉冲宽度(半高宽, FWHM)和不同载波-包络相位(CEP,  $\phi$ )的激光产生的高次谐波辐射能量输出时间特性即发射特性的研究结果. 计算表明, 由宽度为几个周期的激光产生的高次谐波辐射的截止能量明显低于由无限长脉冲宽度激光产生的截止能量  $\hbar\omega_{\max} = 3.17U_p + I_p$  (其中  $\omega_{\max}$  为光子角频率,  $U_p$  和  $I_p$  分别为激光有质动力势和原子的电离能). 例如, 由两周期(FWHM),  $\phi = 15^\circ$  的激光产生的高次谐波辐射的截止能量为  $\hbar\omega_{\max} = 2.90U_p + I_p$ , 此时发射特性单脉冲(即分布单脉冲)具有最大的能量带宽  $0.86U_p$ . 脉冲中心位置的载波相位和时间宽度分别为  $0.94$  rad(弧度)和  $1.29$  rad. 而该激光脉冲在  $\phi = -75^\circ$  时能产生截止能量为  $\hbar\omega_{\max} = 2.70U_p + I_p$ , 最大能量带宽为  $0.70U_p$  的双分布脉冲, 其中心位置分别为  $-0.58$  rad 和  $2.43$  rad, 宽度分别为  $1.22$  rad 和  $1.33$  rad. 随着激光脉冲宽度的增加, 分布单脉冲的能量带宽比时间宽度下降得更快. 对于一定宽度的激光脉冲, 所产生的分布单脉冲的能量带宽和时间宽度的 CEP 依赖性显示出  $180^\circ$  的周期结构. 利用这个有趣的特点, 在实验上可以通过调节 CEP 来选择分布脉冲的能量参数, 也可用来定位和控制阿秒脉冲的时间参数. 理论分析指出, 只要选择合适的阿秒 X 射线能量带宽, CEP 不稳定性对于光电子谱和测量结果的影响将大为降低, 甚至在最大程度上消除这种影响. 这些研究结果不仅有助于在物理上深入了解高次谐波辐射的动力学过程, 而且对于进一步在实验上优化和选择阿秒单脉冲和双脉冲具有重要的参考和指导意义.

关键词: 高次谐波产生, 鞍点方法, 谐波发射特性, 分布脉冲

PACC: 3280, 3280F, 3320N, 3365F

## 1. 引言

随着超短脉冲(特别是只有几个振荡周期)激光技术的发展, 原子在强激光电场中产生高次谐波辐射(high-order harmonic generation, HHG)的研究, 一直是科学研究的热点之一. 通过 HHG, 可以获得阿秒超短真空紫外线(extreme ultra-violet, XUV)和软 X 射线光脉冲. 国外很多作者对 HHG 的原理和实验测量进行了全面深入地研究. 近十年来, 每年都有大量研究成果和实验数据发表在科学刊物上<sup>[1-5]</sup>. 理论研究方面, 1994 年 Lewenstein 等人提出了原子在激光场中产生高次谐波辐射的理论<sup>[6]</sup>. 国内很多作者对高次谐波的产生机理作了研究<sup>[7-11]</sup>. 近年来, 产生水窗波段 X 射线光源(波长  $4.37-2.33$  nm, 光子能量  $283.7-532.1$  eV)的研究为人们所重视<sup>[12, 13]</sup>. 由于超快速化学反应和生化反应中电子和

能量的转移往往发生在阿秒( $1 \text{ as} = 1 \times 10^{-18} \text{ s}$ )和飞秒( $1 \text{ fs} = 1 \times 10^{-15} \text{ s}$ )的时间尺度上, 因此能用阿秒和飞秒 X 射线脉冲通过光电效应来研究这些反应. 用水窗波段阿秒和飞秒 X 射线作为激发-探测(pump-probe)脉冲测量反应过程的时间分辨吸收谱和发射谱, 已成为认识化学反应动力学过程和生命物质的运动过程新的实验手段.

尽管如此, 人们对于 HHG 过程的了解并不十分清楚, 缺乏对于 HHG 能量输出时间特性(简称发射特性)的系统研究. 而这样的研究结果, 对于指导如何在实验上产生、优化和选择阿秒脉冲具有重要的科学意义. 为此, 我们在以前的工作<sup>[14]</sup>中, 分析研究了被无限长脉冲宽度的激光激发产生的 HHG 发射特性以及被超短激光脉冲激发产生的 HHG 发射特性的部分结果. 本文系统地研究 HHG 发射特性的激光脉冲宽度依赖性和载波-包络相位(carrier-envelope phase, CEP, 用  $\phi$  表示)依赖性. 利用这些

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 30675014)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: gyc@pku.edu.cn

研究结果,结合我们在文献[15—22]中提出的飞秒和阿秒 X 射线脉冲的测量方法,将推动超快速测量技术往更宽光子能量范围、更高时间测量精度方向发展,并促使分子电影技术的进步。

HHG 与原子(或离子)在强激光电场中的非微扰过程有关。量子力学和经典分析都表明,HHG 辐射能谱具有截止能量,一般可用  $\hbar\omega_{\max} = 3.17U_p + I_p$  表示,其中  $\omega_{\max}$  为光子角频率,  $U_p$  和  $I_p$  分别为激光的有质动力势和原子的电离能,单位 eV。根据 Lewenstein 理论<sup>[6]</sup>,对于 HHG 作出主要贡献的电子应该符合一定的空间、时间和能量条件,即鞍点条件。它们可以用电子的准经典作用量  $S(\mathbf{p}, t, \tau)$  的微商表示。 $S(\mathbf{p}, t, \tau)$  如下式所示:

$$S(\mathbf{p}, t, \tau) = \int_{t'}^t dt'' \left\{ \frac{[\mathbf{p} - \mathbf{A}(t'')]^2}{2} + I_p \right\}, \quad (1)$$

这里  $\mathbf{p}$  表示电子的正则动量  $\mathbf{p} = \mathbf{v} + \mathbf{A}(t)$ , 其中  $\mathbf{v}$  为电子的速度,  $\mathbf{A}(t)$  为激光场的矢量势。电子在  $t'$  时刻离开原子(或离子),在  $t$  时刻返回离子(或高阶离子),返回时间用  $\tau = t - t'$  表示。实际上  $S(\mathbf{p}, t, \tau)$  表示电子在激光电场中获得的波函数的相位因子。空间条件表示为  $\nabla_{\mathbf{p}} S(\mathbf{p}, t, \tau) = 0$ , 用它来确定电子的动量  $\mathbf{p}_{st}$ 。时间条件表示为  $\partial S(\mathbf{p}, t, \tau) / \partial \tau = [\mathbf{p} - \mathbf{A}(t - \tau)]^2 / 2 + I_p = 0$ , 用它来确定电子的返回时间  $\tau$ 。当  $I_p \neq 0$  时,  $\tau$  是一个复数,其中虚部表示电子隧穿时间,实部表示返回时间。能量条件表示为  $\partial S(\mathbf{p}, t, \tau) / \partial t = [\mathbf{p} - \mathbf{A}(t)]^2 / 2 - [\mathbf{p} - \mathbf{A}(t')]^2 / 2 = (2K + 1)\hbar\omega$ , 其中  $2K + 1$  表示谐波辐射的阶次。对于电偶极辐射  $2K + 1$  为奇数。当  $I_p / U_p \approx 0$  时,  $\tau$  的虚部是一个小量,它对于能量的修正也是一个小量,可以忽略。

为避免计算的复杂性,我们在  $I_p / U_p \approx 0$  条件下研究强线性极化激光场中的 HHG 过程及其发射特性。另外,用电子在电场中获得的动能  $E_{kin}(t) = [\mathbf{p}_{st} - \mathbf{A}(t)]^2 / 2$  的时间函数代表 HHG 的发射特性,其中  $t$  表示产生谐波辐射的时刻,其光子能量为  $(2K + 1)\hbar\omega = E_{kin}(t) + I_p$ 。激光脉冲形状采用高斯形包络函数,  $F(t) = \exp(-4\ln 2 \cdot t^2 / \tau_L^2)$ , 其中  $\tau_L$  为半高宽(full width at half maximum, FWHM)脉冲时间宽度。 $x$  方向线性极化激光电场用  $E_L(t) = E_a F(t) \cos(t + \Phi)$  表示,其中  $E_a$  为电场幅度。 $t$  表示时间或载波相位,用弧度(rad)单位。 $\Phi$  仍用角度表示。由于(1)式表示的是脉冲积分,我们采用数值

积分的方法进行计算。

## 2. 谐波发射特性计算

图 1(a) 显示与激光脉冲相关的函数。细实线表示  $\tau_L = 4\pi \text{ rad}$  (2 周期),  $\Phi = 0^\circ$  的激光电场(幅度  $E_0 = 1$ ) 随时间的变化,长划线和点划线表示载波包络形状。粗实线和点线分别代表已经符合 HHG 空间条件的准经典作用量函数  $S(\mathbf{p}_{st}, t, \tau)$  和电子的动能函数  $E_{kin}(t) = [\mathbf{p}_{st} - \mathbf{A}(t)]^2 / 2$ , 但它们的端点已经被平移到  $G$  点,即  $t = 1.21 \text{ rad}$  处相应电场强度值的位置,分别用  $S(\mathbf{p}, 1.21, 1.21 - t) / 2 + 0.34$  和  $E_{kin}(t) / U_p = [\mathbf{p} - \mathbf{A}(t)]^2 / 2 + 0.34$  表示。实际上图中粗实线和点线显示的分别是与电子返回时刻  $t = 1.21 \text{ rad}$  相关的作用量函数和电子的动能函数随返回时间  $1.21 - t$  的变化。由图可见,曲线  $S(\mathbf{p}, 1.21, 1.21 - t) / 2 + 0.34$  上的  $A'$ ,  $B'$  和  $C'$  点都符合产生 HHG 的时间条件。在这些点产生的电子都能对 HHG 有贡献,只是随着返回时间的不同和产生时刻电场强度的不同而具有不同的概率。与上述各点对应的电子动能值具有局部最大值,如  $A''$ ,  $B''$  和  $C''$  所示。图中  $A, B, C$  表示分别与  $A', B', C'$  各点相对应的电场强度值。其中以  $A$  点( $t = -2.8 \text{ rad}$ )产生  $G$  点返回的电子辐射最高能量  $\hbar\omega_{\max} = 3.17U_p + I_p$  的光子。

图 1(b) 是用与图 1(a) 所示相同的激光脉冲计算得到的 HHG 发射特性,用实点线表示。细实线表示电子返回时间在一个周期内( $\tau < 2\pi \text{ rad}$ ) 由无限长脉冲宽度的激光产生的发射特性的高斯拟合曲线  $h(t)$ <sup>[14]</sup> (极限位置,拟合曲线中心点  $t = 1.22 \text{ rad}$ , 实际在  $t = 1.25 \text{ rad}$ )。从图中可以看到如下一些有趣的特点: 1) 整个发射特性由若干个分布脉冲组成,总的时间宽度与激光脉冲相当。2) 每个分布脉冲由几组曲线组成,即每个时刻有不同能量的辐射光子产生,它们各自有不同的返回时间及周期数。时间越往后,单个分布脉冲所包含的曲线数目越多。3) 分布脉冲的出现频率为激光载波频率的 2 倍。4) 辐射光子的最高能量( $\hbar\omega_{\max} = 2.9U_p + I_p$ ) 明显低于无限长脉冲宽度的激光产生的最高光子能量  $\hbar\omega_{\max} = 3.17U_p + I_p$ 。5) 如果用不同能量带宽的光学滤波器筛选,可以得到不同数目的分布脉冲,且每个分布脉冲都为阿秒级脉冲。例如,在  $E_0 = 2.90U_p$  和  $E_1 = 2.26U_p$  之间(带宽  $0.63U_p$ ), 有一个主分布脉冲,

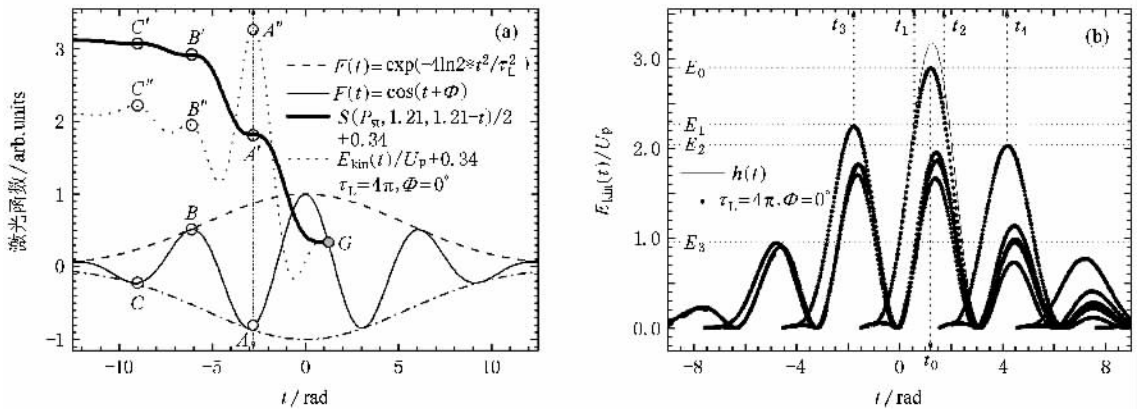


图 1 激光函数和 HHG 发射特性 (a) 细实线:  $\tau_L = 4\pi \text{ rad}$ ,  $\Phi = 0^\circ$  激光电场(幅度 1) 随时间的变化. 长划线和点划线: 载波包络形状. 粗实线: 平移后的准经典作用量函数  $S(p, 1.21, 1.21 - t) / 2 + 0.34$ . 点线: 平移后的电子动能函数  $E_{kin}(t) / U_p = [p - A(t)] / 2 + 0.34$ . 在 A 点( $t = -2.8 \text{ rad}$ ) 产生, G 点( $t = 1.21 \text{ rad}$ ) 返回的电子辐射最高能量  $\hbar\omega_{max} = 2.9 U_p + I_p$  的光子. (b) HHG 发射特性(实点线). 作为比较, 细实线表示电子返回时间在一个周期内, 由无限长脉冲宽度的激光产生的发射特性(极限位置)的高斯拟合曲线  $h(t)$

且不同时刻只对应一种能量的光子. 该单脉冲中心位置(载波相位)在  $t_0 = 1.21 \text{ rad}$ , 分布于  $t_1 = 0.54 \text{ rad}$  和  $t_2 = 1.72 \text{ rad}$  之间(时间宽度  $1.18 \text{ rad}$ ). 在  $E_0$  和  $E_2 = 2.03 U_p$  之间有两个分布脉冲, 而在  $E_0$  和  $E_3 = 0.95 U_p$  之间有 3 个分布脉冲(包括主脉冲), 两侧脉冲中心位置分别为  $t_3 = -1.83 \text{ rad}$  和  $t_4 = 4.12 \text{ rad}$ . 6) 主分布脉冲的中心位置  $t_0$  略微偏离极限位置  $t = 1.25 \text{ rad}$ . 上述特点表明高次谐波辐射的发射特性依赖于具体的激光参数, 如激光脉冲的宽度和 CEP. 进一步研究这些依赖性, 并以此作为参考, 将有助于在理论上分析和在实验上优化阿秒单脉冲和双脉冲.

### 3. 单脉冲和双脉冲发射特性

图 2(a) 和 (b) 分别显示了用与图 1 有相同脉冲宽度但  $\Phi = 15^\circ$  和  $-75^\circ$  的激光脉冲产生的高次谐波辐射的发射特性(实点线), 其中细实线表示  $h(t)$ . 图 2(a) 显示单个分布脉冲的截止能量为  $\hbar\omega_{max} = 2.90 U_p + I_p$ , 能量带宽  $0.86 U_p$ , 脉冲中心位置和时间宽度分别为  $0.94 \text{ rad}$  和  $1.29 \text{ rad}$ . 主脉冲及两侧脉冲在时间上基本对称. 如果增加滤波器的能量带宽, 可以得到三个分布脉冲. 图 2(b) 显示, 高度相同的分布双脉冲的截止能量为  $\hbar\omega_{max} = 2.70 U_p + I_p$ , 最大能量带宽  $E_2 - E_0 = 0.70 U_p$ , 其中心位置分别在  $-0.58 \text{ rad}$  和  $2.43 \text{ rad}$ , 宽度分别为  $1.22 \text{ rad}$  和  $1.33$

$\text{rad}$ . 从总体上看, 双脉冲及其两侧脉冲在时间上具有对称性. 双脉冲之间的间隔为  $3.01 \text{ rad}$ , 约半个周期 ( $3.14 \text{ rad}$ ). 这种时间间隔是 HHG 的固有属性, 与人为地从一个阿秒单脉冲进行分光、延迟所产生的双脉冲相比, 在时间上与激光周期参数相关. 如果其他因素(如 CEP 的稳定性和光学器件引起的脉冲时间抖动等)能保证与这两个脉冲相对应的输出光脉冲的强度分布不完全重叠, 则测量得到的结果可以作为一种对测量系统的时间校验(刻度)和脉冲定位信息, 这对于判定和评估测量系统的工作状况和性能指标有重要的参考意义.

在计算图 2 发射特性时,  $\Phi = 15^\circ$  和  $-75^\circ$  是经过选择的. 计算表明, 当  $\Phi = 195^\circ$  和  $105^\circ$  时, 计算得到的发射特性分别与图 2(a) 和 (b) 显示的输出特性几乎一样. 在其他 CEP 值, 不管是分布单脉冲还是双脉冲, 它们的最大能量、最大带宽、中心位置以及脉冲分布的时间对称性都会发生变化.

值得指出的是, 图 2(a) 和 (b) 所示的分布单脉冲和双脉冲, 实际上只是一种能量时间分布曲线, 并不表示实际发射的光脉冲强度分布. 测量得到的脉冲强度分布时间特性(即脉冲形状)还取决于能量带宽、光子波列长度分布、产生辐射的气体原子物质的宏观尺寸和密度分布以及传输过程等因素. 然而, 图 2(a) 和 (b) 所示的发射特性表明, 对于一定波长的激光脉冲, 只要选择合适的激光参数(激光脉冲时间宽度、CEP 和强度), 在发射特性上将可以得到优化的分布单脉冲、双脉冲和三脉冲等. 这些特点在阿

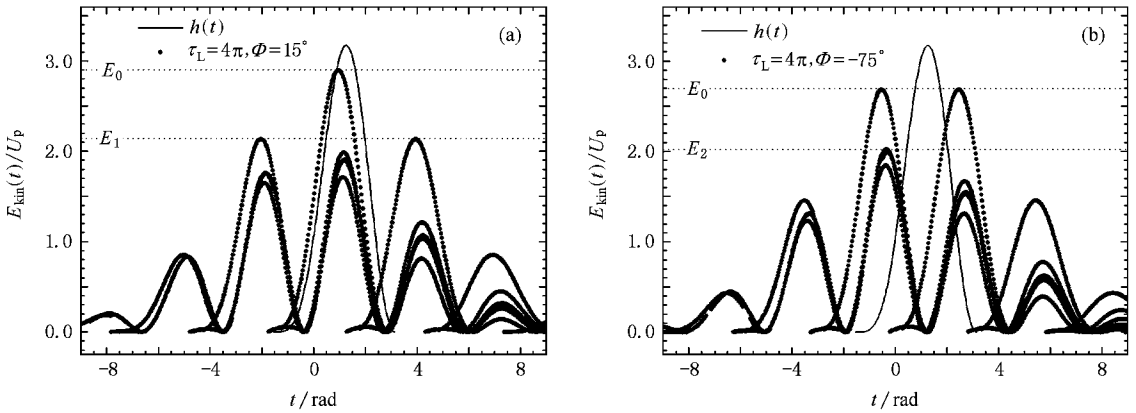


图 2 HHG 发射特性单脉冲(a)和双脉冲(b)(细实线表示  $h(t)$ )

秒脉冲的选择、定位、分离和测量等方面十分有用。

计算表明,不管是分布单脉冲,还是双脉冲,如果在能量最大值处取一个较小的带宽值  $\Delta K$  (eV),则所选取单脉冲的时间宽度  $\Delta\tau$  (rad)可以用下式作简单的估算<sup>[14]</sup>:

$$\Delta\tau = 2.44 \sqrt{\Delta K/U_p}. \quad (2)$$

(2)式是从高斯拟合函数  $h(t)$ 的顶点推导得到的。对于特定波长(如 750 nm,周期 2.5 fs)的激光,若  $\Delta\tau$  用飞秒表示,可用下式计算:

$$\Delta\tau = 0.97 \sqrt{\Delta K/U_p}. \quad (3)$$

### 4. 发射特性的激光脉冲宽度依赖性

图 3(a)和(b)分别显示了  $\Phi = 0^\circ$ 和不同宽度(FWHM,以周期数为单位)的激光脉冲产生的发射

特性单脉冲的能量信息和时间位置信息。图 3(a)中粗实线、细实线和点线分别表示分布单脉冲的最大能量  $E_0$ 、最小能量  $E_1$  和带宽  $\Delta E = E_0 - E_1$ 。从图中可以看出,随着激光脉冲宽度的增加, $E_0$ 、 $E_1$  和  $\Delta E$  都会发生变化。 $E_0$  和  $E_1$  是递增函数,极限值  $3.17U_p$  (点划线所示)。 $\Delta E$  是一个先增后减函数,在大约一个周期激光脉冲宽度(FWHM)处达到最大值,以后一直递减。这表明,随着激光脉冲宽度的增加,分布单脉冲的能量带宽越来越窄,要分离它将变得越来越困难。如果用较大能量带宽的滤波器选取,此时将得到脉冲序列。从图 3(b)可以看出,当激光脉冲宽度在 2 个周期(FWHM)以下变化时,分布单脉冲中心位置  $t_0$  (粗实线)、起始位置  $t_1$  (划线)和终止位置  $t_2$  (细实线)以及它们的时间宽度  $\Delta t = t_2 - t_1$  (点线)变化非常明显。 $\Delta t$  大约在一个周期激光

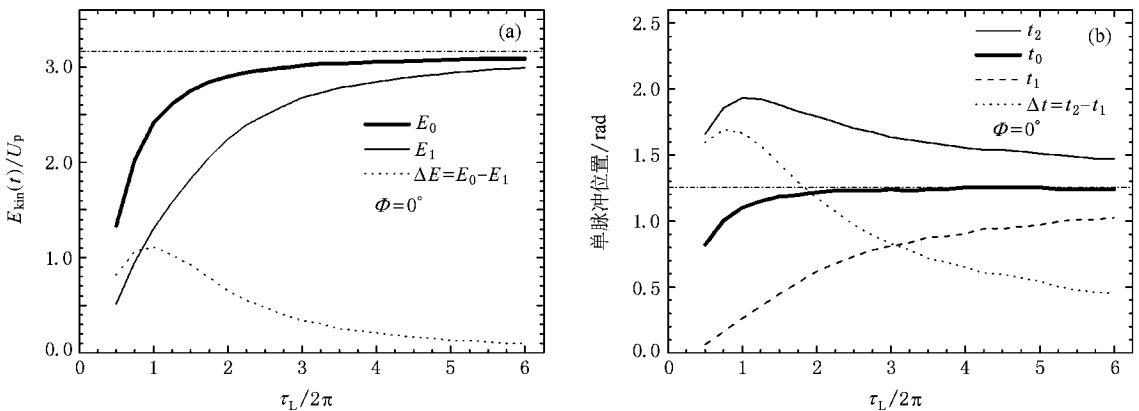


图 3  $\Phi = 0^\circ$ 激光产生的发射特性单脉冲参数的激光脉冲宽度依赖性 (a)分布单脉冲的能量位置(粗实线:分布单脉冲最大能量  $E_0$ 、细实线:最小能量  $E_1$ 、点线:带宽  $\Delta E = E_0 - E_1$ 、点划线: $E_0$ 的极限值  $3.17U_p$ );(b)分布单脉冲的时间位置(粗实线:分布单脉冲中心位置  $t_0$ 、长划线:起始位置  $t_1$ 、细实线:终止位置  $t_2$ 、点线:时间宽度  $\Delta t = t_2 - t_1$ 、点划线: $t_0$ 的极限位置  $t = 1.25$  rad)

脉冲宽度(FWHM)处达到最大值. 当激光脉冲宽度大于 2 个周期(FWHM)时,中心位置  $t_0$  更快达到极限位置  $t = 1.25 \text{ rad}$ ,但其他参数较慢地达到极限位置(此时  $\Delta t = 0$ ). 比较图 3(a)和(b)可以看出,在变化速度上,分布单脉冲的带宽  $\Delta E$  随着激光脉冲宽度的变化比  $\Delta t$  更快地达到极限值( $\Delta E = 0$ ). 这说明,要选取的分布单脉冲的能量带宽主要取决于激光的脉冲宽度,而分布单脉冲的时间宽度对于激光脉冲宽度的依赖性较小,即可以用相对较宽范围内的脉冲宽度参数的激光产生所需分布单脉冲.

## 5. 发射特性的 CEP 依赖性

图 4(a)和(b)分别显示了宽度为 2 周期  $\tau_L = 4\pi \text{ rad}$ 、不同 CEP 的激光脉冲产生的发射特性单脉冲的能量信息和时间位置信息. 图 4(a)中粗实线、细实线和点线分别表示分布单脉冲的最大能量  $E_0$ 、最小能量  $E_1$  和带宽  $\Delta E = E_0 - E_1$ . 从图中可以看出,随着 CEP 的增加, $E_0$ 、 $E_1$  和  $\Delta E$  都会发生变化,并表现

出间隔  $180^\circ$  的周期结构.  $E_0$  随着  $\Phi$  的增加而较快地变化,极限位置是  $2.90 U_p$ .  $E_1$  和  $\Delta E$  变化较快.  $E_0$  和  $\Delta E$  的局部极值位置相同,在  $-165^\circ$ 、 $15^\circ$  和  $195^\circ$  处达到最大值,在  $-255^\circ$ 、 $-75^\circ$  和  $105^\circ$  处达到最小值. 与此相反, $E_1$  在  $-165^\circ$ 、 $15^\circ$  和  $195^\circ$  处达到最小值,在  $-255^\circ$ 、 $-75^\circ$  和  $105^\circ$  处达到最大值.  $\Delta E$  在每个单调变化区域近似为线性函数. 从图 4(b)可以看出,当  $\Phi$  变化时,分布单脉冲中心位置  $t_0$ (粗实线)、起始位置  $t_1$ (长划线)和终止位置  $t_2$ (细实线)以及它们的宽度  $\Delta t = t_2 - t_1$ (点线)的变化非常明显,并表现出  $180^\circ$  的周期结构.  $\Delta t$  在  $-165^\circ$ 、 $15^\circ$  和  $195^\circ$  处达到最大值,在  $-255^\circ$ 、 $-75^\circ$  和  $105^\circ$  处达到最小值.  $\Phi$  在  $-75^\circ$ — $105^\circ$  的单调变化区间内,分布单脉冲中心位置  $t_0$  几乎线性变化.  $\Phi$  在  $-255^\circ$ 、 $-75^\circ$ 、 $105^\circ$  及  $285^\circ$  等处, $t_0$ 、 $t_1$  和  $t_2$  三条曲线发生折转. 这是由于在这些位置,分布单脉冲消失,高度相同的双脉冲出现. 并且随着  $\Phi$  的增加,前后两个分布脉冲的高低顺序发生变化. 在每个线性变化周期中, $t_0$  的变化范围正好为半个激光振荡周期.

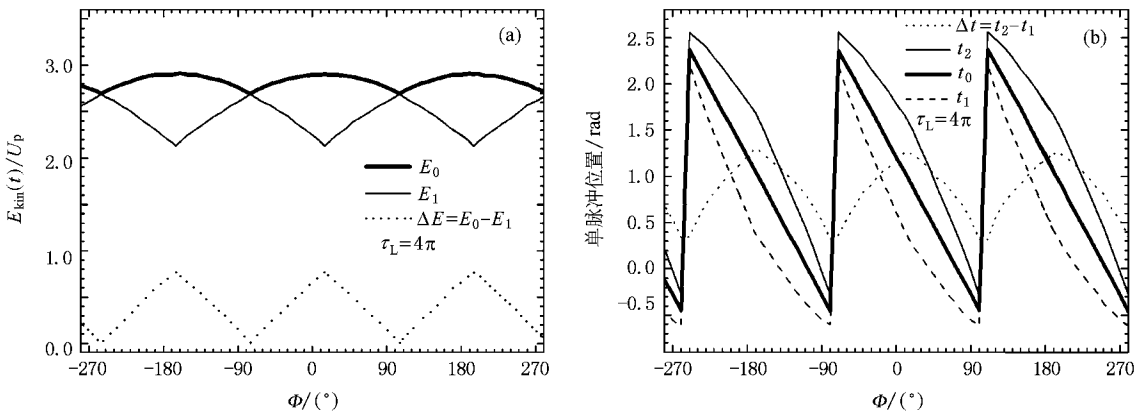


图 4 宽度为  $\tau_L = 4\pi \text{ rad}$  的激光脉冲产生的发射特性单脉冲参数的 CEP 依赖性 (a) 分布单脉冲的能量位置(粗实线:分布单脉冲最大能量  $E_0$ 、细实线:最小能量  $E_1$ 、点线:带宽  $\Delta E = E_0 - E_1$ );(b) 分布单脉冲的时间位置(粗实线:分布单脉冲中心位置  $t_0$ 、划线:起始位置  $t_1$ 、细实线:终止位置  $t_2$ 、点线:时间宽度  $\Delta t = t_2 - t_1$ )

为了证实发射特性单脉冲参数 CEP 依赖性的  $180^\circ$  周期结构的普遍性,我们具体计算了由波长  $750 \text{ nm}$ 、宽度  $\tau_L = 7 \text{ fs}$  ( $5.6\pi \text{ rad}$ , 2.8 个周期)的激光脉冲产生的发射特性单脉冲的 CEP 依赖性,如图 5(a)和(b)所示. 图 5(a)和(b)同样显示出了分布单脉冲能量信息和位置信息的  $180^\circ$  周期结构. 其中各个参数的极大、极小值的 CEP 位置与图 4(a)和(b)中的位置相同. 大量计算表明,HHG 发射特性单脉冲参数 CEP 依赖性的  $180^\circ$  周期结构具有普遍性. 在每个线

性变化周期中, $t_0$  的变化范围也正好为半个激光振荡周期.  $t_0$  始终跟随着 CEP 的变化,它们在时域上有相同的变化速度.

HHG 输出特性单脉冲的 CEP 依赖性表明:1) 尽管  $\tau_L = 4\pi \text{ rad}$  或  $\tau_L = 7 \text{ fs}$  很短,但由于电场函数是  $2\pi$  周期函数,因此分布单脉冲的能量和时间信息对  $\Phi$  表现出很好的  $180^\circ$  周期结构. 这种  $180^\circ$  周期结构(而不是  $360^\circ$  周期结构)是余弦性载波函数  $E_0(t) = E_a F(t) \cos(t + \Phi)$  和正弦性载波函数  $E_1(t) =$

$E_a F(t) \sin(t + \Phi)$  两者相位差  $\pi$  rad) 在产生谐波辐射过程中的同等性表现. 2) 在每个重复周期内,  $E_0$  有相对较小幅度的变化, 原因是  $t=0$  附近电场幅度 ( $E_a F(t)$ ) 变化较小. 3) 分布单脉冲中心位置  $t_0$  随着  $\Phi$  的线性变化预示着在阿秒 X 射线测量中只要将激光脉冲(或所选择的窄带 X 射线脉冲)在时间上延迟(或提前)特定时间(它可以用激光参数在  $\Phi = 0^\circ$  计算得到), CEP 的不确定性对于光电子谱及测

量结果的影响将大为降低, 甚至能在最大程度上消除这种影响. 这无疑具有重要的科学意义. 4) 对于确定的激光参数, 可以通过测量谐波最高能量判断 CEP 值, 或者用具有特定带宽的光学滤波器来选取特定范围内 CEP 的脉冲所发射的谐波(X 射线脉冲). 测量谐波最高能量谱可以确定 CEP 的分布. 这种归一化的分布值代表激光脉冲具有特定 CEP 的概率.

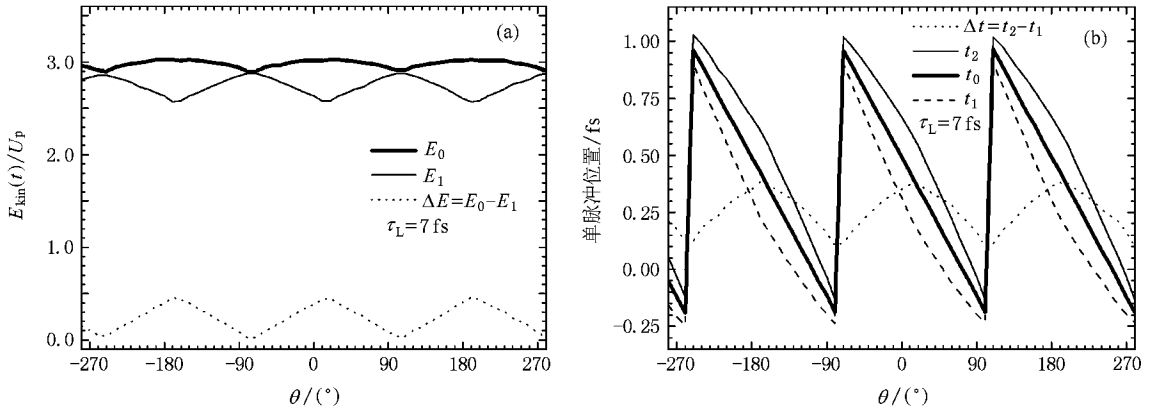


图5 宽度为  $\tau_L = 7$  fs ( $5.6\pi$  rad) 的激光脉冲产生的发射特性单脉冲参数的 CEP 依赖性 (a) 分布单脉冲的能量位置(粗实线:分布单脉冲最大能量  $E_0$ , 细实线:最小能量  $E_1$ , 点线:带宽  $\Delta E = E_0 - E_1$ ); (b) 分布单脉冲的时间位置(粗实线:分布单脉冲中心位置  $t_0$ , 划线:起始位置  $t_1$ , 细实线:终止位置  $t_2$ , 点线:时间宽度  $\Delta t = t_2 - t_1$ )

## 6. 结 论

根据 Lewenstein 理论和鞍点方法细致地分析了原子在飞秒线性极化强激光场中产生高次谐波辐射的动力学过程, 用不同的激光脉冲宽度和 CEP 参数计算了发射特性. 研究揭示了发射特性的许多重要特点. 计算表明, 由飞秒激光脉冲产生的高次谐波辐射的截止能量明显低于由无限长激光脉冲产生的截止能量. 由宽度为 2 周期(FWHM),  $\Phi = 15^\circ$  激光脉冲产生的高次谐波辐射的截止能量为  $\hbar\omega_{\max} = 2.90U_p + I_p$ , 发射特性单脉冲具有的最大能量带宽为  $0.86U_p$ , 脉冲中心位置(载波相位)和时间宽度分别为  $0.94$  rad 和  $1.29$  rad. 用该激光当  $\Phi = -75^\circ$  时, 能产生截止能量为  $\hbar\omega_{\max} = 2.70U_p + I_p$ , 最大能量带宽为  $0.70U_p$  的分布双脉冲, 其中心位置分别在  $-0.58$  rad 和  $2.43$  rad, 宽度分别为  $1.22$  rad 和  $1.33$

rad. 对于发射特性的激光脉冲宽度依赖性作了系统的计算和分析. 宽度为  $\tau_L = 4\pi$  rad 和  $\tau_L = 7$  fs ( $5.6\pi$  rad) 两种激光脉冲产生的发射特性的 CEP 依赖性一致地显示出  $180^\circ$  的周期结构. 这种  $180^\circ$  周期结构对于不同的激光脉冲宽度具有普遍性. 分析指出, 实验上只要选择合适的阿秒 X 射线脉冲能量带宽, CEP 不稳定性对于光电子谱和测量结果的影响将大为降低, 甚至能在最大程度上消除这种影响. 这些研究结果为在实验上优化、选择阿秒单脉冲和阿秒双脉冲提供了新的参考数据. 同时, 在理论上指出了通过调节 CEP 来控制 and 定位阿秒脉冲能量和时间信息的可行性.

感谢何海萍的支持和帮助, 感谢与 M. Lewenstein 教授 (the Institut de Ciencias Fotoniques), 北京大学江栋兴教授, 叶沿林教授, 陈金象教授, 刘洪涛教授的讨论.

- [ 1 ] Drescher M , Hentschel M , Kienberger R , Tempea G , Spielmann C , Reider G A , Corkum P B , Krausz F 2001 *Science* **291** 1923
- [ 2 ] Kienberger R , Goulielmakis E , Uiberacker M , Baltuska A , Yakovlev V , Bammer F , Scrinzi A , Westerwalbesloh T , Kleineberg U , Heinzmann U , Drescher M , Krausz F 2004 *Nature* **427** 817
- [ 3 ] Goulielmakis E , Uiberacker M , Kienberger R , Baltuska A , Yakovlev V , Scrinzi A , Westerwalbesloh T , Kleineberg U , Heinzmann U , Drescher M , Krausz F 2004 *Science* **305** 1267
- [ 4 ] Hentschel M , Kienberger R , Spielmann C , Reider G A , Milosevic N , Brabec T , Corkum P B , Heinzmann U , Drescher M , Krausz F 2001 *Nature* **414** 509
- [ 5 ] Drescher M , Hentschel M , Kienberger R , Uiberacker M , Yakovlev V , Scrinzi A , Westerwalbesloh T , Kleineberg U , Heinzmann U , Krausz F 2002 *Nature* **419** 803
- [ 6 ] Lewenstein M , Balcou P , Ivanov M Y , LHuillier A , Corkum P B 1994 *Phys. Rev. A* **49** 2117
- [ 7 ] Wu J H , Yan J M 2003 *Chin. Phys.* **12** 1390
- [ 8 ] Li P C , Zhou X X , Dong C Z , Zhao S F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 750 ( in Chinese ) [ 李鹏程、周效信、董晨钟、赵松峰 2004 物理学报 **53** 750 ]
- [ 9 ] Zheng Y H , Zeng Z N , Li R X , Xu Z Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2243 ( in Chinese ) [ 郑颖辉、曾志男、李儒新、徐至展 2007 物理学报 **56** 2243 ]
- [ 10 ] Zhang , Y P , Zhang F S , Meng K L , Xiao G Q 2007 *Chin. Phys.* **16** 83
- [ 11 ] Zhou Z Y , Yuan J M 2007 *Chin. Phys.* **16** 675
- [ 12 ] Spielmann Ch , Burnett N H 1997 *Science* **278** 661
- [ 13 ] Schn rer M , Spielmann Ch , Wobrauschek P , Strelt C , Burnett N H , Kan C , Ferencz K , Koppitsch R , Cheng Z , Brabec T , Krausz F 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3236
- [ 14 ] Ge Y C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2899 ( in Chinese ) [ 葛愉成 2008 物理学报 **57** 2899 ]
- [ 15 ] Ge Y C 2006 *Phys. Rev. A* **74** 015803
- [ 16 ] Ge Y C 2006 *Chin. Phys.* **15** 2909
- [ 17 ] Ge Y C 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 349
- [ 18 ] Ge Y C 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1916
- [ 19 ] Ge Y C 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 143
- [ 20 ] Ge Y C , Li Y J , Kang K J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2669 ( in Chinese ) [ 葛愉成、李元景、康克军 2005 物理学报 **54** 2669 ]
- [ 21 ] Ge Y C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2653 ( in Chinese ) [ 葛愉成 2005 物理学报 **54** 2653 ]
- [ 22 ] Ge Y C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3386 ( in Chinese ) [ 葛愉成 2006 物理学报 **55** 3386 ]

# Emission properties of high-order harmonic generation<sup>\*</sup>

Ge Yu-Cheng<sup>†</sup>

(*Department of Technical Physics and State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology, Peking University, Beijing 100871, China*)

(Received 20 November 2007; revised manuscript received 23 December 2007)

## Abstract

Reported are the emission properties (energy-time distributions) of high-order harmonic generation (HHG) calculated for lasers of different pulse durations ( $\tau_L$ , in units of radian) in full width at half maximum (FWHM) and different carrier-envelope phases (CEPs,  $\Phi$ ). Calculations demonstrate that the cutoff energy of HHG spectrum produced by a few-cycle laser is less than that by an infinite duration laser ( $\hbar\omega_{\max} = 3.17U_p + I_p$ , where  $\omega_{\max}$  is the angular frequency of the photon,  $U_p$  the ponderomotive potential of the laser field, and  $I_p$  the atomic ionization potential). A  $\tau_L = 4\pi$  rad,  $\Phi = 15^\circ$  laser can produce a single distribution pulse peaked at 0.94 rad and spanning 1.29 rad with a cutoff energy  $\hbar\omega_{\max} = 2.90U_p + I_p$  and a bandwidth  $0.86U_p$ . For the same laser but with  $\Phi = -75^\circ$ , double distribution pulses occur with equal amplitudes, cutoff energy  $\hbar\omega_{\max} = 2.70U_p + I_p$  and bandwidth  $0.70U_p$ . These two pulses are peaked at  $-0.58$  rad and  $2.43$  rad, span 1.22 rad and 1.33 rad, respectively. Calculations also demonstrate that the bandwidth of a selected distribution pulse decreases much faster than its duration as the laser duration grows. The CEP dependence of the single distribution pulse parameters (its energy and time positions) show interesting  $180^\circ$  periodic structures. These features enable us to select attosecond pulse parameters and temporally control them by adjusting CEP. Theoretical analysis shows that the influences of CEP instability on the measured photoelectron spectra and the experimental results may be weakened to the maximum extent or even eliminated by choosing appropriate energy bandwidths of X-rays in attosecond measurements. All these results are helpful in realizing the HHG dynamic process. They can be used as new references in optimizing and selecting single and double attosecond pulses.

**Keywords** : high-order harmonic generation, saddle-point method, harmonic emission properties, distribution pulse

**PACC** : 3280, 3280F, 3320N, 3365F

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10675014).

<sup>†</sup> E-mail : gyc@pku.edu.cn