

差分法求解时空分布的激光动力学模型^{*}

陈 钢[†] 庄德文 张 航 徐 军 程 成

(浙江工业大学应用物理系 杭州 310023)

(2007 年 12 月 13 日收到 2008 年 4 月 7 日收到修改稿)

利用速率方程理论和差分法数值计算,建立了描述激光器内部粒子数密度和光子数密度的时间演化和空间分布的动力学模型.该方法完善了普通的激光速率方程理论,为了解激光能量的时间演化和空间分布提供了较好的理论模型.

关键词:速率方程,差分法,动力学模型,铜激光

PACC: 4255, 4255H

1. 引 言

通常的激光器速率方程只涉及到粒子数密度、电子密度、气体温度、光子数密度等随时间的变化行为,对于非稳态速率方程,通常利用数值求解可以得到相关参量的时间演化行为^[1-5].在实际使用中,对各个参量的空间分布也有不同要求.比如,为了避免中心温度过高引起的热透镜效应,可以增加边界温度控制装置来降低温度的径向梯度,这方面的研究已经比较成熟^[6,7].另外,光强的空间分布在激光应用中也是一个非常重要的指标,有的要求高斯基模运转,有的要求光强能量大面积分布并且尽量均匀,实验上经常利用光束模式分析仪来观测光强具体的空间分布情况.对空间分布的了解主要是为了改善光强的空间分布,达到合适的应用要求.所以,温度、粒子数密度、光强等空间分布的理论分析与计算就显得非常重要.

一般的激光速率方程是一组含时的微分方程组,通过数值求解能够得到各个能级的粒子数密度以及光强等参量的时间演化过程,反映出激光产生过程的微观机制.含时速率方程不能够反映空间行为变化,因此,在研究空间分布时,尤其是研究光束能量的空间分布以及改善能量空间分布时,有必要建立一个时空耦合的速率方程组.求解时空演变的偏微分方程组,通常要用到差分数值计算方法^[8],对

时间行为和空间行为分别进行计算,这样可以得到任意时刻的空间演化过程,为分析激光器工作过程中的空间粒子数密度变化、温度场变化、光强的空间分布提供理论依据.本文在铜蒸气激光的基础上建立了一个动力学模型,包括时间和空间的演化过程,理论分析和数值计算的结果可为激光器的时空演化过程的研究提供一些借鉴.

2. 动力学模型描述

本文以铜原子激光发射 578.2 nm 黄光和 510.6 nm 绿光的激光器为基础,建立了一个能够反映时空演化过程的动力学模型.铜原子相关能级如图 1(a)所示,模型考虑了铜原子基态($^2S_{1/2}$)、激光下能级($^2D_{3/2,5/2}$)、激光上能级($^2P_{1/2,3/2}$)、较高的激发态($^2D_{3/2,5/2}$)、一价铜离子等 5 个主要能级,分别用 N_0 , N_1 , N_2 , N_3 , N_4 表示相应能级的粒子数密度,激光上下能级中简并能级的粒子数密度按照统计权重进行分配.缓冲气体氖原子主要考虑了基态、亚稳态(Ne^*)、一价离子基态,相应能级的粒子数密度分别用 N_{Ne} , N_{Ne}^m , N_{Ne}^+ 表示,如图 1(b)所示.模型还包括了代表能量的电子温度 T_e 、电子密度 N_e 、光强 I_p 以及外部激励电路的各个参量.对激光器中的铜、氖原子的主要能级,给出其包含电子碰撞激发/消激发、电离、径向扩散、激光增益、自发辐射、受激辐射与吸收等过程的粒子数密度变化方程,加上外部激

^{*} 全国优秀博士学位论文作者专项基金(批准号 200433)资助的课题.

[†] E-mail: gangchen@zjut.edu.cn

励电路方程以及电子温度、密度方程、光强变化方程 组成一组有关时间和空间的偏微分方程组. 利用相应的初始条件和边界条件进行数值计算, 从而得到各个能级粒子数密度的时间、空间演化过程.

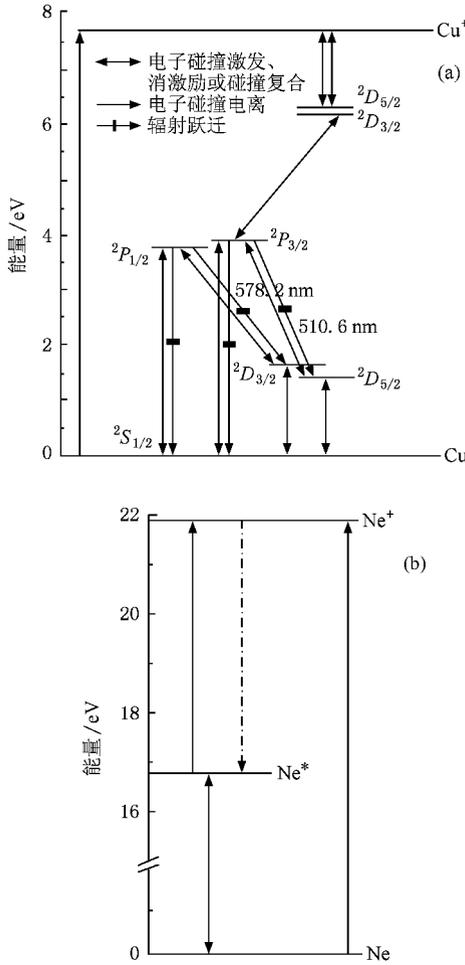


图 1 原子能级图和相应激发过程及黄、绿激光跃迁 (a)铜原子 (b)氖原子

2.1. 粒子数密度和腔内光强的时空变化速率方程

根据速率方程理论, 加上本文讨论的激光管径向不同位置 r 处的粒子数密度, 各能级粒子数密度时空变化的速率方程可以写为

$$\frac{\partial N_1(r, t)}{\partial t} = \kappa N_0(r, t)N_e(r, t) + \gamma N_{2,3}(r, t)N_e(r, t) - \kappa N_1(r, t)N_e(r, t) + \alpha N_1(r, t)N_e(r, t)^2 + A_{21}N_2(r, t) + \gamma_0 I_p(r, t)(h\nu) - \nabla \cdot \Gamma_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_2(r, t)}{\partial t} = \kappa N_{0,1}(r, t)N_e(r, t) + \gamma N_3(r, t)N_e(r, t) - \kappa N_2(r, t)N_e(r, t) + \alpha N_1(r, t)N_e(r, t)^2 - A_{21}N_2(r, t) - \gamma_0 I_p(r, t)(h\nu) - \nabla \cdot \Gamma_2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_3(r, t)}{\partial t} = \kappa N_{0,1,2}(r, t)N_e(r, t) - \kappa N_3(r, t)N_e(r, t) + \alpha N_1(r, t)N_e(r, t)^2 - \nabla \cdot \Gamma_3, \quad (3)$$

$$\frac{\partial N_4(r, t)}{\partial t} = \kappa N_{0,1,2,3}(r, t)N_e(r, t) - \alpha N_1(r, t)N_e(r, t)^2 - \nabla \cdot \Gamma_4. \quad (4)$$

这里 κ 和 γ 分别是激励和消激励速率系数, A_{21} 是激光上下能级的自发辐射跃迁概率, α 是复合系数, I_p 是腔内光强, γ_0 是小信号增益系数, 粒子的扩散损耗用径向粒子流的散度 $\nabla \cdot \Gamma$ 表示.

根据守恒原则, 基态铜原子密度的速率方程为

$$\frac{\partial N_0(r, t)}{\partial t} = - \left(\frac{\partial N_1(r, t)}{\partial t} + \frac{\partial N_2(r, t)}{\partial t} + \frac{\partial N_3(r, t)}{\partial t} + \frac{\partial N_4(r, t)}{\partial t} \right). \quad (5)$$

腔内光强连续变化的速率方程为

$$\frac{\partial I_p(r, t)}{\partial t} = c I_p(r, t) \gamma_0 L_0 / L_c - I_p(r, t) [(1/(2L_c)) + (1/(R_1 R_2))] + A_{21} N_2(r, t) h\nu c d\Omega / (4\pi), \quad (6)$$

式中 R_1 和 R_2 是腔镜的反射率, c 和 L_c 分别是光速和腔长, L_0 是激活体长度, h 是普朗克常量, ν 是激光频率, $d\Omega$ 是光束立体角. 与氖原子有关的各能级粒子数密度的速率方程形式上和铜原子的一样.

2.2. 电子温度、密度变化方程

电子温度变化方程可写为

$$\frac{\alpha (1.5 N_e k_B T_e)}{\partial t} = \frac{N_e e^2 E^2}{m_e \nu_1} + \sum_{j,k} \gamma_{jk} N_e N_k^H \epsilon_{jk} - \sum_{j,k} \kappa_{jk} N_j^L N_k \epsilon_{jk} + \eta_p N_0 N_{Ne^*} \epsilon_p + \beta_p N_0 N_{Ne^*} \epsilon_i - 2m_e \sum_j (\nu_j / m_j) 1.5 N_e k_B (T_e - T_g). \quad (7)$$

这里 k_B 为玻尔兹曼常数, E 为电场强度, m_e 为电子

质量, ν_i 为电子与原子、离子总的碰撞频率, N_j^L 和 N_k^H 代表铜原子较低和较高激发态的粒子数密度, 高低能级之间的能量差用 ϵ_{jk} 表示 ($\epsilon_{jk} = \epsilon_k - \epsilon_j$), η_p 和 β_p 为铜原子与氖原子之间彭宁碰撞和彭宁电离的速率系数, ϵ_p 和 ϵ_i 为彭宁碰撞和彭宁电离所释放的能量, ν_j 为电子与原子之间的碰撞频率, m_j 为铜、氖原子的质量, T_g 为气体温度. (7) 式等号右端第一项表示电场对电子的加热, 其他项分别表示各种碰撞过程对电子温度的影响.

根据等离子体电中性的要求, 电子密度为所有离子密度之和, 可表示为

$$\frac{\partial N_e(r, t)}{\partial t} = \frac{\partial N_i(r, t)}{\partial t} + \frac{\partial N_{Ne^+}(r, t)}{\partial t}. \quad (8)$$

2.3. 双极扩散和热扩散

2.3.1. 电子和离子的双极扩散

速率方程 (1)–(4) 式的最后一项是径向粒子流的散度 $\nabla \cdot \Gamma$, 它代表了粒子流的径向扩散损耗. 对于离子和电子, 径向粒子流可以表示为^[9]

$$\Gamma_j = -D_j \nabla N_j + \mu_j N_j E_a, \quad (9)$$

$$\Gamma_e = -D_e \nabla N_e - \mu_e N_e E_a, \quad (10)$$

式中 N_j 代表铜离子、氖离子的粒子数密度, D_j 和 D_e 分别是离子和电子的热扩散系数, μ_j 和 μ_e 分别是离子和电子的迁移率, E_a 是径向双极电场. E_a 可表示为

$$E_a = \frac{-D_e \nabla N_e + D_{Cu^+} \nabla N_{Cu^+} + D_{Ne^+} \nabla N_{Ne^+}}{\mu_e N_e + \mu_{Cu^+} N_{Cu^+} + \mu_{Ne^+} N_{Ne^+}}, \quad (11)$$

式中热扩散系数可表示为

$$D_e = \frac{\mu_e k_B T_e}{e},$$

$$D_j = \frac{\mu_j k_B T_g}{e}.$$

带电离子的迁移率公式为

$$\mu_j = \mu_j^* \left(\frac{N_{Ne}^*}{N_{Ne}} \right) \left(\frac{273}{T_g} \right)^{0.5}, \quad (12)$$

式中 μ_j^* 是约化迁移率, N_{Ne}^* 是标准状态下的氖原子的粒子数密度. 电子的迁移率需要综合考虑电子与中性粒子和离子总的碰撞频率 ν_i , 可表示为

$$\mu_e = e / (m_e \nu_i).$$

2.3.2. 中性粒子的热扩散

中性粒子的径向粒子流可表示为

$$\Gamma = -D \nabla N. \quad (13)$$

这里 D 是中性粒子的热扩散系数,

$$D = D^* \left(\frac{N_{Ne}^*}{N_{Ne}} \right) \left(\frac{T_g}{273} \right)^{0.5},$$

其中 D^* 是标准状态下的扩散系数; N 代表中性粒子的粒子数密度. 扩散损耗计算中用到的系数采用文献 [9] 的取值, 见表 1.

表 1 计算中用到的相关扩散系数取值^[9]

中性粒子	$D^*/10^{-5} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	离子	$\mu_j^*/10^{-4} \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$
Ne	4.57	Ne ⁺	4.1
Ne*	2.14	Cu ⁺	9.00
Cu	2.89		
Cu*	2.89		

2.3.3. 扩散方程的推导

将激光管等效为一个圆柱体, 利用柱面坐标下的散度公式, 忽略 θ, z , 可以得到沿径向不同位置 r 处的粒子流散度, 具体形式为

$$\nabla \Gamma = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma). \quad (14)$$

对于中性原子 (14) 式展开为

$$\begin{aligned} \nabla \Gamma &= \nabla \cdot (-D \nabla N) \\ &= -D \Delta^2 N \\ &= -D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial N}{\partial r} \right) \\ &= -D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} N - D \frac{\partial^2}{\partial r^2} N. \end{aligned} \quad (15)$$

对于电子和离子, 粒子流散度的推导过程与 (15) 式类似.

2.4. 偏微分方程的差分公式

速率方程给出了各个能级粒子数密度的变化和光强变化, 由于考虑了径向位置分布, 方程中包含粒子数密度对径向位置的微分, 用 $N(r, t)$ 表示不同时刻不同位置处中性粒子的粒子数密度, 速率方程可简化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(r, t)}{\partial t} &= F(N(r, t)) - \nabla \cdot (-D \nabla N(r, t)) \\ &= F(N(r, t)) + D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} N(r, t) \\ &\quad + D \frac{\partial^2}{\partial r^2} N(r, t), \end{aligned} \quad (16)$$

式中 $F(N(r, t))$ 是不含空间微分的项, 即速率方程中右边不包括扩散损耗的那些项. 这是一个包含时间和空间的偏微分方程, 一般可利用差分法进行数值求解^[8].

粒子数密度 $N(r, t)$ 对时间的微分可用差分表示为

$$\frac{\partial N(r, t)}{\partial t} = \frac{N(r, t+k) - N(r, t)}{k} + O(k), \quad (17)$$

式中 $O(k)$ 为关于 k 的小量, k 是时间步长. $N(r, t)$ 对空间的一阶微分利用中值差分法可表示为

$$\frac{\partial N(r, t)}{\partial r} = \frac{N(r+h, t) - N(r-h, t)}{2h} + O(h), \quad (18)$$

式中 $O(h)$ 为关于 h 的小量, h 为空间步长. $N(r, t)$ 对空间的二阶微分可用差分表示为

$$\frac{\partial^2 N(r, t)}{\partial r^2} = \frac{N(r+h, t) - 2N(r, t) + N(r-h, t)}{h^2} + O(h^2), \quad (19)$$

式中 $O(h^2)$ 为关于 h^2 的小量.

将(17)–(19)式代入(16)式, 则描述粒子数密度时空变化的偏微分方程可用差分方程表示为

$$\begin{aligned} & \frac{N(r, t+k) - N(r, t)}{k} \\ &= F(N(r, t)) + D \frac{1}{r} \frac{N(r+h, t) - N(r-h, t)}{2h} \\ &+ D \frac{N(r+h, t) - 2N(r, t) + N(r-h, t)}{h^2} \end{aligned} \quad (20)$$

化简后得

$$\begin{aligned} N(r, t+k) &= kF(N(r, t)) + N(r, t) \left(1 - \frac{2Dk}{h^2} \right) \\ &+ N(r-h, t) \left(\frac{Dk}{h^2} - \frac{Dk}{2rh} \right) \\ &+ N(r+h, t) \left(\frac{Dk}{h^2} + \frac{Dk}{2rh} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

有关离子和电子的粒子数密度差分方程推导过程与上述类似.

利用差分方程代替原来的偏微分方程, 在计算中就带来一定误差, 时间误差为 $O(k)$, 径向位置的误差为 $O(h)$. 根据差分法收敛条件, 得出(21)式的收敛条件是 $2Dk/h^2 < 1$. 从实际情况看, 时间步长 k 选择 0.01–0.1 ns, 空间步长 h 选择 0.01–0.05, D 的数值约为 10^{19} . 选择合适的时间和空间步长, 数值计算方法收敛, 径向粒子数密度的误差约为 1%–5%, 轴向粒子数密度的误差非常小, 可以忽略不计. 在这样的步长下, 尽管计算误差很小, 但是却非常耗时, 效率偏低. 考虑到放电初期, 粒子数密度的时空变化比较明显, 可以在开始计算的时候选择较小的时间步长和空间步长. 当放电结束进入放电

余辉期时, 粒子数密度的时间、空间变化明显减小, 可以适当增加时间步长和空间步长以节约计算时间. 实践证明这种方法可以有效地减少计算的工作量, 同时能保证数值计算的精度要求.

从化简得到的粒子数密度的时间空间变化方程看, 要进行数值计算必须给定初始条件和边界条件. 下面给出模型中用到的初始条件和边界条件.

(1) 初始时刻, 给定各个粒子数密度的径向分布 $f(r)$, 即 $t=0$ 时,

$$N(r, 0) = f(r).$$

(2) 根据连续性要求, 激光管中心处粒子数密度的梯度为零, 即 $r=0$ 时,

$$\left. \frac{\partial N}{\partial r} \right|_{r=0} = 0,$$

也可以表示为

$$N(r-h, t) = N(r+h, t).$$

(3) 根据边界条件要求, 管壁处激发态粒子数密度 N_w^e 为零, 而管壁处基态粒子数密度 N_w^0 为常值 N_w , 当 $r=R$ (R 是激光管半径) 时, 可表示为 $N_w^e = 0$, $N_w^0 = N_w$.

3. 计算结果及讨论

3.1. 激光管放电电流的模拟比较

图 2 是模拟计算与实验测量得到的电流脉冲波形比较, 电流脉冲的大小和前沿上升率主要决定了放电等离子体中平均电子温度的变化^[10]. 从图 2 可以看出, 计算结果与测量结果的前沿非常一致. 模型中等离子体电阻由微观粒子数密度决定, 因此电流脉冲的准确模拟保证了电子温度计算的准确性. 电流脉冲后沿的差异主要是由于电子温度下降后等离子体电阻的变化比较复杂, 等效的等离子体电阻和实际放电管中的电阻存在一定差异.

3.2. 粒子数密度的径向分布

3.2.1. 基态粒子数密度的空间分布

气体温度的径向分布呈现出中间高两边低的不均匀性^[9], 导致与压强 P 相关的粒子数密度也呈现出径向梯度变化, 近似地有

$$N = P(k_B T_g).$$

图 3 给出的是基态铜原子密度的径向分布, $t=0$ 初始时刻的值由多周期自洽计算得出. 比较后可以发

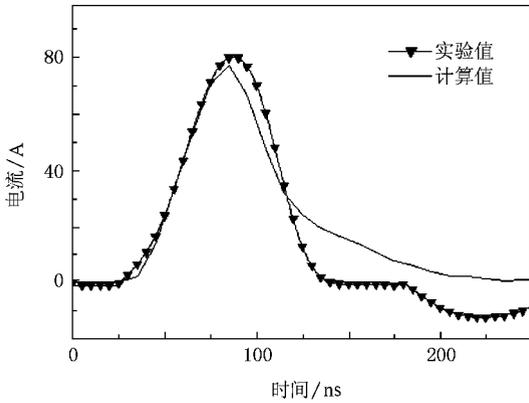


图2 实验和模拟计算得到的放电管电流

现,实际的基态铜原子密度径向分布要比按照气体温度分布的值偏小一些,由于铜原子参与的过程较多,其密度实际上是不完全按照气体温度分布的.初始时刻,中心处粒子数密度约为管壁处粒子数密度的60%.从放电开始到放电刚刚结束的150 ns左右,基态铜原子密度下降到了最低值.从图3可以看出,中心处的铜原子消耗较多,约有20%的铜原子被激发,靠近管壁处激发的较少,约为10%.随后由于电子温度下降,电子碰撞激发趋缓,铜原子密度开始增加,到余辉后期逐渐恢复到初始时刻的值.从图3也可以看到,粒子数密度在中心区域($r = -0.60 \sim 0.60$)的径向梯度明显低于管壁附近,而且在激励结束后的余辉期内,粒子数密度的径向梯度会不断降低.

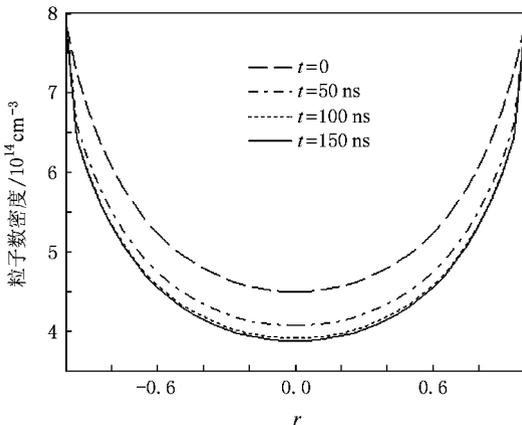
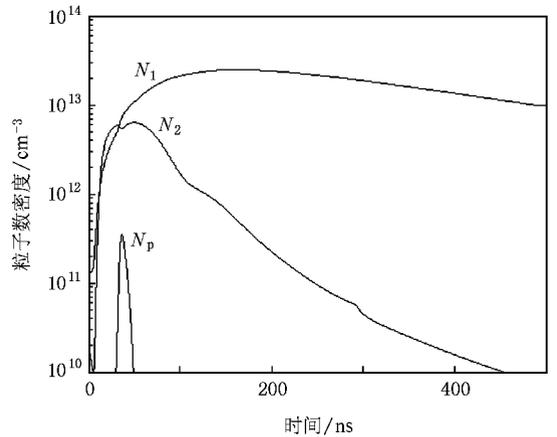


图3 基态铜原子密度不同时刻的径向分布

3.2.2. 上、下能级粒子数密度的径向分布

图4给出了管心($r = 0$)处上、下能级粒子数密度及光子数密度的时间演化过程.方程(6)给出了腔

内光强 I_p 的时空变化,为了能明确说明光强的时空变化,这里用光子数密度 $N_p = I_p / (h\nu c)$ 来代表激光脉冲的大小.由于铜激光以脉冲方式运转,因此粒子数反转形成的时间非常短,表现出来的就是激光脉冲持续时间非常短.从图4可以看出:上能级粒子数密度在32 ns时第一次达到最大值,此时反转粒子数达到阈值,激光开始形成;在36 ns时粒子数密度有一个下降过程,而此时光子数密度达到最大值.这正好说明激光形成过程中上能级粒子数密度和光子数密度的时间演化过程.随着反转粒子数密度的下降,光子数密度开始下降,直至激光熄灭上能级粒子数密度又开始上升,在 $t = 50$ ns 时第二次达到最大值,随后由于激励的下降粒子数密度开始回落.为了研究光强的空间分布,就必须给出激光管内径向各个位置处的光子数密度的行为,因此必须了解上、下能级粒子数密度的空间分布行为.

图4 上能级粒子数密度 N_2 、下能级粒子数密度 N_1 和光子数密度 N_p 的演化过程

激发态原子的径向分布和基态有所不同,由于激发态原子的热扩散,在管壁处密度为零.图5给出的是下能级粒子数密度的径向分布.从图5可以看出,在整个激发期内(0—150 ns),下能级粒子数密度不断上升,导致径向梯度不断增加.当激发结束后,下能级粒子通过热扩散以及与电子的碰撞进行缓慢的消激发过程,密度逐渐下降到初始时刻的值,径向梯度也不断降低,最后恢复到初始时刻的径向分布.

激光上能级粒子数密度的空间分布在不同时刻也表现出剧烈变化,尤其是在激光产生前,粒子数密度的空间梯度变化非常大,从管壁到管心的变化比较复杂.图6给出了激光管径向位置上不同时刻的上能级粒子数密度的变化,结合图4中几个关键的

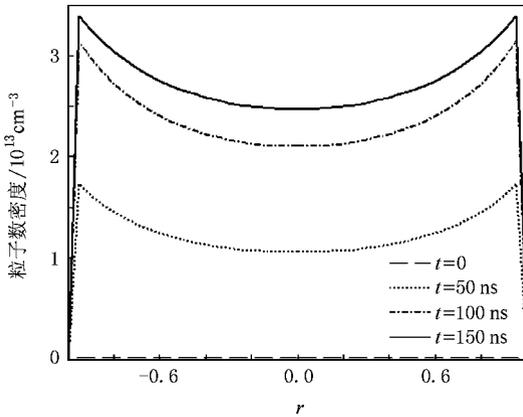


图5 激光下能级粒子数密度在不同时刻的径向分布

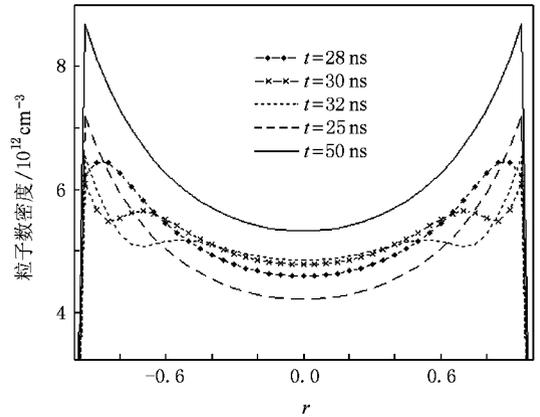


图6 激光上能级粒子数密度在不同时刻的径向分布

时刻就能反映出粒子数密度的空间分布变化. 在 $t = 25 \text{ ns}$ 时, 上能级粒子数密度还比较低, 在中心区域梯度还是比较大, 在 $r = -0.8 \sim 0.8$ 区域, 粒子数密度的中心值只有边缘处的 50% 左右, 分布很不均匀. 到 $t = 32 \text{ ns}$ 时, 上能级粒子数密度在中心区域第一次达到最大值, 径向中心区域的粒子数密度都达到最大值, 其空间梯度明显减小, 在 $r = -0.5 \sim 0.5$ 范围内粒子数密度的空间分布非常均匀. 当激光产生后, 粒子数密度先下降, 随后又继续增加到第二次极大值 ($t = 50 \text{ ns}$), 这个过程中粒子数密度的空间梯度又不断增加. 尽管激光产生前后粒子数密度的空间梯度变化剧烈, 但是如果只从粒子数密度的径向分布 ($r = -0.8 \sim 0.8$) 看, 在激光产生前后粒子数密度的空间分布还是比较规则的. 而激光产生过程中的 $t = 28 \sim 32 \text{ ns}$ 时间内, 径向梯度尽管减小了, 但是分布却不是很均匀, 甚至产生了不规则分布. 这正好反映了激光的形成是从平衡态到非平衡态, 再到平衡态的过程, 由于激光以脉冲形式运转, 此非平衡态存在的时间非常短.

3.3. 光子数密度的空间演化过程

从图 4 中光子数密度的时间演化过程可以看出, 在上能级第一次达到最大值的时刻 ($t = 32 \text{ ns}$), 激光开始产生, 当激光脉冲强度最大时, 上能级密度有一个下降过程, 这很好地揭示了粒子数反转及激光产生的动力学过程. 但是, 只看管心处的变化不能反映出空间光子数密度的变化状况, 也就不能说明光强的空间分布情况. 图 7 是光子数密度的空间分布在不同时刻的变化情况. 从图 7 可以看出: 从激光开始产生的 32 ns 时刻到激光最强的 36 ns 时刻, 光

子数密度的空间分布变化非常剧烈, 在激光强度最大的时刻 ($t = 36 \text{ ns}$), 中心区域 ($r = -0.4 \sim 0.4$) 的光子数密度达到最大值, 空间梯度明显下降. 当激光强度开始下降时, 基本上形成了中间高, 两边低的分布形式. 激光产生过程中光子数密度的空间变化行为和上能级粒子数密度的空间变化是一致的, 说明在激光产生过程中, 空间光子的密度也会经历一个从均匀到非均匀再到均匀这样一个变化过程. 这个过程也正好是光子从边缘向中心聚集的过程, 到激光输出时形成中间高两边低这样一种类高斯分布, 能量集中到中心区域. 本模型是在单模激光的速率方程理论上得到的, 因此得到的光强分布为类高斯型, 这和谐振腔理论从基尔霍夫积分衍射公式得出的横模分布基本一致. 如果模型采用多模速率方程理论, 数值计算得到的光强分布结果就可以反映高阶横模的光强分布情况.

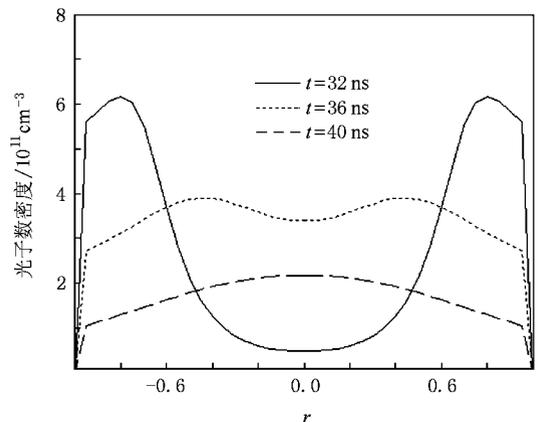


图7 光子数密度在不同时刻的径向分布

4. 结 论

本文建立了一个描述时空耦合的激光动力学模型. 详细介绍了差分法求解时空耦合速率方程的具

体方法和过程. 计算结果揭示了激光器内部粒子数密度和光子数密度的时间演化过程及空间分布情况, 指出了激光产生前后粒子数密度的空间变化行为, 同时得到了光子数密度的空间分布. 这为研究控制激光模式以及提高光束质量提供了有益的借鉴.

- [1] Carman R J , Brown J W , Piper J A 1994 *IEEE J. Quantum Electron.* **30** 1876
- [2] Cheng C , Sun W 1997 *Opt. Commun.* **144** 109
- [3] Jin Y , Pan B L , Chen G , Chen K , Yao Z X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1799 (in Chinese) [金 毅、潘佰良、陈 钢、陈 坤、姚志欣 2004 物理学报 **53** 1799]
- [4] Pan B L , Chen G , Chen X , Yao Z X 2004 *J. Appl. Phys.* **96** 34
- [5] Chen G , Pan B L , Mao B N , Xia T T , Yao Z X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 197 (in Chinese) [陈 钢、潘佰良、毛邦宁、夏婷婷、姚志欣 2006 物理学报 **55** 197]
- [6] Yao Z X , Qian Y J , Pan B L 1995 *Chin. J. Laser A* **22** 333 (in Chinese) [姚志欣、钱育军、潘佰良 1995 中国激光 **A 22** 333]
- [7] Ma T , Yao Z X , Pan B L 1999 *Acta Opt. Sin.* **19** 1491 (in Chinese) [马 涛、姚志欣、潘佰良 1999 光学学报 **19** 1491]
- [8] Yu D H , Tang H Z 2004 *Numerical Solution on Differential Equation* (Beijing : Science Press) p220 (in Chinese) [余德浩、汤华中 2004 微分方程数值解法 (北京 科学出版社) 第 220 页]
- [9] Carman R J 1990 *IEEE J. Quantum Electron.* **26** 1588
- [10] Pan B L , Chen G , Yao Z X 2002 *J. Optoelectron. Laser* **13** 1104 (in Chinese) [潘佰良、陈 钢、姚志欣 2002 光电子·激光 **13** 1104]

A difference method to solve the laser kinetic model involving temporal-special evolution *

Chen Gang[†] Zhuang De-Wen Zhang Hang Xu Jun Cheng Cheng

(Department of Applied Physics , Zhejiang University of Technology , Hangzhou 310023 , China)

(Received 13 December 2007 ; revised manuscript received 7 April 2008)

Abstract

Based on the rate equation theory and numerical difference method , a kinetic model was developed to describe the temporal-special distribution of the particles and photon densities in a laser tube . This method improves the normal rate equation and can be used to study the laser evolution and the energy distribution .

Keywords : rate equation , difference method , kinetic model , copper laser

PACC : 4255 , 4255H

* Project supported by the Foundation for the Author of National Excellent Doctoral Dissertation of China (Grant No. 200433).

[†] E-mail : gangchen@zjut.edu.cn