

负折射率材料对产生 Casimir 排斥力的影响^{*}

曾 然^{1)†} 羊亚平²⁾ 刘树田¹⁾

1) 哈尔滨工业大学应用物理系, 哈尔滨 150001)

2) 同济大学物理系, 上海 200092)

(2007 年 12 月 5 日收到, 2008 年 2 月 18 日收到修改稿)

研究了负折射率材料对产生 Casimir 排斥效应的影响. 两材料板间的 Casimir 排斥力的发生取决于两板以及其间媒质的电磁特性. 通过理论与数值结果的分析研究给出电磁特性所影响排斥力的产生趋势. 对于由 Drude-Lorentz 型色散关系描述等效介电常数和磁导率的负折射率材料, 调节其特征频率参数可实现 Casimir 排斥效应.

关键词: Casimir 排斥力, 负折射率材料, Drude-Lorentz 型色散关系

PACC: 4250, 4270, 7820, 0365

1. 引 言

量子化电磁场的特征之一是真空起伏的零点效应. 任何宏观物体之间都会由于组成空间边界而产生相互作用, 即所谓的 Casimir 作用^[1], 例如两个中性理想导体板在真空中相互吸引. 随着实验技术的发展, 对 Casimir 效应可以进行愈加精确的探测^[2], 在一定误差范围内理论计算与实验结果符合得很好. 同时, Casimir 效应对微机械系统的影响也越来越明显, 吸引作用将对器件及设备产生限制^[3]. 因而, 对 Casimir 排斥效应的研究引起了人们的广泛注意^[4, 5].

近年来, 一种新型材料即负折射率材料或左手材料(LHM)^[6]被实验上制备出来. 这种材料在一定的频段内具有负的介电常数和负的磁导率, 进而具有负的折射率. 在负折射率材料中传播的电磁波, 其波矢方向与能流方向相反, 电场、磁场与波矢形成左手系. 负折射率材料内会产生诸如反常多普勒频移和 Cherenkov 辐射、负的折射方向以及反向辐射压力等物理现象. 这些特性引发人们开发其更多可能的特殊应用^[7, 8]. 随着人们从早期的微波波段^[9]到近来的可见光波段^[10]对负折射率材料的实现, 这种特殊材料正呈现出广阔的应用前景. 本文将讨论涉及负折射率材料的平行介质板间 Casimir 排斥效应

的产生. 在强调了排斥的 Casimir 作用力只可能出现在两不同平行板的情况中之后, 进一步分析给出两板以及其间媒质的电磁特性所影响排斥力的产生趋势. 为得到 Casimir 排斥力, 可以调节负折射率材料板的各色散特征频率参数以满足这一产生趋势.

2. 基本理论及计算方法

考虑两块平行介质材料板 A 和 B 组成的空间边界系统, 设两板间距为 a , 板的厚度为 d . 为计算得到两平行板间 Casimir 力, 所采用的方法一般包括(表面)模式求和方法^[11]和 Maxwell 应力张量方法^[12, 13]. 前者直接计算各模式的真空零点能然后进行重正化(regularization)操作以解决发散问题, 后者则由重正化应力张量计算材料板的真空场压. 这里采用由应力张量方法计算色散吸收的平行介质板之间 Casimir 作用力, 并拓展到应用于负折射率材料板的情况. 重正化的电磁场应力张量分量写作

$$\tilde{T}_{zz} = T_{zz} - T_{zz}^0. \quad (1)$$

对应于介质板所受的真空场压即垂直于介质板表面方向的单位面积 Casimir 力, T_{zz} 和 T_{zz}^0 分别为介质板腔系统中两板间的应力张量分量和无介质板边界的自由空间应力张量分量. 把 T_{zz} 中的经典场量替换为相应的海森堡算符并取真空态下的期望值, 得到

^{*} 国家重点基础研究发展规划(批准号: 2006CB302901) 国家自然科学基金(批准号: 10674103) 上海市青年科技启明星跟踪计划(批准号: 04QM1407) 和教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCT-06-0384) 资助的课题.

[†] E-mail: rz1008@gmail.com

$$T_{zz} = \frac{1}{8\pi} E_z D_z - \mathbf{E}_{\parallel} \cdot \mathbf{D}_{\parallel} + B_z H_z - \mathbf{B}_{\parallel} \cdot \mathbf{H}_{\parallel} . \quad (2)$$

根据涨落-耗散定理,可以用 Green 函数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega)$ 表示场量相关函数. 设板间的介电常数和磁导率为 ϵ' 和 μ' , 得到

$$\begin{aligned} & E(\mathbf{r}, i\omega) D(\mathbf{r}, i\omega) \\ &= \frac{\hbar}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \epsilon'(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \text{Im} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega), \\ & B(\mathbf{r}, i\omega) H(\mathbf{r}, i\omega) \\ &= \frac{\hbar}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \frac{1}{\mu'(\omega)} \text{Im} G^B(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega), \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$G^B(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega) = \nabla \times G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega) \times \nabla'$$

为磁场的 Green 函数. 由此得到由 Green 函数表示的 T_{zz} . 类似地可以得到由无边界自由场的 Green 函数 $G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega)$ 表示的 T_{zz}^0 . 利用真空中多层介质系统散射场 Green 函数 $G^{\text{sc}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega) = G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega) - G^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', i\omega)$ 的表达式^[14], 并将频率积分延拓至复平面, 以及考虑到两介质板之间为真空 $\epsilon'(\omega) = \mu'(\omega) = 1$, 最终得到 Casimir 力的计算公式

$$\begin{aligned} F_C = \tilde{T}_{zz} &= \frac{\hbar}{2\pi c^2} \int_0^{\infty} d\xi \int_0^{\infty} k dk \sqrt{\frac{\xi^2}{c^2} + k^2} \\ &\times \sum_{N=\text{TE, TM}} \frac{r_N^A(\xi, k) r_N^B(\xi, k) e^{-2a\sqrt{\xi^2/c^2 + k^2}}}{1 - r_N^A(\xi, k) r_N^B(\xi, k) e^{-2a\sqrt{\xi^2/c^2 + k^2}}} \\ &= F_0 \frac{15}{2\pi^4} \int_0^{\infty} dx x^3 e^{-x} \int_0^{\pi/2} d\phi \sin\phi \\ &\times \sum_{N=\text{TE, TM}} \frac{r_N^A(x, \phi) r_N^B(x, \phi)}{1 - r_N^A(x, \phi) r_N^B(x, \phi) e^{-x}}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $F_0 = \frac{\hbar c \pi^2}{240 a^4}$ 是理想导体板间 Casimir 力, r_N^A 和 r_N^B 为两介质材料板的反射系数. 在 $a \ll d$ 短距近似下趋近于半无穷板即真空层两侧单界面的情况, 介质板界面的反射系数为

$$\begin{aligned} r_{\text{TE}}^{\text{AB}}(\phi) &= -\frac{\sqrt{\epsilon_{\text{AB}} \mu_{\text{AB}} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi} - \mu_{\text{AB}}}{\sqrt{\epsilon_{\text{AB}} \mu_{\text{AB}} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi} + \mu_{\text{AB}}}, \\ r_{\text{TM}}^{\text{AB}}(\phi) &= r_{\text{TE}}^{\text{BA}}(\phi) \quad (\epsilon \leftrightarrow \mu). \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\epsilon \leftrightarrow \mu$ 表示等式左侧相当于右侧的 ϵ 与 μ 互换位置. 介质板可为负折射率材料, 其等效介电常数和磁导率色散特性由 Drude-Lorentz 型关系描述, 即

$$\begin{aligned} \{\epsilon, \mu\} &= 1 + \frac{\omega_{\text{pv}}^2}{\omega_{\text{Tv}}^2 - \omega^2 - i\gamma_{\nu}\omega} \\ & \quad (\nu = \text{E, M}). \end{aligned} \quad (6)$$

由 Casimir 力表达式(4)可以看到, 两材料板反射系数 r_N^A 和 r_N^B 异号时被积函数为负, 才会对排斥力有贡献. 由此可知, Casimir 排斥作用应出现在两平行材料板具有不同的电磁特性的情况下. 这说明互为镜像的两板间 Casimir 效应必为吸引力, 如近来文献[15]中所指出, 由反射形式的映射关系相联结的两体之间总为 Casimir 吸引作用. 另外需强调的是, 对于不考虑色散关系的负折射率材料, 虚频率下将导致大于 1 的反射系数, 进而将得到两相同的负折射率材料板间可能出现排斥力的结论, 与文献[15]的定理相悖. 因此, 涉及负折射率材料的 Casimir 力计算应考虑其色散特性. 下面我们将从(6)式的材料色散关系出发讨论两平行板间 Casimir 排斥力的产生.

3. 数值结果及讨论

在以下讨论中, 记 ω_0 为一个相对频率单位, $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ 为相应的真空波长. 我们考察两板为正常材料或负折射率材料的三种不同情况下, Casimir 排斥力与平行介质板电磁特性的关系. 由等离子体频率 ω_{pv} 、共振频率 ω_{Tv} 和吸收系数 γ_{ν} 等特征参量决定的介电常数和磁导率表征了这些材料的电磁特性.

3.1. 两边均为正常材料板

考虑两板为具有不同特征频率参数的正常色散材料. 正常材料具有常数磁导率 $\mu = 1$ ($\omega_{\text{pM}} = 0$) 和满足(6)式的 Drude-Lorentz 型色散介电常数 $\epsilon(\omega)$. 图 1 给出了板间距、等离子体频率和吸收系数一定时相对 Casimir 作用力 $F_r = F_C/F_0$ 随 A, B 两板共振频率的变化. 在等离子体频率不变的条件下, 共振频率的减小对应着材料的禁带变宽以及反射特性增强, 因而会出现增大的 Casimir 力. 图 2 示出了在 A 板的色散特性固定的情况下, 相对 Casimir 力依赖于 B 板的等离子体频率和共振频率的变化情况. 随着等离子体频率的增大, 同样有材料的禁带变宽以及反射特性增强, Casimir 力也随之增大. 从图 1 和图 2 可以看到, Casimir 效应始终为吸引作用. 我们知道, 分子间的排斥作用出现在当两极化分子置于电磁特性介于两分子之间的媒质中的情况下, 对于由两材料板与其间媒质所组成的系统也可以作出类似的分析. 若用材料的阻抗 $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 来讨论两板

的电磁特性,并考虑到中间媒质为真空(阻抗为 1)时,对排斥行为的分析可以拓展为 Casimir 排斥作用应出现在两板材料的阻抗值分别大于和小于 1 的情况下.对于色散的正常材料,由于磁导率为常数 1,全频段中两板材料的阻抗值多数是均小于(或等于)1 的情况,因此频率积分中主要是对吸引作用的贡献,只能得到 Casimir 引力.

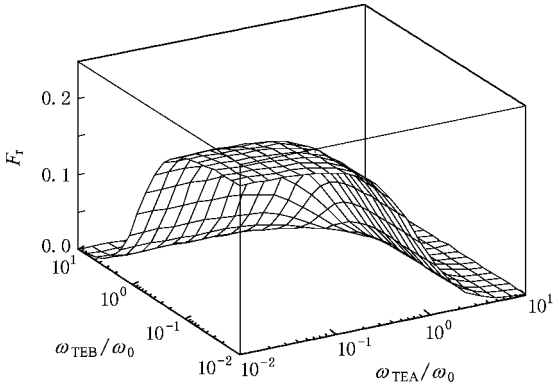


图 1 两板为色散的正常材料时,相对 Casimir 力随 ω_{TEA} 和 ω_{TEB} 的变化 $\omega_{pEA} = \omega_{pEB} = \omega_0$, $\gamma_{EA} = 10^{-2} \omega_{TEA}$, $\gamma_{EB} = 10^{-2} \omega_{TEB}$, 板间距 $a = \lambda_0/4$

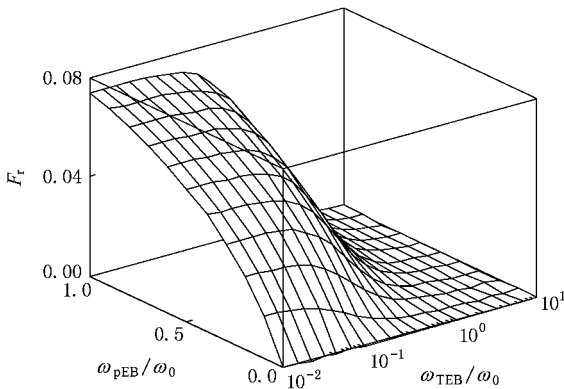


图 2 两板为色散的正常材料时,相对 Casimir 力随 ω_{pEB} 和 ω_{TEB} 的变化 $\omega_{pEA} = \omega_{TEA} = \omega_0$, $\gamma_{EA} = 10^{-2} \omega_{TEA}$, $\gamma_{EB} = 10^{-2} \omega_{TEB}$, 板间距 $a = \lambda_0/4$

由单纯的常数阻抗材料板可以更清晰地看到上述排斥力的产生趋势.图 3 显示了 A, B 两板为理想化的无色散正常材料时,相对 Casimir 力受常数介电常数的影响.排斥力出现的区域特征是两板的介电常数其中之一大于真空介电常数而另一个小于真空介电常数,而且这种差距越大则对应的排斥力越明显.但在实际情况中,在相当宽频段上近似为无色散且小于 1 的常数介电常数的正常材料很难得

到.所以,实际的色散正常材料板间一般为 Casimir 引力.

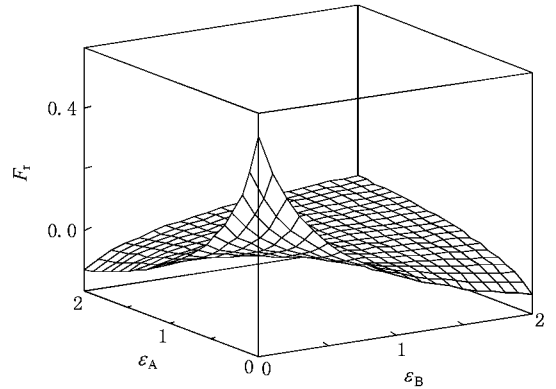


图 3 两板为无色散正常材料时,相对 Casimir 力随 ϵ_A 和 ϵ_B 的变化 板间距 $a = \lambda_0/4$

3.2. 正常材料板与负折射率材料板

令 A 板为正常材料, B 板为满足 Drude-Lorentz 型色散关系(6)式的负折射率材料,在 ω_0 附近频段显示负折射率或左手特性.下面在固定正常材料板参数的前提下讨论负折射率材料不同的特征频率参数对产生 Casimir 排斥作用的影响.

图 4 为相对 Casimir 力依赖于负折射率材料 B 板介电常数和磁导率共振频率的变化情况.从图 4 可以看出,排斥的 Casimir 力区域出现在 ω_{pEB} 减小同时 ω_{pMB} 增大的方向上.这是由于 A 板作为正常材料板,其阻抗在全频段中多数是不大于 1 的,即介电常数大于等于磁导率 1,这就要求负折射率材料 B 板满足相反的条件,即磁导率相应地要超过介电常数,才可能出现 Casimir 排斥作用.这里再次强调,板间媒质阻抗的值位于两板阻抗之间,且两板阻抗与板间媒质的差异越大越容易产生 Casimir 排斥力. ω_{pEB} 的减小和 ω_{pMB} 的增大对应着介电常数的减小和磁导率的增大,进而对应着排斥力的逐渐出现.图 5 给出相对 Casimir 力随负折射率材料板介电常数和磁导率的等离子体频率的变化,发现 ω_{TEB} 增大同时 ω_{TMB} 减小时会产生排斥力.这可以通过与图 4 类似的分析来解释.

图 6 给出了负折射率材料 B 板的介电常数和磁导率满足相同的色散关系,即(6)式中 $\omega_{pEB} = \omega_{pMB} = \omega_{pB}$, $\omega_{TEB} = \omega_{TMB} = \omega_{TB}$, $\gamma_{EB} = \gamma_{MB} = \gamma_B$ 时,相对 Casimir 力依赖于其各参量的变化.在这种情况下,没有 Casimir 排斥力的出现. ϵ_B 与 μ_B 的色散关系相

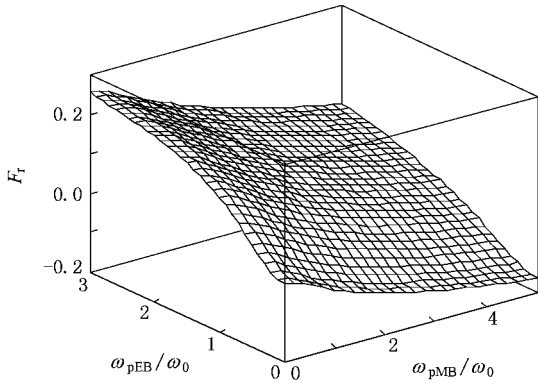


图 4 正常材料板与负折射率材料板间相对 Casimir 力随 ω_{pEB} 和 ω_{pMB} 的变化 $\omega_{pEA} = \omega_0, \omega_{TEA} = 0, \gamma_{EA} = 10^{-2} \omega_{TEA}, \omega_{TEB} = \omega_{TMB} = 0.5\omega_0, \gamma_{TB} = 10^{-2} \omega_{TMB} (\nu = E, M)$ 板间距 $a = \lambda_0/4$

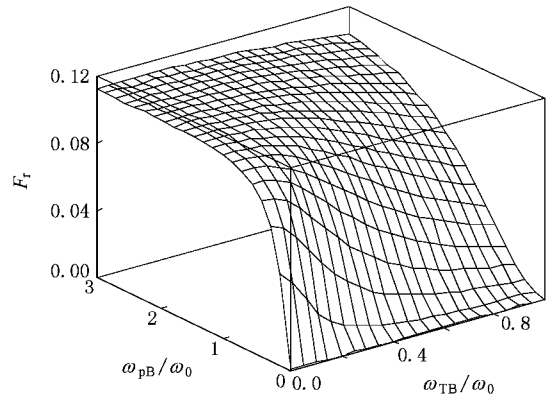


图 6 正常材料板与负折射率材料板间相对 Casimir 力随 ω_{pB} 和 ω_{TB} 的变化 负折射率材料的 $\epsilon(\omega)$ 和 $\mu(\omega)$ 满足相同的色散关系 $\omega_{pEA} = \omega_0, \omega_{TEA} = 0, \gamma_{EA} = 10^{-2} \omega_{TEA}, \gamma_B = 10^{-2} \omega_{TB}$ 板间距 $a = \lambda_0/4$

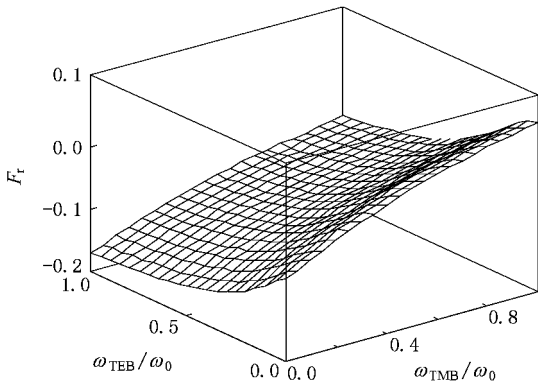


图 5 正常材料板与负折射率材料板间相对 Casimir 力随 ω_{TEB} 和 ω_{TMB} 的变化 $\omega_{pEA} = \omega_0, \omega_{TEA} = 0, \gamma_{EA} = 10^{-2} \omega_{TEA}, \omega_{pEB} = 0.5\omega_0, \omega_{pMB} = 3\omega_0, \gamma_{TB} = 10^{-2} \omega_{TMB} (\nu = E, M)$ 板间距 $a = \lambda_0/4$

同,说明对于负折射率材料,在任何频率下对入射电磁场都是阻抗匹配的,与真空的阻抗相同.因此,尽管正常材料 A 板具有不同于真空的阻抗,但负折射率材料 B 板总无法满足产生排斥力的条件.

综上所述,在正常材料板与负折射率材料板组成的系统中,可调节负折射率材料板的色散参数使其满足阻抗条件要求并保证其介电常数和磁导率的色散关系不完全重合,进而可以得到排斥的 Casimir 作用力.

3.3. 两边均为负折射率材料板

当 A, B 两板均为负折射率材料时,将存在更大自由度去调节材料色散参数以得到 Casimir 排斥力.这里我们固定其中一板(以 B 板为例)的特征频率参数,考察另一板(A 板)特征频率参数对产生

Casimir 排斥作用的影响.

为与色散的正常材料板情况有所区别,对于 B 板的负折射率材料,我们可以取其磁极化性质强于其电极化性质.如图 7、图 8 中所示, B 板磁导率的共振频率较介电常数的共振频率低,而且等离体频率描述的共振幅度也是前者更强,因此无论在共振点附近还是近似无色散的低频段,材料阻抗要大于真空阻抗.图 7 和图 8 分别为相对 Casimir 力依赖于 A 板等离体频率和共振频率的变化情况. Casimir 排斥力的产生并逐渐增大对应于 A 板的电极化性质逐渐增强与磁极化性质逐渐减弱,两板阻抗向两个相反的不匹配方向变化,从而促进排斥力的出现.将图 7 和图 8 与图 4 和图 5 对比可以看出,因为两种情况的材料板电磁特性不同,排斥力出现的趋势

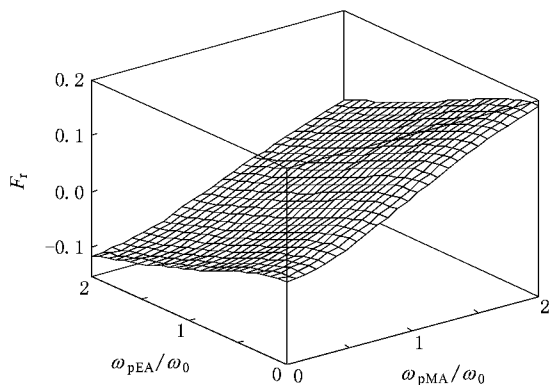


图 7 负折射率材料板间相对 Casimir 力随 ω_{pEA} 和 ω_{pMA} 的变化 $\omega_{TEA} = 0.5\omega_0, \omega_{TMA} = \omega_0, \omega_{TEB} = 0.7\omega_0, \omega_{TMB} = 0.5\omega_0, \omega_{pEB} = 0.2\omega_0, \omega_{pMB} = 1.5\omega_0, \gamma_{TB} = 10^{-2} \omega_{TMB} (\nu = E, M, \zeta = A, B)$ 板间距 $a = \lambda_0$

恰好相反. 这与我们的分析结果相符合.

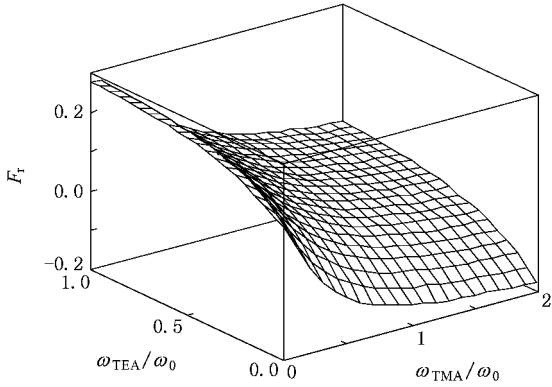


图 8 负折射率材料板间相对 Casimir 力随 ω_{TEA} 和 ω_{TMA} 的变化
 $\omega_{pEA} = \omega_{pMA} = \omega_0$, $\omega_{TEB} = 0.7\omega_0$, $\omega_{TMB} = 0.5\omega_0$, $\omega_{pEB} = 0.2\omega_0$,
 $\omega_{pMB} = 1.5\omega_0$, $\gamma_{\nu\zeta} = 10^{-2} \omega_{T\nu\zeta}$ ($\nu = E, M, \zeta = A, B$) 板间距 $a = \lambda_0$

4. 结 论

本文讨论了包含负折射率材料的平行介质板间 Casimir 排斥作用力的产生. 对于由 Drude-Lorentz 型色散介电常数和磁导率的正常材料与(或)负折射率材料介质组成的平行板系统,探讨了 Casimir 排斥效应的产生依赖各特征频率参数的不同情况. 排斥的 Casimir 作用力只可能出现在两不同平行板的情况下,而通过考察正常材料与负折射率材料介质的三种组合情况得到的结果表明,板间媒质阻抗值介于两板的阻抗值之间,且两板阻抗值与板间媒质阻抗值的差异越大, Casimir 排斥力越容易产生. 实际色散的正常材料板间不易产生排斥力,而对于包含负折射率材料的平行板系统,可调节负折射率材料的色散参数以得到排斥的 Casimir 作用力.

- [1] Casimir H B G 1948 *Proc. K. Ned. Akad. Wet.* **51** 793
- [2] Bordag M, Mohideen U, Mostepanenko V M 2001 *Phys. Rep.* **353** 1
- [3] Buks E, Roukes M L 2001 *Phys. Rev. B* **63** 033402
- [4] Kenneth O, Klich I, Mann A, Revzen M 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 033001
- [5] Buks E, Roukes M L 2002 *Nature* **419** 119
- [6] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [7] Xu J P, Wang L G, Yang Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2765 (in Chinese) [许静平、王立刚、羊亚平 2006 物理学报 **55** 2765]
- [8] Zeng R, Xu J P, Yang Y P, Liu S T 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6446 (in Chinese) [曾 然、许静平、羊亚平、刘树田 2007 物理学报 **56** 6446]
- [9] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser S C, Schultz S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184
- [10] Soukoulis C M, Linden S, Wegener M 2007 *Science* **315** 47
- [11] Klimchitskaya G L, Mohideen U, Mostepanenko V M 2000 *Phys. Rev. A* **61** 062107
- [12] Tomaš M S 2002 *Phys. Rev. A* **66** 052103
- [13] Brown L S, Maclay G J 1969 *Phys. Rev.* **184** 1272
- [14] Tomaš M S 1995 *Phys. Rev. A* **51** 2545
- [15] Kenneth O, Klich I 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 160401



Influence of negative refractive index materials on repulsive Casimir forces^{*}

Zeng Ran^{1,2)†} Yang Ya-Ping²⁾ Liu Shu-Tian¹⁾

¹ *Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*

² *Department of Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China*

(Received 5 December 2007; revised manuscript received 18 February 2008)

Abstract

The influence of negative refractive index materials on repulsive Casimir forces is studied. The repulsive Casimir interaction is determined by the electric and magnetic properties of the material slabs and the intermediate medium. Through theoretical analysis and numerical calculation, the condition for obtaining repulsive forces is presented. For the negative refractive index materials described by dispersive permittivity and permeability of Drude-Lorentz type, repulsive Casimir force can be realized by tuning the characteristic frequencies.

Keywords : repulsive Casimir force, negative refractive index materials, Drude-Lorentz permittivity and permeability

PACC : 4250, 4270, 7820, 0365

^{*}Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2006CB302901), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10674103), the "Post-Qimingxing" Program for Young Scientists of Shanghai, China (Grant No. 04QMH1407) and the Program for the New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education, China (Grant No. NCET-06-0384).

[†] E-mail : rz1008@gmail.com