# 窄频带 Lamb 波频散特性研究\*

李富才 孟光

(上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室,上海 200240) (2007年11月6日收到 2007年12月7日收到修改稿)

利用连续小波变换对从铝合金板结构中俘获的 Lamb 波信号进行分析,获得波信号在时间-尺度域的等高线和 等高线脊线.根据 Lamb 波的频散特征、时间-尺度域等高线脊线的斜率和波在不同尺度下的到达时间,识别了 Lamb 波信号中各信息包的模式,并匹配出基础阶模式窄频带 Lamb 波在铝合金板结构中传播的实际频散曲线.对试验的 Lamb 波信号分析的结果表明该方法对于研究和应用窄频带 Lamb 波的频散特性是有效的.

关键词:连续小波变换,Lamb波,频散 PACC:4320,4735,6230

# 1.引 言

由于可以在板壳结构介质中远距离传播 超声 导向波(Rayleigh 波<sup>11</sup>和 Lamb 波)得到了广泛的关 注.对 Lamb 波的研究是导向波研究领域的一个重 要分支 ,它的传播特性与板壳结构材料的特性( 例如 层间界面力学特征[2]等)密切相关,在传播过程中, Lamb 波会产生频散效应,即无限多模式的 Lamb 波 同时独立地在结构中传播,而且各模式 Lamb 波在 传播过程中是频散的.Lamb 波频散特性的物理表现 为 某一模式的 Lamb 波被具有有限时间长度的激 励信号激励后,当其远离激励源进行传播时,Lamb 波会同时在时间和空间上呈现延展状态[3] 同时各 模式 Lamb 波的传播速度随着波频率的变化而改 变.Lamb 波这种不可避免的频散特性在很大程度上 限制了对它的有效应用. Lamb 波的频散特性以及减 弱频散特性影响的方法研究是导向波研究和应用领 域的一个重要前沿课题.

为了减弱 Lamb 波频散特性的影响,许多研究 者采用具有有限时间长度的调幅正弦脉冲信号作为 激励波,从而在结构中激励出 Lamb 波<sup>[4-6]</sup>. Alley 和 Cawley 提出一种"无频散效应点"的概念,即通过合 理地选择窄频带激励波来消除 Lamb 波的频散效应 的影响(即无频散效应区域)<sup>71</sup>.这种说法其实是不 正确,或者至少说是误导的<sup>[3]</sup>.因为,即使在 Lamb 波 频散曲线上存在波速相对稳定的区域,但无限窄的 激励信号是物理不可实现的.因此,在任何条件下所 产生的各 Lamb 波模式都应该被认为是频散的<sup>[3]</sup>.为 减小频散特性的影响,具有有限时间长度的窄频带 调幅正弦脉冲信号通常被用于激励 Lamb 波.由于 Lamb 波的频散特性同时包括波信号在时域和频域 的特征,因此许多时频分析方法已经被用于 Lamb 波的研究和分析,例如在冲击激励条件下应用短时 傅里叶变换<sup>[8,9]</sup>和 Wigner-Ville 分布<sup>[10]</sup>等方法进行 Lamb 波频散曲线拟合.但是,冲击信号的宽频带以 及 Lamb 波本身的频散特性使得采用这种方法难以 识别各波模式,而且所拟合的频散曲线误差较大.

针对 Lamb 波频散效应的不可避免性,本文基 于小波变换理论,利用而不是避开 Lamb 波的频散 特性,提出了一种基于时间-尺度域的窄频带 Lamb 波频散特性分析方法;以具有各向同性的铝合金板 结构为例,获得 Lamb 波信号在时间-尺度域上的等 高线和等高线脊线;从而在窄频带上分析 Lamb 波 频散特性,并识别 Lamb 波信号中各信息包的波模 式.本文简单介绍了连续小波变换和 Lamb 波在板 结构中的传播,利用试验的方法获得在铝合金板结 构中传播的窄频带 Lamb 波信号,并对其进行频散 特性分析,应用结果表明本文提出的方法对窄频带 Lamb 波的频散特性分析和应用上是有效的.

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:10702041,50575146,10528206)和科技部国际合作重点项目(批准号:2005DFA00110)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail :fcli@sjtu.edu.cn

2.小波变换与 Lamb 波

#### 2.1.小波变换

由于具有优秀的时间-频域分析能力和信息敏 感性,小波变换在很多领域都成为最有效的时频分 析工具之一.小波基函数定义为<sup>[11,12]</sup>

$$\psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) , \qquad (1)$$

其中 a 是频域伸缩因子(或称为尺度因子),b 是时 域平移因子. $\phi(t)$ 是母小波,满足 $\int \phi(t) dt = 0.因$ 此,一个信号 x(t)的连续小波变换可以定义为

CWI( 
$$a$$
 , $b$  ) =  $\frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \overline{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$  , (2)

其中  $\vec{\mu}(t)$ 为  $\psi(t)$ 的共轭 ,CWT(a,b) 是连续小波变 换系数( $a \neq 0$ ).由(2)式可以看出,信号 x(t) 经过连 续小波变换后的直接结果是在时间(b)-尺度(a) 域.然后可以利用尺度与频率的关系映射到时频域. 为了直观描述小波变换的结果 本文将在时间-尺度 域进行 Lamb 波信号分析.

### 2.2.Lamb 波<sup>[13]</sup>

板壳结构中的 Lamb 波是由于导向纵波与横向 剪切波在结构的弹性层叠加而形成的.在板状结构 中传播的 Lamb 波有对称模式和反对称模式两种, 它们相互独立地在结构中传播. Rayleigh-Lamb 波的 对称模式和反对称模式波的传播公式为<sup>[13]</sup>

$$\frac{\tan\beta d}{\tan\alpha d} = -\frac{4\alpha\beta\xi^2}{(\xi^2 - \beta^2)^2}, \qquad (3a)$$

$$\frac{\tan\beta d}{\tan\alpha d} = -\frac{\left(\xi^2 - \beta^2\right)^2}{4\alpha\beta\xi^2}, \qquad (3b)$$

其中 d 是板厚度的 1/2 ;波数  $\varepsilon$  与波长  $\lambda$  满足  $\varepsilon = 2\pi/\lambda$ ; $a^2 = (\omega^2/c_1^2) - \varepsilon^2$ ; $\beta^2 = (\omega^2/c_2^2) - \varepsilon^2$ (其中  $\omega$ )为角频率)纵波的波速  $c_1$ 和横波的波速  $c_2$ 分别为

$$c_{1} = \sqrt{\left(\frac{1-\nu}{1-\nu-2\nu^{2}}\right)\frac{E}{\rho}},$$

$$c_{2} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$
(4)

其中 E 是板材料的杨氏模量  $\rho$  是材料密度  $\mu$  是材 料的泊松比.最终可以通过

$$c_{g} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\xi} \tag{5}$$

计算对称模式和反对称模式波在板状结构中传播的 组速度。

## 3. 窄频带 Lamb 波频散特性

理论上,Lamb 波的频散曲线可以通过(3)(4) 和(5)式计算获得.但是,材料参数的测量误差会影 响频散曲线的精度,并最终导致 Lamb 波应用中的 误差(例如基于 Lamb 波的损伤识别和定位研究 等).为了满足实际应用的需求,有必要对 Lamb 波 传播的实际频散特性进行研究,从而获得 Lamb 波 的实际频散曲线.在目前的很多文献中,通常采用压 缩 Lamb 波激励信号在频域的带宽来降低频散效应 的影响,即采用窄带信号作为激励波,例如采用具有 有限周期的汉宁窗调幅正弦波脉冲信号<sup>4-61</sup>.假设 具有 n 个正弦周期的调幅脉冲信号的中心频率为 $f_0$ (即正弦信号的频率),那么其频带宽度区间的下限  $f_{mb}$ 和上限  $f_{max}$ 可以通过下式计算<sup>[3]</sup>:

$$f_{\min} = \left(1 - \frac{k}{n}\right) f_0 f_{\max} = \left(1 + \frac{k}{n}\right) f_0 , \quad (6)$$

其中 k 是常数.由(6)式可知,调幅脉冲信号的频带 宽度随着正弦波周期数 n 的增大而变窄.因此 激 励信号的周期数 n 越大,其频域带宽就越窄,由频 散效应引起的 Lamb 波在时域的延展程度就越小. 传播一段距离后,每个 Lamb 波信息包的持续时间 由两方面的因素组成[7]:1)入射波的持续时间,记为 T<sub>in</sub> 2)由频散效应引起的时间延展,记为 T<sub>disp</sub>.根据 Lamb 波频散特性的物理解释,增加调幅脉冲入射波 信号的周期数可以有效减弱频散效应的影响 ,即减 小 T<sub>disp</sub> 但同时会增大 T<sub>in</sub>.为了尽量减弱频散效应 在 Lamb 波应用中的影响,需要根据实际结构优化 入射波信号 从而最大程度地降低频散效应的影响. 但如前所述 物理可实现的入射波信号总是具有一 定的频带宽度,因此,研究窄频带 Lamb 波传播的频 散特性对 Lamb 波的应用具有重要的意义,不失一 般性 本文采用具有 5 个周期的汉宁窗调幅正弦脉 冲作为入射波 以铝合金板结构为对象 研究基础阶 对称( $S_0$ )和反对称( $A_0$ )模式 Lamb 波的频散特性和 应用

### 3.1. 窄频带 Lamb 波模式识别及实际频散曲线拟合

板壳结构目前在诸如航空、航天等许多行业得 到广泛的应用,结构的材料也多种多样(例如航空航 天飞行器中铝合金和复合材料板壳结构),在某些复 合材料结构中,Lamb 波的传播具有方向性<sup>14]</sup>.本文 以具有各向同性的铝合金板为例,研究窄带 Lamb 波在板状结构中传播的频散特性.由于采用各向同 性的铝合金结构 Lamb 波传播的方向性可以忽略. 研究中用到的板结构及尺寸如图 1 所示,板采用四 周固支的边界条件;试验中应用三个压电陶瓷传感 器(PZT),它们分别作为 Lamb 波的激励器(A)和俘 获 Lamb 波信号的传感器( $S_1$ 和  $S_2$ ),三个 PZT 传感 器的安装位置如图 1 所示,本文的试验分两个步骤 进行:首先,在没有图1中所示"切口"的条件下激励 并采集 Lamb 波信号 :然后 ,在图 1 中" 切口 "所示位 置加工一个通透切口槽,再次进行试验,试验结构的 铝合金材料参数列于表 1 中. 应用(3) (4)和(5)式 计算得到的铝合金板中  $S_0$  和  $A_0$  模式 Lamb 波传播 的频散曲线如图 2 所示.



#### 图1 试验中的铝合金板结构示意图及几何参数

表1 铝合金板材料
-----------





图 2 铝合金板结构中  $S_0$  和  $A_0$  模式 Lamb 波传播的频散曲线

依据 Lamb 波的频散特性,至少会有两种模式 的 Lamb 波被同时激励出来(即基础阶对称和反对 称模式:*S*<sub>0</sub>和 *A*<sub>0</sub>模式),它们在 Lamb 波的应用领域 得到了最广泛的关注.虽然研究者曾采用特定的激 励方式来消弱某些模式 Lamb 波的强度(例如采用 在板的两个表面激励方式[15]),但是这些方式只能 部分地消弱、而不能完全地消除某些模式 Lamb 波 的产生.本文将从 Lamb 波信号中各信息包波模式 的识别和窄频带 Lamb 波频散曲线的测定来研究 Lamb 波的频散特性,研究中采用的汉宁窗调幅脉冲 信号的中心频率分别为 30 kHz 和 300 kHz,根据 Lamb 波在板壳结构中传播的频散曲线,综合考虑这 两个激励频率和铝合金板的厚度,只有 $S_0$ 和 $A_0$ 两 种模式的 Lamb 波会被激励出来,试验中采用 30 kHz 和 300 kHz 中心频率激励信号时, Lamb 波信号的采 样频率分别为 1.28 MHz 和 20.48 MHz,在图 3 中,以 30 kHz 中心频率激励信号为例显示了激励信号的时 域和频域波形.该激励信号在频域表现为具有一定 带宽的窄频信号 带宽为图 3(b)中"D Zone"所圈定 的区域.



图 3 激励信号的波形 (a)时域波形 (b)频域波形

在没有"切口"的情况下,本文首先采用 300 kHz 中心频率的激励信号进行激励.利用传感器 S<sub>1</sub> 和 S<sub>2</sub> 所采集的 Lamb 波信号分别如图 4( a )和( b )所示. 为方便起见,本文中时域信号均采用归一化幅值.传 感器  $S_1$  采集的信号包括 3 个相对独立的波信息包, 分别用 PI,PII 和 PIII 表示,如图 4(a)所示.依据图 2 中 Lamb 波传播的频散曲线, $S_0$  波的传播组速度最 大.因此,可以初步判断传感器  $S_1$  所采集的第一个 信息包 PI 是  $S_0$  模式的波信息包,但却难以判断波 信息包 PII 和 PIII 的模式.



图 4 试验中采集的 Lamb 波信号 (a) 传感器 *S*<sub>1</sub> 采集的波信 号 (b) 传感器 *S*<sub>2</sub> 采集的波信号

由于采用窄频带的激励源,因此所采集的 Lamb 波信号也是窄频带信号.Lamb 波的频散特性包括两 个方面:1 )波的多模式共存;2 )各模式 Lamb 传播的 组速度随着频率的变化而改变.因此,Lamb 波频散 特性的研究也就包括两个方面:1 )波模式的确定;2 ) 波实际传播的频散曲线在相应频带的拟合.要拟合 波在某频带的频散曲线,就需要估计各波模式在不 同频率点的精确到达时间.而仅仅根据图4中的时 域信号很难确定波在不同频率的到达时间.本文采 用了基于9阶复高斯小波基函数的连续小波变换方 法进行分析,分析结果在时间-尺度域进行表示.对 传感器 S<sub>1</sub> 采集的 Lamb 波信号的小波变换时间-尺 度域等高线如图5 所示.其中 AT<sub>1</sub>,AT<sub>2</sub> 和 AT<sub>3</sub> 是依 据趋势手工绘制的每个波信息包的等高线脊线.连 续小波变换中尺度与频率的对应关系为

$$F_a = \frac{F_c}{a \cdot \Delta} , \qquad (7)$$

其中  $\Delta$  是信号的采样周期(采样频率的倒数), $F_e$  为 小波基函数得中心频率, $F_a$  是与尺度 a 相对应的频 率.因此 连续小波变换中尺度与频率成反比关系.



图 5 *S*<sub>1</sub> 所采集的 Lamb 波信号的时间-尺度域等高线与手工绘制的脊线趋势

根据图 2 中的频散曲线 , $S_0$  模式 Lamb 波的传播组速度( 与  $S_0$  模式波到达时间成反比 )随着波频率的增加而降低 ,相反地 , $A_0$  模式 Lamb 波的传播速度( 与  $A_0$  模式波到达时间成反比 )随着波频率的增加而增加.综合考虑 Lamb 波的频散曲线以及波传播速度与到达时间的关系 ,可以得出以下结论 :基础 阶对称  $S_0$  和反对称  $A_0$  模式 Lamb 波的变化趋势相反 ,即在 Lamb 波信号连续小波变换的时间-尺度域 , $S_0$  模式波信息包等高线脊线的斜率为负数( 即负斜率 ), $S_0$  模式波信息包等高线脊线的斜率为正数( 正斜率 ).因此 ,由图 5 中手工绘制的等高线脊线趋势可以推论出图 4( a )中波信息包 PI 和 PIII 是  $S_0$  模式 b Lamb 波 ,波信息包 PII 为  $A_0$  模式 Lamb 波.

为了精确地分析 Lamb 波的频散特性,同时消除 Lamb 波信号中信息包 PII 和 PIII 部分地重叠造成的影响,图 4(b)中的 Lamb 波信号被从信号叠加处截断,然后进行分析,连续小波变换时间-尺度域的等高线脊线利用求解各尺度下各信息包包络最大值的方法精确地获得.利用传感器  $S_1$  和  $S_2$  俘获的Lamb 波信号在时间-尺度域的等高线和等高线脊线 分别如图 f(a)和(b)所示.图 f(a)中 PI 信息包的等高线脊线为负斜率,PII 信息包等高线脊线的斜率为正斜率,如图 f(a)所示.因此,图 f(a)中信息包 PI 为



图 6 Lamb 波信号的时间-尺度域等高线和等高线脊线

 $S_0$ 模式的 Lamb 波, PII 为  $A_0$ 模式的 Lamb 波. 由于 它们分别是传感器  $S_1$  收到的第一个  $S_0$ 模式和  $A_0$ 模式的 Lamb 波,因此判定它们都是由图 1 中激励器 A 激励后,传播了 A 到  $S_1$  之间的直线距离后产生 的.类似地,图 4(b)中的信息包 P 是  $S_0$ 模式的 Lamb 波,它是激励后第一个  $S_0$ 模式的 Lamb 波信息包传 输到传感器  $S_2$  处所产生的.以上分析表明,利用连 续小波变换时间-尺度域的等高线脊线的斜率特性, 可以清楚地判别窄频带 Lamb 波信号中各信息包的 模式,即在时间-尺度域,等高线脊线为负斜率的波 信息包为  $S_0$ 模式的 Lamb 波,等高线脊线为正斜率 的波信息包为  $A_0$ 模式的 Lamb 波信息包.

此外,时间-尺度域等高线脊线在各尺度上对应 点的时间坐标也就是在该尺度(或者说频率点)上该 Lamb 波信息包的准确到达时间.因此,各模式 Lamb 波在结构中传播的组速度也就可以通过波的准确到 达时间和传播距离来估计.同时,而尺度与频率的转 换关系可以通过(7)式获得.因此,可以利用 *S*<sub>1</sub> 和 *S*<sub>2</sub> 所采集的 Lamb 波信号中各信息包的准确到达时 间和传播距离来拟合  $S_0$  和  $A_0$  模式 Lamb 波在激励 频带内的频散曲线,采用中心频率为 300 kHz 激励 信号后所产生的 Lamb 波信号在 200 kHz 到 640 kHz 的频带范围内相对较强,应用时间-尺度域 Lamb 波 信号等高线脊线和传感器布置所拟合的相应频带的 Lamb 波频散曲线如图 7 所示. 在本文中, 由于试验 中用到的铝合金板结构材料的力学参数(见表1)测 试相对比较精确.因此,从图 7 中可以看出,Lamb 波 频散特性的理论曲线与通过时间-尺度域等高线脊 线获得的频散曲线基本符合.类似地,采用 30 kHz 中心频率的激励波对铝合金板结构进行激励.根据 文献 5 的结论,当采用低中心频率波(≤100 kHz) 激励时 ,1.6 mm 铝合金板中  $S_0$  模式的 Lamb 波相对 较弱,因此只能分析 A。模式的 Lamb 波信号.采用 时间-尺度域等高线脊线的方法获得的 30 kHz 中心 频率频带的  $A_0$  模式 Lamb 波频散曲线如图 8 所示.



图 7 300 kHz 激励下窄频带 Lamb 波在铝合金板中传播的频散 曲线 theory 代表理论频散曲线 ; $S_0$  actual 1 代表利用波信息包 PI 所获得的  $S_0$  模式 Lamb 波的实际频散曲线 ; $S_0$  actual 2 代表利用 波信息包 P 所获得的  $S_0$  模式 Lamb 波的实际频散曲线 ; $A_0$  actual 1 代表利用波信息包 PII 所获得的  $A_0$  模式 Lamb 波的实际频散 曲线 )

更进一步,应用本方法获得的  $S_0$ 模式 Lamb 波 在该频带中各频率点的传播速度和波信息包 PIII (如图 4(a))在时间-尺度域等高线脊线中各尺度上 的到达时间,计算出 PIII 在到达传感器  $S_1$ 之前所传 播的距离约为 400 mm.根据图 1 所示的传感器布置 和铝合金板结构的尺寸,推断出:经激励器 A 激励 后,在图 1 所示铝激励器所在位置的四周产生  $S_0$ 和  $A_0$ 模式的 Lamb 波,传感器  $S_1$ 首先俘获到从传感器 A 处直接传播过来的组速度最快的  $S_0$ 模式 Lamb 波 信息包(即图 4(a)中 PI);然后收到来自于传感器 A



图 8 30 kHz 激励下窄频带 Lamb 波的频散曲线( $A_0$  theoretical 代 表  $A_0$  模式 Lamb 波的理论频散曲线; $A_0$  experimental 代表应用本 研究方法获得的  $A_0$  模式 Lamb 波实际传播的频散曲线)

处直接传播过来的组速度相对较慢的  $A_0$  模式 Lamb 波信息包( 即图 4( a )中的 PII );根据 400 mm 的传播 距离 随后收到经铝合金板左边界反射后传播过来 的  $S_0$  模式 Lamb 波信息包( 即图 4( a )中的 PIII ).

因此,应用基于连续小波变换的时间-尺度域等 高线脊线可以有效识别窄频带 Lamb 波信号中基础 阶 Lamb 波的模式;而且,基础阶 Lamb 波模式的实 际频散曲线可以通过窄频带的激励获得.此外,在本 文中提出的方法可以被推广,即采用有限次的试验 就可以获得基础阶 Lamb 波模式在宽频带上的实际 频散曲线.

3.2.时间-尺度域频散特性的应用

为了研究基于时间-尺度域等高线脊线的应用, 一个贯穿板厚度的切口被加工在前述铝合金板上传 感器  $S_1$  和  $S_2$  之间,距离激励器 A 的距离为 250 mm 切口的尺寸为 0.6 mm 宽、10 mm 长 ,如图 1 所 示.采用 300 kHz 中心频率激励波进行激励,利用传 感器  $S_1$  对 Lamb 波信号进行采集.在该试验条件下 应用基于连续小波变换所得的时间-尺度域等高线 和等高线脊线如图 g( a)所示. 与没有切口情况下所 采集的 Lamb 波信号在时间-尺度域分析结果(如图 € a)所示)相比,加工切口后,Lamb 波信号的时间-尺度域等高线图中在 0.07 ms 附近出现了一组额外 的等高线,很明显,该额外等高线脊线的趋势在时间 -尺度域为负斜率.依据前述分析结果,说明与该等 高线相应的 Lamb 波信号中的信息包应该是一个  $S_0$ 波信息包,它是由于铝合金板中切口的引入所致,即 该信息包是由于切口反射所引起的 $S_0$ 模式的Lamb 波信息包.切口的位置可以通过该信息包在各尺度 的到达时间和前面所获得的 S<sub>0</sub> 模式 Lamb 波实际传 波的频散曲线计算估计 即

$$(a) = 200 + \frac{R_a \cdot V_a - 200}{2}$$
, (8)

其中,I(a)代表切口与激励器 A 之间的距离(单位为 mm), $R_a$  是等高线脊线在 a 尺度上波的到达时间 (单位为 ms), $V_a$  是试验中获得的  $S_0$  模式 Lamb 波在 a 尺度下的实际传播组速度(单位为 mm/ms,如图 7)200 是激励器 A 到传感器  $S_1$  之间的距离(单位 为 mm).利用(8)式得到的切口位置估计如图 9(b) 所示.采用时间-尺度域等高线脊线和前述 Lamb 波 实际频散曲线得到的切口位置最大误差为 1.8 mm. 相比较而言,采用 Lamb 波传播的理论组速度计算 得到的切口位置误差为 5 mm.因此,采用本文提出 的时间-尺度域等高线方法可以更精确地得到切口 的位置.



图 9 时间-尺度域 Lamb 波频散特性应用 (a)Lamb 波信号的时间-尺度域等高线和等高线脊线 (b)切口位置估计结果(Actual:切口的实际位置 ;Estimated 利用 Lamb 波实际频散曲线和等高线脊线估计的位置 ;Theoretical :利用 Lamb 理论频散曲线和波在原始信号中的到达时间获得的切口位置)

本文应用连续小波变换的方法,在时间-尺度域 获得了窄频带 Lamb 波信号的各波信息包的等高线 和等高线脊线,在两个中心频率激励下分析和应用 了窄频带 Lamb 波信号在铝合金板结构中传播的频 散特性,本文的主要结论如下:

1.Lamb 波应用中的"无频散效应点"的情况是 物理不可实现的,在所有激励条件下在板壳结构中 传播 Lamb 波都是频散的.因此,有必要对 Lamb 波 的实际频散特性进行分析,从而实现对 Lamb 波精 确的应用.

2.利用连续小波变换对所采集的 Lamb 波信号 分析,获得分析结果的时间-尺度域表示,从而搜索 到信号中各波信息包的等高线和等高线脊线.由于 基础阶对称(S<sub>0</sub>)和反对称(A<sub>0</sub>)模式 Lamb 波理论频 散曲线的变化趋势是相反的,因此, $S_0$ 模式与 $A_0$ 模 式波信息包在时间-尺度域的等高线脊线斜率是相 反的,即 $S_0$ 波信息包的脊线为负斜率, $A_0$ 波信息包 的脊线为正斜率.基础阶 Lamb 波信息包的模式可 以通过时间-尺度域等高线脊线的斜率区分.

3.单频率激励波的物理不可实现性导致获得 Lamb 波传播的实际频散曲线的难度增加.利用 Lamb 波信号在时间-尺度域各信息包的等高线脊 线,可以拟合出窄频带 Lamb 波在该相应频带内传 播的频散曲线.因此,应用本文所提出的方法,用少 数几次试验就可以得到 Lamb 波在宽频带的实际传 播频散曲线.

4.应用本文所提出的方法,可以获得由于非连续介质(例如切口等)所导致的额外Lamb 波信息包的特征.结合其特征和波传播的实际频散曲线,实现 了对非连续介质的高精度定位.

- [1] Han Q B, Qian M Z, Zhu C P 2007 Acta Phys. Sin. 56 313 (in Chinese)[韩庆邦、钱梦、朱昌平 2007 物理学报 56 313]
- [2] Zhang H Y, Liu Z Q, Ma X S 2003 Acta Phys. Sin. 52 2492(in Chinese)[张海燕、刘镇清、马小松 2003 物理学报 52 249]
- [3] Wilcox P D, Lowe M S, Cawley P 2001 J. Intel. Mat. Syst. and Str. 12 553
- [4] Li F C , Su Z Q , Ye L , Meng G 2006 Smart Mater. Struct. 15 1585
- [5] Giurgiutiu V , Bao J , Zhao W 2003 Exp. Mech. 43 428
- [6] Tang L G , Cheng J C , Xu X M 2007 Chin . Phys. 16 1062
- [7] Alley D N , Cawley P 1992 NDT&E Int . 25 11
- [8] Hong J C , Sun K H , Kim Y Y 2005 J. Acoust. Soc. Am. 117 2949

- [9] Niethammer M, Jacobs L J, Qu J M, Jarzynski J 2001 J. Acoust. Soc. Am. 109 1841
- [10] Presser W H , Seale M D , Smith B T 1999 J. Acoust. Soc. Am. 105 2669
- [11] Daubechies I 1990 IEEE T. Inform. Theory 36 961
- [12] Daubechies I 1992 Ten lectures on wavelets (Pennsylvania : Capital city Press ) p3
- [13] Tua P S , Quek S T , Wang Q 2004 Smart Mater . Struct . 13 643
- [14] Wen J H, Yu D L, Wang G, Zhao H G, Liu Y Z 2007 Acta Phys. Sin. 56 2298 (in Chinese)[温激鸿、郁殿龙、王 刚、赵宏刚、 刘耀宗 2007 物理学报 56 2298]
- [15] Yang C H, Ye L, Su Z Q, Bannister M 2006 Compos. Struct. 75 267

# Dispersion analysis of Lamb waves with narrow frequency bands \*

Li Fu-Cai<sup>†</sup> Meng Guang

( State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China) ( Received 6 November 2007; revised manuscript received 7 December 2007)

#### Abstract

Dispersion is the intrinsic characteristic of Lamb waves, which influences the effective applications of Lamb waves in platelike structures. The continuous wavelet transform (CWT) was applied to the Lamb wave signals with narrow frequency band captured from aluminium structures. The CWT-based contour and ridge were therefore searched in the time-scale domain. The unavoidable dispersion characteristic was used in this paper to distinguish the mode of each wave package and pinpoint these packages at each scale for determining the actual group velocities of dispersion curves. Analysis results demonstrate that the proposed approach is effective in dispersion analysis and wave mode differentiation.

Keywords : continuous wavelet transform , Lamb waves , dispersion PACC : 4320 , 4735 , 6230

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10702041, 50575146 and 10528206) and the Key International S&T Cooperation Project of China Ministry of Science and Technology (Grant No. 2005DFA00110).

<sup>†</sup> E-mail:fcli@sjtu.edu.cn