

一类受扰混沌系统的自适应滑模控制^{*}

李秀春[†] 徐 伟 肖玉柱

(西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

(2007 年 11 月 20 日收到, 2008 年 1 月 21 日收到修改稿)

针对受扰混沌系统, 在参数未知的情形下利用自适应滑模控制法实现了驱动系统和响应系统的鲁棒同步. 该方法几乎适用于所有的混沌系统, 且无需知道系统外部干扰的上界, 它由自适应控制律实现. 以双涡卷系统、Lorenz 系统、Rössler 超混沌系统为例, 说明该方法的有效性和正确性.

关键词: 混沌同步, 滑模面, 到达条件, 自适应滑模控制

PACC: 0545

1. 引 言

自从 20 世纪 90 年代 Pecora 和 Carroll 利用驱动-响应法^[1]实现混沌同步以来, 国内外掀起了研究混沌同步问题的热潮. 混沌同步的实质是根据驱动系统的输出来调控响应系统, 以使响应系统的输出遵从驱动系统的输出. 随着混沌同步研究的迅速发展, 其应用领域也从物理学迅速扩大到生物学、化学、医学、电子学、信息科学和保密通信等领域. 到目前为止, 人们已经提出了多种实现混沌同步的方法, 主要有驱动-响应同步法^[1]、自适应同步法^[2-4]、脉冲同步法^[5,6]、观测器同步法^[7,8]、滑模控制同步法^[9-14]等.

在实际工程应用中, 系统不可避免地会受到外界因素的干扰, 由于“蝴蝶效应”的影响, 小的误差可能导致同步性能的严重恶化^[8]. 而滑模控制正好可以有效地抑制这些扰动的影响, 使得系统对外界变化不灵敏, 即具有较强的鲁棒性. 滑模控制的设计通常分为两个过程. 首先是滑动阶段, 即设计一个滑动超平面, 使得被控系统一旦到达滑模面以后系统将沿着滑模面作期望的特性运动. 其次是可达阶段, 即根据到达条件 $S^T \dot{S} < 0$ 设计控制器, 以保证被控系统从任意初始状态出发都会收敛到滑动面上. 文献 [11, 12] 假定混沌系统的参数已知, 利用滑模控制法分别研究了具有外部扰动的混沌系统的控

制^[11]与同步^[12]. 但在实际工程应用中, 系统参数通常不能提前知道. 基于此, 文献 [13] 针对参数未知的蔡氏电路系统, 借助于自适应滑模控制法实现了混沌系统的同步, 但未考虑外界干扰对系统的影响. 文献 [14] 研究了参数未知的受扰陀螺系统, 设计了自适应滑模控制器, 最终实现了混沌系统的同步, 但文献 [14] 只考虑了系统的第二个变量受到外界干扰的影响, 且需要知道外部扰动的上界. 另外, 文献 [13, 14] 都是考虑了某一具体的混沌系统, 对于更一般的混沌系统未进行讨论.

本文针对一大类受扰混沌系统, 在参数未知的情形下利用自适应滑模控制法实现了驱动系统和响应系统的鲁棒同步. 根据滑模设计的两个步骤, 首先设计了积分滑模面, 在此超平面上受控系统具有对外界扰动的强鲁棒性. 接着设计了满足可达条件的自适应滑模控制器, 此控制器可使受控系统从任意初始条件出发都会收敛到滑模面上. 此方法适用于几乎所有的混沌系统, 如 Lorenz 系统、Rössler 系统、Gyro 系统等等, 且无需知道系统外部干扰的上界, 它由自适应控制律实现. 最后, 以双涡卷系统、Lorenz 系统、Rössler 超混沌系统为例进行数值仿真, 模拟结果进一步说明了该控制器的有效性.

2. 系统描述与滑模面的设计

考虑 n 维混沌系统

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10472091)资助的课题.

[†] E-mail: lixiuchun@mail.nwpu.edu.cn

$$\dot{x} = F(x, p), \tag{1}$$

这里 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ 和 $F(x, p) = (F_1(x, p), F_2(x, p), \dots, F_n(x, p))^T \in R^n$ 分别为系统(1)的状态向量和非线性函数, 并且

$$F_i(x, p) = f_i(x) + \sum_{j=1}^m p_{ij} g_{ij}(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \tag{2}$$

其中 $f_i(x)$ 和 $g_{ij}(x)$ 为非线性函数, $p_{ij} \in R^m (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m)$ 为混沌系统(1)的未知参数.

将系统(1)看作驱动系统, 由于外界因素引起的扰动, 响应系统为

$$\dot{y} = F(y, p) + d(t) + u. \tag{3}$$

这里 $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n$ 和 $F(y, p) = (F_1(y, p), F_2(y, p), \dots, F_n(y, p))^T \in R^n$ 分别为系统(3)的状态向量和非线性函数, $d(t) = (d_1(t), d_2(t), \dots, d_n(t))^T \in R^n$ 为外界扰动, 且对任意的时间 t 满足 $\|d_i(t)\| \leq \tilde{k}_i < \infty (i = 1, 2, \dots, n)$. 这里每一个 $\tilde{k}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 无需提前知道, 它由自适应控制律实现. 系统(3)中 $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T \in R^n$ 为控制器. 结合(2)式, 受扰的响应系统(3)重新写为

$$\dot{y}_i = f_i(y) + \sum_{j=1}^m p_{ij} g_{ij}(y) + d_i(t) + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \tag{4}$$

设响应系统(3)和驱动系统(1)之间的状态误差为

$$e = y - x,$$

误差向量为

$$e = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T,$$

其中

$$e_i = y_i - x_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

由(3)式减去(1)式并结合(2)(4)式得到误差系统为

$$\dot{e}_i = f_i(y) - f_i(x) + \sum_{j=1}^m p_{ij} (g_{ij}(y) - g_{ij}(x)) + d_i(t) + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \tag{5}$$

同步的目标为选取合适的控制器 u , 使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0.$$

按照滑模设计的两个阶段, 首先选取滑模面

$$s_i = e_i + \int_0^t c_i e_i(\tau) d\tau \quad (i = 1, 2, \dots, n). \tag{6}$$

当系统发生滑模运动时, 需满足如下条件^[11]:

$$s_i = e_i + \int_0^t c_i e_i(\tau) d\tau = 0,$$

$$\dot{s}_i = \dot{e}_i + c_i e_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n). \tag{7}$$

由(7)式的第二个方程得

$$\dot{e}_i = -c_i e_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \tag{8}$$

显然, 选取 $c_i > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ (8)式渐近稳定, 亦即从任意初始条件出发, 恒满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0.$$

另外, 由(8)式可以推知, 当受控系统在滑模面上运动时, 系统对外部干扰不敏感. 换言之, 受控混沌系统具有对外界干扰的强鲁棒性.

3. 自适应滑模控制器的设计

定理 对于误差系统(5), 选取控制器 $u_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为

$$u_i = -\gamma_i \xi_i \text{sign}(s_i), \tag{9}$$

其中常数 $\gamma_i > 1$; $\text{sign}(s_i)$ 是 s_i 的符号函数, 若 $s_i > 0$ 则 $\text{sign}(s_i) = 1$, 若 $s_i = 0$ 则 $\text{sign}(s_i) = 0$, 若 $s_i < 0$, 则 $\text{sign}(s_i) = -1$;

$$\xi_i = |f_i(y) - f_i(x) + c_i e_i| + \sum_{j=1}^m \hat{p}_{ij} |g_{ij}(y) - g_{ij}(x)| + \hat{k}_i, \tag{10}$$

其中参数 \hat{k}_i 和 $\hat{p}_{ij} (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m)$ 的更新规则分别为

$$\dot{\hat{p}}_{ij} = |g_{ij}(y) - g_{ij}(x)| |s_i|, \tag{11}$$

$$\dot{\hat{k}}_i = |s_i|. \tag{12}$$

此时, 从任意初始条件出发的误差系统(5)满足滑模到达条件^[10], 即随着时间的演化误差系统(5)最终趋近滑模面.

证明 令

$$q_{ij} = \hat{p}_{ij} - |p_{ij}|,$$

$$k_i = \hat{k}_i - \tilde{k}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m),$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n s_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij}^2 + \sum_{i=1}^n k_i^2 \right).$$

对 $V(t)$ 关于时间 t 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^n s_i \dot{s}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij} \dot{q}_{ij} + \sum_{i=1}^n k_i \dot{k}_i \\ &= \sum_{i=1}^n s_i (\dot{e}_i + c_i e_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\hat{p}_{ij} - |p_{ij}|) \dot{\hat{p}}_{ij} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n (\hat{k}_i - \tilde{k}_i) \dot{\hat{k}}_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq \sum_{i=1}^n |f_i(y) - f_i(x) + c_i e_i| |s_i| \\
&+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |p_{ij}| |g_{ij}(y) - g_{ij}(x)| |s_i| \\
&+ \sum_{i=1}^n \tilde{k}_i |s_i| - \sum_{i=1}^n \gamma_i \xi_i |s_i| \\
&+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\hat{p}_{ij} - |p_{ij}|) |g_{ij}(y) \\
&- g_{ij}(x)| |s_i| + \sum_{i=1}^n (\hat{k}_i - \tilde{k}_i) |s_i| \\
&= \sum_{i=1}^n |f_i(y) - f_i(x) + c_i e_i| |s_i| \\
&+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \hat{p}_{ij} |g_{ij}(y) - g_{ij}(x)| |s_i| \\
&+ \sum_{i=1}^n \hat{k}_i |s_i| - \sum_{i=1}^n \gamma_i \xi_i |s_i| \\
&= \sum_{i=1}^n \xi_i |s_i| - \sum_{i=1}^n \gamma_i \xi_i |s_i| \\
&= \sum_{i=1}^n (1 - \gamma_i) \xi_i |s_i|.
\end{aligned}$$

只要选取 $\hat{p}_{ij}, \hat{k}_i (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$ 的初值 $\hat{p}_{ij}(0) > 0, \hat{k}_i(0) > 0$, 由(11)(12)式可知, 对于任意的时间 t , 恒有 $\hat{p}_{ij} > 0, \hat{k}_i > \alpha (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m)$, 代入(10)式后恒有 $\xi_i > \alpha (i=1, 2, \dots, n)$. 再结合 $\gamma_i > 1 (i=1, 2, \dots, n)$, 故而有

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^n (1 - \gamma_i) \xi_i |s_i| \leq 0$$

成立. 这表明, 从任意初始条件出发的误差系统(5)满足滑模到达条件. 在滑模面上又有(8)式成立, 从而最终实现了驱动系统(1)与响应系统(3)的同步. 证毕.

4. 仿真举例

为了验证上述方法的正确性和有效性, 本文首先选取双涡卷混沌系统^[15]进行数值仿真. 系统方程为

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= p_1 x_1 - x_2 x_3, \\
\dot{x}_2 &= -p_2 x_2 + x_1 x_3, \\
\dot{x}_3 &= -p_3 x_3 + x_1 x_2,
\end{aligned} \quad (13)$$

其中 $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ 为系统(13)的状态向量, $p = (p_1, p_2, p_3)^T$ 为系统的参数.

将系统(13)看作驱动系统, 鉴于外界因素的干扰, 响应系统为

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= p_1 y_1 - y_2 y_3 + d_1(t) + u_1, \\
\dot{y}_2 &= -p_2 y_2 + y_1 y_3 + d_2(t) + u_2, \\
\dot{y}_3 &= -p_3 y_3 + y_1 y_2 + d_3(t) + u_3.
\end{aligned} \quad (14)$$

这里 $d(t) = (d_1(t), d_2(t), d_3(t))^T$ 为外界干扰. 数值仿真时, 选取 $d_i(t) (i=1, 2, 3)$ 是 $[-1, 1]$ 之间均匀分布的随机噪声^[16], $u = (u_1, u_2, u_3)^T$ 为控制器.

由(14)式减去(13)式得到误差系统

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= p_1 e_1 - y_2 y_3 + x_2 x_3 + d_1(t) + u_1, \\
\dot{e}_2 &= -p_2 e_2 + y_1 y_3 - x_1 x_3 + d_2(t) + u_2, \\
\dot{e}_3 &= -p_3 e_3 + y_1 y_2 - x_1 x_2 + d_3(t) + u_3.
\end{aligned} \quad (15)$$

由(6)式, 得到滑模面为

$$\begin{aligned}
s_1 &= e_1 + \int_0^t c_1 e_1(\tau) d\tau, \\
s_2 &= e_2 + \int_0^t c_2 e_2(\tau) d\tau, \\
s_3 &= e_3 + \int_0^t c_3 e_3(\tau) d\tau.
\end{aligned} \quad (16)$$

本文取 $(c_1, c_2, c_3)^T = (0.10, 0.22, 0.14)^T$.

由定理中的(9)式, 选取控制器

$$\begin{aligned}
u_1 &= -\gamma_1 \xi_1 \operatorname{sign}(s_1), \\
u_2 &= -\gamma_2 \xi_2 \operatorname{sign}(s_2), \\
u_3 &= -\gamma_3 \xi_3 \operatorname{sign}(s_3),
\end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= |x_2 x_3 - y_2 y_3 + c_1 e_1| + \hat{p}_1 |y_1 - x_1| + \hat{k}_1, \\
\xi_2 &= |y_1 y_3 - x_1 x_3 + c_2 e_2| + \hat{p}_2 |x_2 - y_2| + \hat{k}_2, \\
\xi_3 &= |y_1 y_2 - x_1 x_2 + c_3 e_3| + \hat{p}_3 |x_3 - y_3| + \hat{k}_3.
\end{aligned} \quad (18)$$

参数的更新规则为

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{p}}_1 &= |y_1 - x_1| |s_1|, \\
\dot{\hat{p}}_2 &= |x_2 - y_2| |s_2|, \\
\dot{\hat{p}}_3 &= |x_3 - y_3| |s_3|, \\
\dot{\hat{k}}_1 &= |s_1|, \\
\dot{\hat{k}}_2 &= |s_2|, \\
\dot{\hat{k}}_3 &= |s_3|.
\end{aligned} \quad (19)$$

对于系统(13), 选取参数 $p_1 = 1.0, p_2 = 10, p_3 = 4$, 此时系统处于混沌状态, 图1所示为双涡卷系

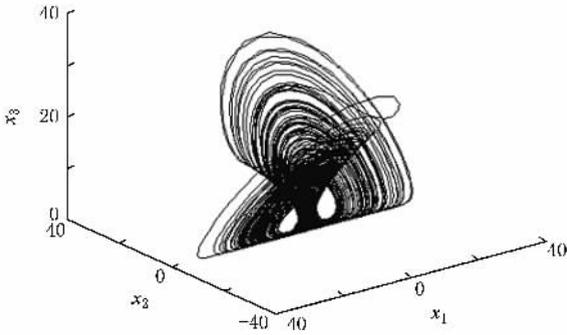
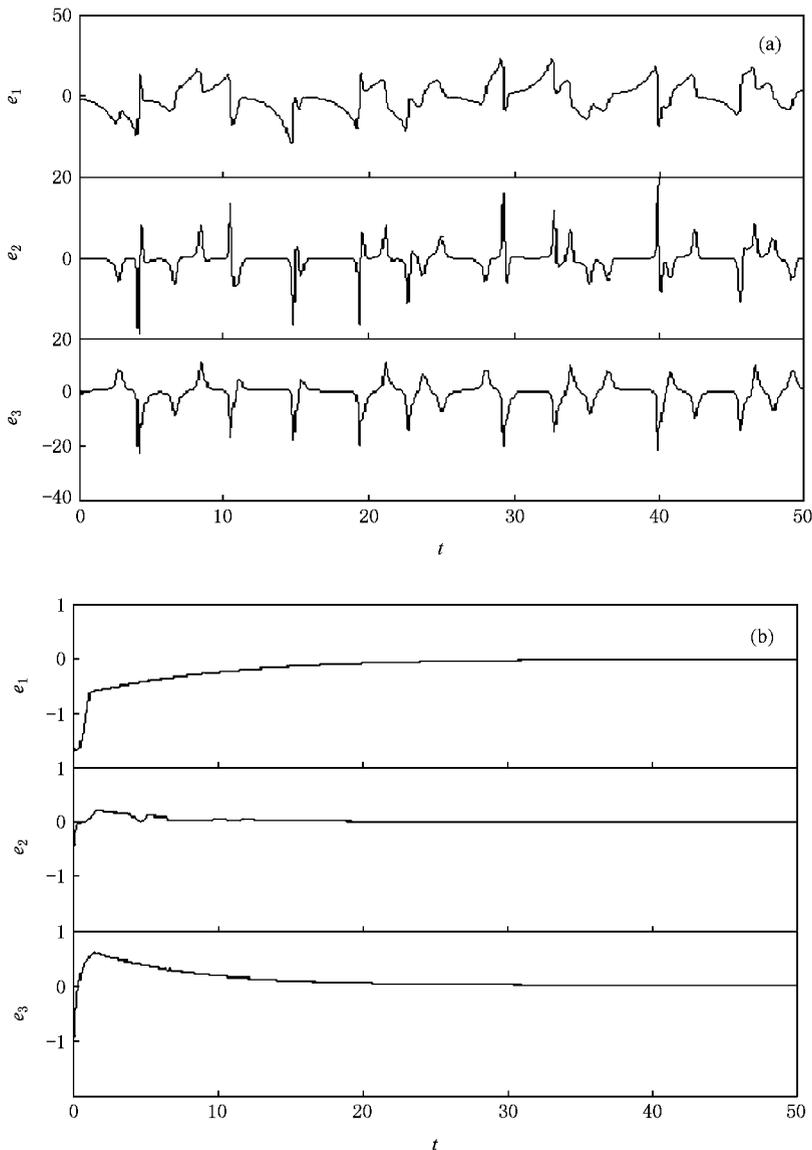


图 1 双涡卷系统混沌吸引子

统的混沌吸引子图. 选取驱动系统(13)的初值 $x_1(0)=0.5, x_2(0)=0.6, x_3(0)=0.9$, 响应系统

(14)的初值 $y_1(0)=-1.0, y_2(0)=-1.0, y_3(0)=-1.0$, 从而得到误差系统(15)的初值 $e_1(0)=-1.5, e_2(0)=-1.6, e_3(0)=-1.9$. 控制器未作用时 $u_i=0 (i=1, 2, 3)$, 图 2(a) 给出了误差系统(15)的时间历程图. 从图 2(a)可以看出, 在未施加控制器前, 误差系统不可能达到同步. 鉴于此, 利用控制器(17)式和参数的更新规则(19)式, 取 $\gamma_i > 1 (i=1, 2, 3)$. 取参数初值分别为 $\hat{p}_1(0)=0.1, \hat{p}_2(0)=0.55, \hat{p}_3(0)=0.08, \hat{k}_1(0)=0.03, \hat{k}_2(0)=0.024, \hat{k}_3(0)=0.072$. 图 2(b)给出了在控制器(17)式作用下, 误差系统(15)的时间历程图. 从图 2(b)可以看

图 2 双涡卷系统误差 e_1, e_2, e_3 的时间历程图 (a) 控制器未作用时 ($u=0$), (b) 控制器作用后

到 随着时间的演化, e_1, e_2, e_3 迅速趋于零, 此时实现了驱动系统(13)与响应系统(14)的同步. 这表明本文提出的自适应滑模控制策略可以有效地实现混沌系统的鲁棒同步.

下面, 选取著名的 Lorenz 混沌系统进行数值仿真. 系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= p_1(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 &= p_2 x_1 - x_1 x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 &= -p_3 x_3 + x_1 x_2, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ 为系统(20)的状态向量, $p = (p_1, p_2, p_3)^T$ 为系统的参数. 这里选取参数 $p_1 = 10, p_2 = 28, p_3 = 8/3$, 则系统处于混沌状态(图3).

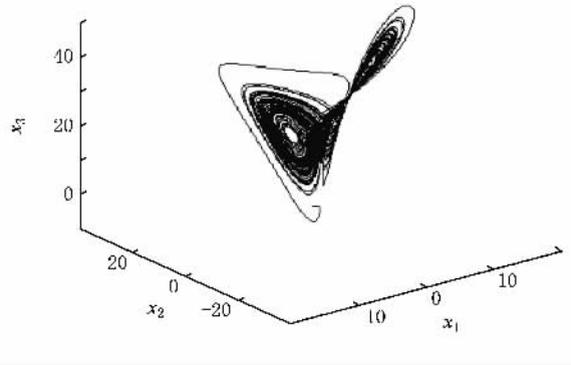


图3 Lorenz 系统混沌吸引子

鉴于篇幅有限, 我们只给出模拟结果, 具体推导

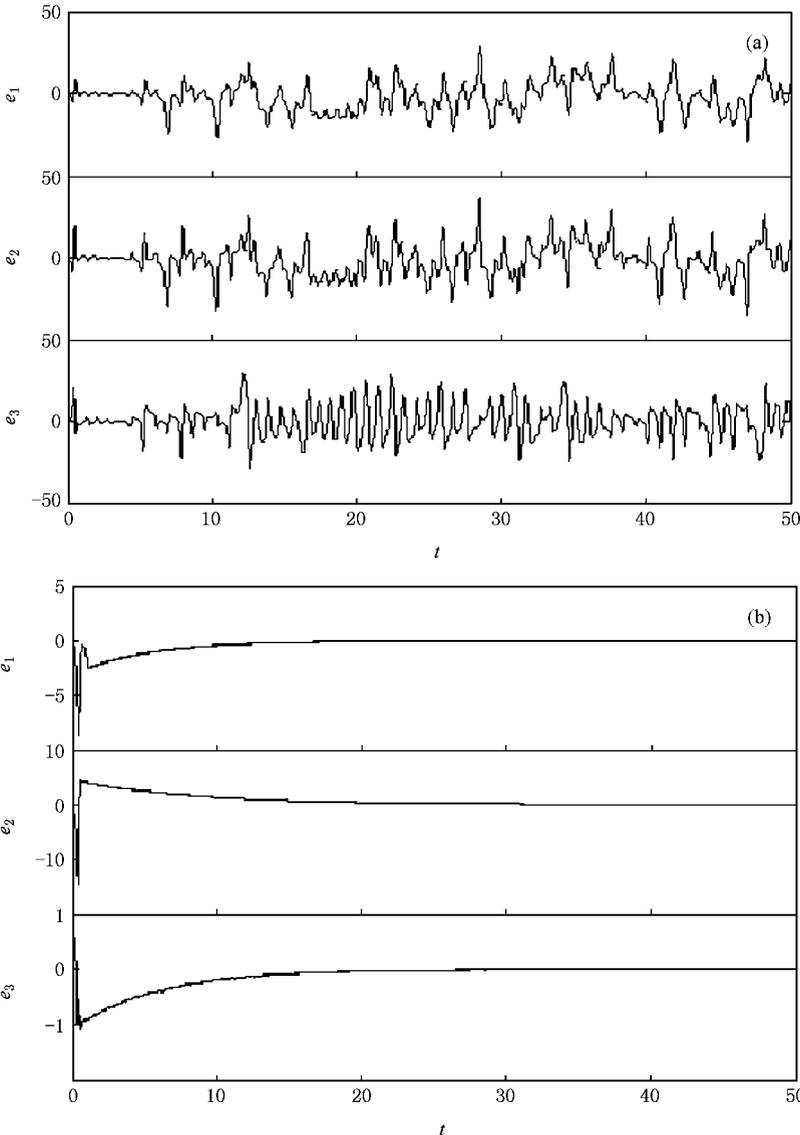


图4 Lorenz 系统误差 e_1, e_2, e_3 的时间历程图 (a)控制器未作用时($u = 0$), (b)控制器作用后

可参考上例. 选取驱动系统的初值 $x_1(0) = -1.0$, $x_2(0) = 1.0$, $x_3(0) = 0$, 响应系统的初值 $y_1(0) = 2.0$, $y_2(0) = 3.0$, $y_3(0) = 1.0$. 另外, 扰动项 $d_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 是 $[-2, 2]$ 之间均匀分布的随机噪声. 取参数 $\gamma_1 = 1.20$, $\gamma_2 = 1.15$, $\gamma_3 = 1.34$, $c_1 = 0.20$, $c_2 =$

0.12 , $c_3 = 0.17$, 初值分别为 $\hat{p}_1(0) = 0.22$, $\hat{p}_2(0) = 0.15$, $\hat{p}_3(0) = 0.38$, $\hat{k}_1(0) = 0.53$, $\hat{k}_2(0) = 0.24$, $\hat{k}_3(0) = 0.72$. 图 4(a) 给出了在未施加控制器前误差 e_1, e_2, e_3 的时间历程图, 图 4(b) 给出了在控制器

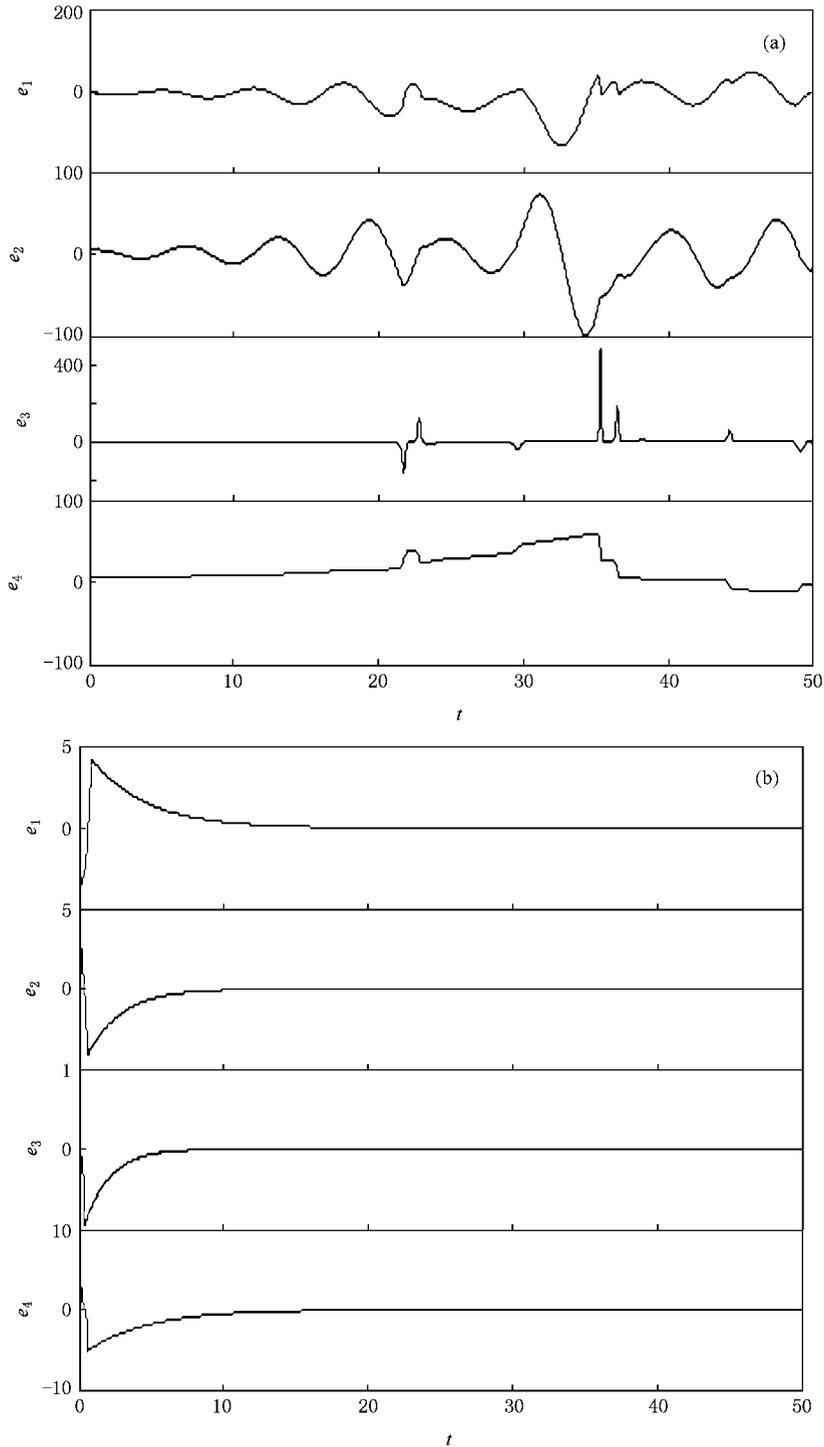


图 5 Rössler 系统误差 e_1, e_2, e_3, e_4 的时间历程图 (a) 控制器未作用时 ($u=0$), (b) 控制器作用后

的作用下误差 e_1, e_2, e_3 的时间历程图. 从图 4 可以看到, 控制器未作用时 e_1, e_2, e_3 不能趋于零; 但自适应滑模控制器作用后, 随着时间的增加 e_1, e_2, e_3 迅速趋于零.

最后, 我们以四维 Rössler 超混沌系统为例进行模拟仿真. 系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = x_1 + p_1 x_2 + x_4, \\ \dot{x}_3 = p_2 + x_1 x_3, \\ \dot{x}_4 = -p_3 x_3 + p_4 x_4, \end{cases} \quad (21)$$

其中 $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ 为系统 (21) 的状态向量, $p = (p_1, p_2, p_3, p_4)^T$ 为系统的参数.

选取参数 $p_1 = 0.25, p_2 = 3, p_3 = 0.5, p_4 = 0.05$, 系统 (21) 处于混沌状态. 取驱动系统的初值 $x_1(0) = -20, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0, x_4(0) = 15$, 响应系统的初值 $y_1(0) = -24, y_2(0) = 4, y_3(0) = 1, y_4(0) = 20$. 在仿真中, 选择 $d_i(t) (i = 1, 2, 3)$ 是 $[-0.02, 0.02]$ 之间均匀分布的随机噪声. 取参数 $\gamma_1 = 1.27, \gamma_2 = 1.15, \gamma_3 = 1.44, \gamma_4 = 1.19, c_1 = 0.26, c_2 = 0.42, c_3 = 0.57, c_4 = 0.23$, 初值分别为 $\hat{p}_1(0) = 0.54, \hat{p}_2(0) = 0.23, \hat{p}_3(0) = 0.34, \hat{p}_4(0) = 0.58, \hat{k}_1(0) = 0.16, \hat{k}_2(0) = 0.25, \hat{k}_3(0) = 0.36, \hat{k}_4(0) = 0.5$. 图 5 给出了 Rössler 系统误差 e_1, e_2, e_3, e_4 的时间历程图. 图 6 为四维 Rössler 系统的混沌吸引子在三维空间上的投影图. 从图 5 可以看出, 未施加控制器前误

差 e_1, e_2, e_3, e_4 达不到同步 (图 5(a)); 在控制器的作用下, 随着时间的演化误差 e_1, e_2, e_3, e_4 迅速趋于零 (图 5(b)).

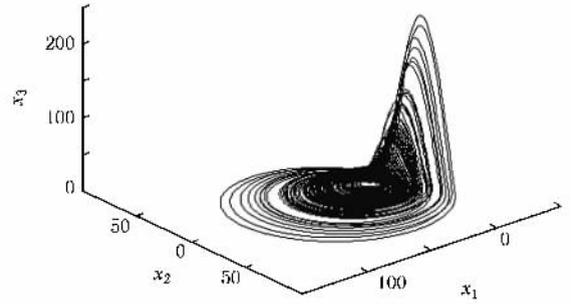


图 6 Rössler 系统混沌吸引子的三维空间投影

5. 结 论

本文考虑到外界干扰对混沌系统的影响, 在参数未知的情形下针对一大类混沌系统采用自适应滑模策略用以实现驱动系统和响应系统的鲁棒同步. 根据滑模设计的两个步骤, 首先设计了使受控系统对外界干扰具有强鲁棒性的滑动超平面. 其次, 根据可达条件设计了自适应滑模控制器, 此控制器可使受控系统从任意初始条件出发都会收敛到滑模面上. 此方法适用范围广, 且无需知道系统外部扰动的上界, 它由自适应控制律实现. 最后, 以双涡卷系统、Lorenz 系统、Rössler 超混沌系统为例进行数值仿真. 模拟结果进一步说明了该控制器的有效性.

- [1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
 [2] Wang X Y, Wu X J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 605 (in Chinese)
 [王兴元、武相军 2006 物理学报 **55** 605]
 [3] Cai G L, Huang J J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3997 (in Chinese)
 [蔡国梁、黄娟娟 2006 物理学报 **55** 3997]
 [4] Zhang J, Xu H B, Wang H J 2006 *Chin. Phys.* **15** 953
 [5] Cheng J F, Zhang R Y, Peng J H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1589 (in Chinese)
 [陈菊芳、张入元、彭建华 2003 物理学报 **52** 1589]
 [6] Li Y, Liao X F, Li C D, Chen G 2006 *Chin. Phys.* **15** 2890
 [7] Yao L N, Gao J F, Liao N H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 35 (in Chinese)
 [姚利娜、高金峰、廖旋焕 2006 物理学报 **55** 35]
 [8] Guan X P, He Y H, Fan Z P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 276 (in

- Chinese)
 [关新平、何宴辉、范正平 2003 物理学报 **52** 276]
 [9] Yang T, Shao H H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 742 (in Chinese)
 [杨涛、邵惠鹤 2002 物理学报 **51** 742]
 [10] Wang X Y, Liu M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2584 (in Chinese)
 [王兴元、刘明 2005 物理学报 **54** 2584]
 [11] Chang J F, Hung M L, Yang Y S, Liao T L, Yan J J 2008 *Chaos Solitons Fract.* **37** 609
 [12] Zhang Q, Chen S H, Hu Y M, Wang C P 2006 *Physica A* **371** 317
 [13] Yan J J, Lin J S, Liao T L 2008 *Chaos Solitons Fract.* **36** 45
 [14] Yan J J, Hung M L, Liao T L 2006 *J. Sound Vib.* **298** 298
 [15] Luo H G, Jian J G, Liao X X 2005 *Lect. Notes Comput. Sci.* **3644** 797
 [16] Huang D B 2004 *Phys. Rev. E* **69** 067201

Adaptive slide mode control for a class of chaotic systems with perturbations^{*}

Li Xiu-Chun[†] Xu Wei Xiao Yu-Zhu

(*Department of Applied Mathematics , Northwestern Polytechnical University , Xi'an 710072 , China*)

(Received 20 November 2007 ; revised manuscript received 21 January 2008)

Abstract

Based on the adaptive slide mode control method , we investigated the robust synchronization for a class of chaotic systems with random perturbations. This approach can be applied to many chaotic systems ; and the upper bound of random perturbations is not necessarily known in advance and it is estimated through an adaptive control process. Finally , two-scroll chaotic system , Lorenz system and hyperchaotic Rössler system are taken as examples to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords : chaos synchronization , sliding surface , hitting condition , adaptive slide mode control

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10472091).

[†] E-mail : lixiuchun@mail.nwpu.edu.cn