

聚焦光场俘获微球的 FDTD 分析*

杨 浩¹⁾ 冯国英^{1)†} 朱启华^{1)‡} 张大勇^{1)‡} 周寿桓^{1)‡}

1) 四川大学电子信息学院, 成都 610064)

2) 中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 绵阳 621900)

3) 华北光电技术研究所, 北京 100015)

(2008 年 1 月 22 日收到, 2008 年 2 月 3 日收到修改稿)

基于动量守恒原理, 采用 2 维时域有限差分方法(2D FDTD)建立了激光场对微米量级微球的作用力模型, 讨论了入射高斯光场的波长、束腰半径、微球的折射率和半径等对聚焦光场俘获力的影响. 结果表明: 位于聚焦光场中特定位置的微球可被俘获, 当离轴距离增加, 俘获力减小. 微球所受到的俘获力与微球的折射率有关, 当小于环境折射率时(如气泡), 不能形成俘获, 而被推离光场. 模拟结果与其他文献中报道的实验结果一致.

关键词: 光镊, 俘获力, 时域差分有限方法(FDTD), 动量守恒

PACC: 4110, 4225F, 4262

1. 引 言

当光入射到介质表面时, 在介质表面会形成散射和透射. 光子具有能量和动量, 在与介质表面相互作用时, 会有动量的改变, 因此光与介质表面相互作用形成的力, 称其为光压. 这种力虽然微小但可以用来俘获和操作空气中或液体中的微小颗粒. 我们将这种利用光压来俘获颗粒的装置称为光镊. 最近几十年来, 光镊受到人们广泛的关注. 1970 年, Ashkin 利用两束相对的光束成功俘获微小颗粒, 证明了稳定三维俘获力场的存在^[1]. 1986 年, Ashkin 使用单光束形成了对微小颗粒俘获^[2]. 从那以后, 光镊对微小粒子俘获力的研究引起更多人的关注. 到今天, 光镊已经被人们广泛应用在对细胞、细菌、DNA 等众多领域的研究当中^[3-7].

目前有多种方法可以用来计算聚焦光束中的微球所受到的俘获力. 当光场中微球的尺寸远大于入射光波长时, 使用几何光学的方法来研究光在微球表面的反射和折射, 从而计算出微球所受到的力. 这种方法的优点是直观清晰, 缺点是需要依赖于各种聚焦光束(常见的有高斯光束)的具体描述. 而当微球的尺寸和入射光波长相比拟甚至远小于入射光波长时, 微球被看做为一个电偶极子, 它所受到的力为

被分成由于散射所形成的散射力和由于电磁场分布不均匀所形成的梯度力. 另外一种方法是利用 Maxwell 张量矩阵, 这种办法的优点是通用性强, 缺点是计算过程比较复杂. 在此基础上, 人们使用各种方法对不同光场中不同电介质微粒所受到的俘获力进行了数值模拟, 其中一种方法是结合 FDTD 方法来计算俘获力. Zhang 使用了 FDFD 方法分析了高斯光束中介质小球的能量交换^[8]. Gauthier 同样利用 FDTD 方法以及“两步法”的原理计算了小球所受到的俘获力^[9]. Zhou 针对这两篇论文做出评论, 指出此两篇文献中使用的“两步法”过于简单, 而且对公式的处理也不太恰当^[10].

在学习前人工作的基础上, 本文提出了一种简便但直观合理的方法来计算微球所受到的俘获力. 我们利用 FDTD 方法得到了聚焦光束中微球的动量密度分布 g , 然后计算得到了微球表面内外相邻两点动量密度的改变量. 根据动量守恒定理, 就可以得到该点所受到力的大小. 再将计算所得的力投射到该点的法向方向和切向方向. 本文中, 我们关注微球所受的法向力, 因为法向力引起微球移动, 切向力则形成转矩, 使微球旋转. 通过对表面各点法向分力求和, 可以得到微球在光场中所受到的俘获力. 在这种方法中, 我们忽略了微球表面由于散射而形成的散射力, 这是由于散射力很小, 当微球尺寸小于入射光

* 国家自然科学基金(批准号: 10676023)和固体激光国家级重点实验室基金资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: guoying_feng@yahoo.com.cn

波长时,由于散射而形成的散射力远远小于梯度力,大约是其 $1/1000^{[11]}$.利用上述方法,我们研究了高斯光束的入射波长和束腰半径、微球的半径和折射率等对俘获力和俘获范围的影响,所得模拟结果能对实验结果做出较好的解释.

2. 俘获力原理

光束可以理解为由带有能量和动量的光子所组成,每个光子所携带的能量和动量分别为 $h\nu$ 和 h/λ ,其中 h 为普朗克常数, λ 为光波波长.在 dt 时间内通过 da 面的动量可以写为^[10]

$$dp = \frac{(S \cdot \sigma) \lambda dt da}{h\omega} \frac{k}{|k|} = \frac{n}{c} \frac{k}{|k|} (S \cdot \sigma) \lambda dt da, \quad (1)$$

式中 S 为波印亭矢量, n 为折射率, c 为光速, σ 为面元方向.根据动量守恒定理,对闭和空间,平均作用力可以写为

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{n}{c} \oint \frac{k}{|k|} (S \cdot \sigma) \lambda da, \quad (2)$$

式中 $\langle \rangle$ 表示时间平均, P 为闭和空间的总动量.Gauthier 对(1)式和(2)式做了如下简化^[9]:

$$\frac{dP}{da} = \left(\frac{n}{c}\right) S, \quad (3)$$

$$F = \frac{n}{c} \iint \Delta S \cdot da. \quad (4)$$

然后在(3)(4)两式的基础上利用 2D FDTD 方法分别计算了高斯光束中有无电介质小球时的电磁场分布(两步法),并根据其差别得到小球所受到的俘获力.Zhou 对这种简化做出评论^[10],认为两步法不能反映小球内部的动量变化,而且对(1)(2)两式的简化并不合理,没有考虑到球表面的特性.在前人研究的基础之上,我们对光场中微球所受到的作用力做了如下分析.

当光子在介质表面发生反射和透射时,光子的运动速度和运动方向都发生变化,即动量发生了变化.根据经典的动量守恒定律,光子动量发生改变一定是受到了力的作用,同时,介质表面也受到了一个与之大小相等方向相反的反作用力.这是从动量角度对俘获力的一种描述.在光场中, g 为动量密度,表示单位体积中电磁场的动量. g 与波印亭矢量 S 的关系为

$$g = n^2 S/c^2, \quad (5)$$

式中, n 表示该点的折射率, c 表示真空中的光速.在一个周期内对 g 取时间平均,

$$g = n^2 S/c^2, \quad (6)$$

符号 $\langle \rangle$ 表示时间平均.

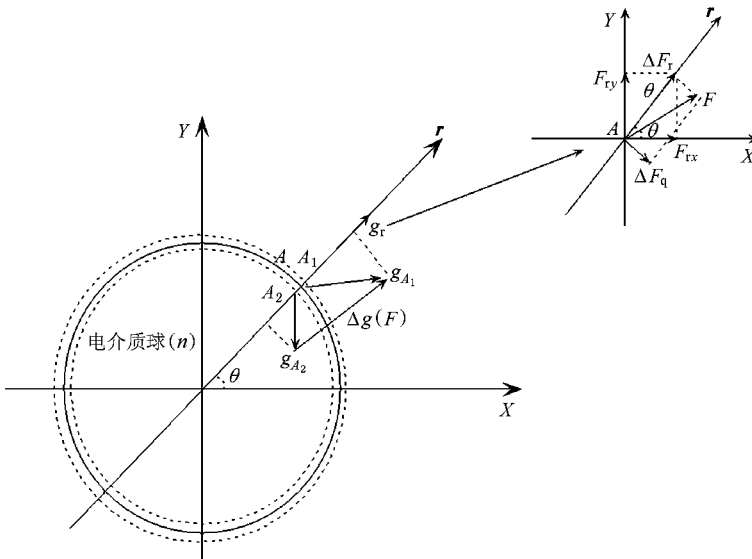


图 1 微球表面动量密度分布

图 1 所示为光场中微球表面动量密度的分布情况.图中 A 点为微球表面上的一点, A_1 和 A_2 分别为微球表面 A 点的表面外和表面内相邻两点, A_1 和

A_2 点处的动量密度分别为 g_{A_1} 和 g_{A_2} .根据动量守恒定理, A_1 点和 A_2 点处光子在一个周期内的平均动量密度改变量为 $\Delta g = g_{A_1} - g_{A_2}$.于是,根据

动量守恒定律,微球表面 A 点在单位时间内单位面积上受到的平均作用力可以写为

$$F_A = \Delta g \cdot ds = \{ g_{A_1} - g_{A_2} \} \cdot ds. \quad (7)$$

将 A 点位置微球受到的力 F_A 分解到该点处的法向方向 (F_r) 和切向方向 (F_q). 由于切向方向的受力使微球旋转, 所以本文只关心法向方向受力 (F_r). 如图 1 中所示, 再将 F_r 分别用 X 方向 (F_{rx}) 和 Y 方向 (F_{ry}) 的力表示. 最后将球面 (S) 各点所受力积分求和, 就可以得到微球所受的俘获力

$$F_x = \int_S F_{rx} \cdot ds, F_y = \int_S F_{ry} \cdot ds. \quad (8)$$

当一束光垂直照射到一个透明微球上时, 微球的作用类似于一个透镜. 照射在微球表面上的光, 绝大部分透射入微球内部, 而其中极少部分在微球前表面反射, 形成散射场. 进入微球后的极少部分光在微球内部来回反射, 而其中绝大部分能量会透过微球后表面在微球后方会聚. 当微球尺寸小到与入射光波长相比拟甚至远远小于光波长时, 我们可以认为, 微球所受到的作用力主要是由于光在微球界面透射而形成, 而散射场产生的作用力与之相比是很小的, 在我们的计算中忽略了散射场的影响.

3. FDTD 理论

FDTD 方法由微分形式的麦克斯韦旋度方程出发, 按照 Yee 元胞 (如图 2 所示) 进行差分离散^[12,43]. 图 2 中, 每一个磁场分量周围有四个电场分量, 同样, 每一个电场分量周围有四个磁场分量, 电场和磁场在时间和空间上交替抽样. 我们定义 $E_z^n(i, j)$ 为坐标中 (i, j) 处在 n 时刻的电场分量. 在 2-D FDTD 模拟中, 电磁场可以分为 TM (E_z, H_x, H_y) 波和 TE (H_z, E_x, E_y) 波.

为保证模拟的计算精度以及微小物体较好的解析度, 我们用 40 个网格来表示一个波长的长度, 每单位网格表示的实际长度为 $\lambda/40$. 同时, 我们在 FDTD 空间中采用等间隔划分,

$$\Delta x = \delta. \quad (9)$$

为了保证计算的稳定性, 时间和空间的离散间隔需要满足 Courant 稳定性条件^[12,43]. 在截断边界处应用 PML 吸收边界, 此种吸收边界可以保证很好的吸收效果.

图 3 为 2D FDTD 的模拟空间, 微球的半径为 R_s , 折射率为 n_s , 其球心位置距中心横轴的距离为

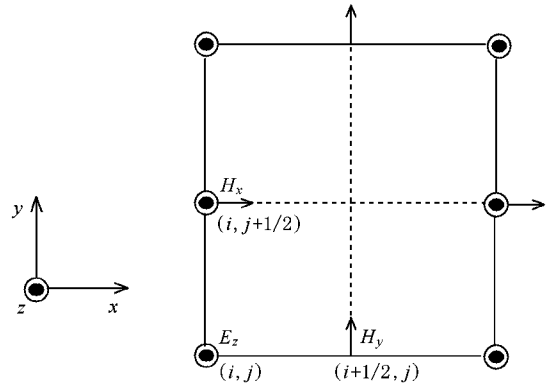


图 2 2 维 Yee 元胞

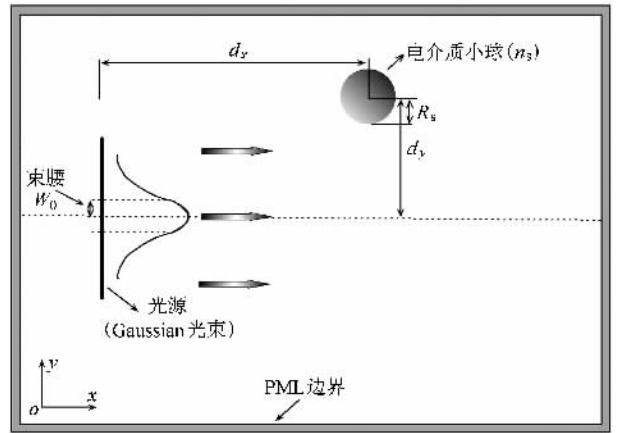


图 3 FDTD 计算模型

d_y 距光源的横向距离为 d_x . 该微球被浸没在折射率 $n = 1.33$ 的水中. FDTD 区域周围是厚度为 10 格的 PML 吸收层. 入射光源使用最常见的高斯光束, 在 y 方向的分布可表示为

$$A = \exp\left\{-2\left[\frac{y - y_0}{W_0}\right]^2\right\}, \quad (10)$$

式中, y_0 为高斯光束束腰的中心位置, 即 FDTD 计算区域的中心线位置. W_0 为束腰半宽. 光源自左向右传播, 按照右手定律, 对光源位置的电磁场做如下设置:

$$\begin{aligned} E_z(x_0, y) &= A \sin(\omega t), \\ H_y(x_0, y) &= -A \sin(\omega t), \end{aligned} \quad (11)$$

式中 x_0 表示入射场的位置, ω 为入射光的角频率, A 为振幅, 其表达式为 (10) 式.

4. 计算结果及分析

整个 FDTD 计算空间为 350×1200 个网格, 运行时间为 6000 个时间步. 我们计算了不同波长和束腰

半径的高斯入射场中(浸没在水中 $n = 1.33$),具有不同折射率 n_s 和半径 R_s 的微球在不同位置所受到的俘获力.入射光沿着 X 方向从左向右传播. F_x 为微球在 X 方向所受到的作用力.当 F_x 为负数时,微球受到一个指向光源方向的作用力;当 F_x 为正数时,微球所受的力相反,微球将会被推离光场. F_y 为微球在 Y 方向所受到的作用力.若位于轴线下方的微球受到的 F_y 为正数时,微球受到一个向上的作用力,其大小足以克服微球重力等因数,微球将向轴线靠近;若位于轴线上方的微球受到的 F_y 为负数时,微球也将向轴线靠近.反之,微球将被推离轴线.

FDTD 模拟结果和分析如下.

4.1. 微球的折射率和半径与俘获力的关系

图 4 (a)和(b)分别为折射率 $n_s = 1$ (气泡)和 $n_s = 1.7$ 时的微球(均浸没在水中, $n = 1.33$),在束腰半径 $2W_0 = 1.4 \mu\text{m}$,波长 $\lambda = 1.50 \mu\text{m}$ 的高斯光场中的电场振幅分布.微球球心距离入射光源位置为 $dx = 18 \mu\text{m}$.对比图 4 (a)和(b)两图可以发现,微球折射率越高($n_s = 1.7$),越类似于一个聚焦的透镜,光线透过微球后在微球后方汇聚.而当微球折射率 $n_s = 1$ 小于周围介质折射率时,对光起发散作用.

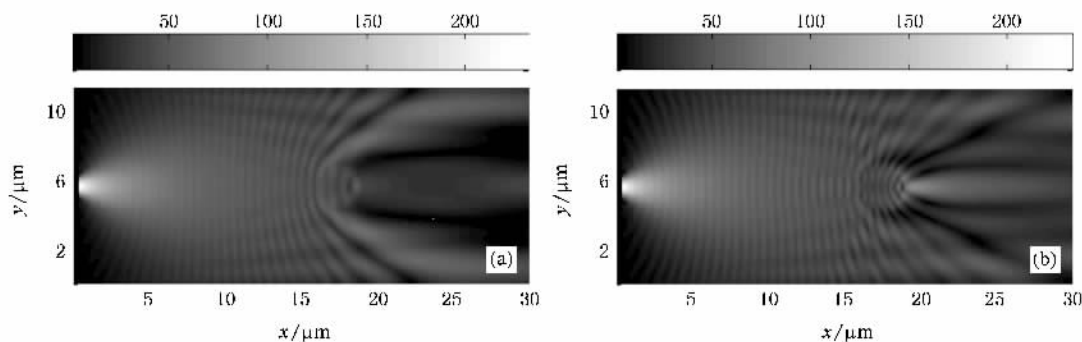


图 4 聚焦高斯光束的电场振幅分布.微球的折射率 n_s 为(a)1 或(b)1.7. $R_s = 1.5 \mu\text{m}$, $2W_0 = 1.4 \mu\text{m}$, $\lambda = 1.50 \mu\text{m}$, $dx = 18 \mu\text{m}$

为了对比研究不同折射率 n_s 的微球所受到的作用力,我们分别计算了微球折射率 $n_s = 1, 1.58$ 和 1.7 时,半径为 $1.5 \mu\text{m}$ 的微球在高斯入射场中不同位置处所受到的作用力如图 5 (a)所示.从图 5 (a)中容易看出,当 $n_s = 1$ 时,微球折射率小于水的折射率($n = 1.33$),即相当于一个水中的气泡(图中空心圆圈表示).此时微球在 X 方向上受到的作用力 F_x 为

正数,这表示微球受到了一个沿着光传输方向的作用力,该作用力将会推动气泡向远离焦点方向运动,因而不能将其俘获.该结论与其他文献报道的实验结果一致^[1].当微球折射率 n_s 大于周围环境折射率(水 1.33)时,微球在 X 方向上受力 F_x 为负数,这表示微球受到一个指向光源处的作用力,并将其推向束腰位置处,形成对微球的俘获.

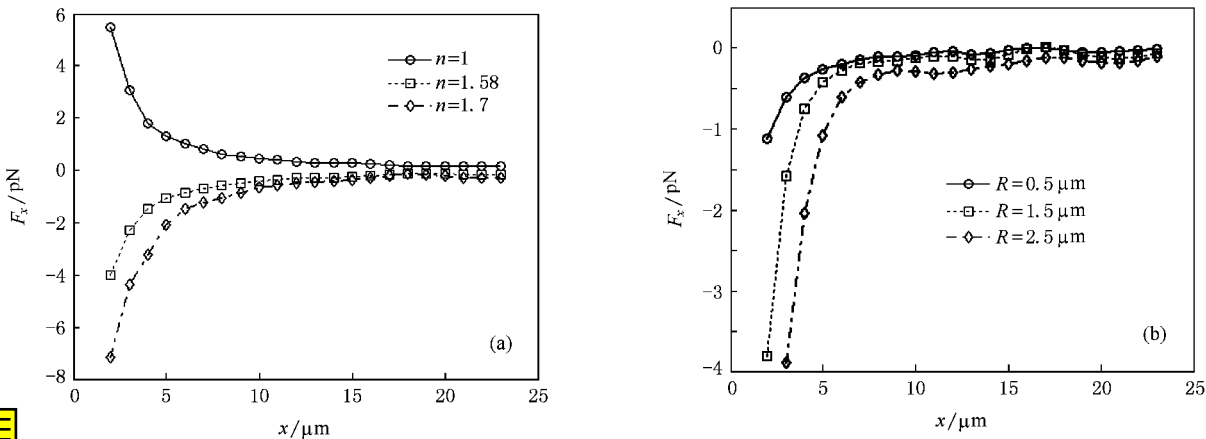


图 5 (a)不同折射率微球所受到的作用力 F_x ($2W_0 = 1.7 \mu\text{m}$, $R_s = 1.5 \mu\text{m}$, $\lambda = 1.50 \mu\text{m}$)(b)不同半径的微球所受到的俘获力 F_x ($n_s = 1.58$, $2W_0 = 1.6 \mu\text{m}$, $\lambda = 0.98 \mu\text{m}$)

图 5 (b) 为不同半径 ($R_s = 0.5, 1.5$ 和 $2.5 \mu\text{m}$) 的微球在 Gaussian 光束中不同位置处所受到的作用力. 从图中可以看出, 微球在相同入射光场所受到的俘获力 F_x 随着球半径 R_s 增大而增大. 这里需要注意的是, 当微球半径增大时, 微球的重力和表面积也同时增大, 如果要俘获微球, 则需要更大的俘获力来克服微球重力等阻力. 然而对于尺寸较小的微球, 虽然所受到的俘获力比较小, 但是由于小球本身的重力和表面积比较小, 因而也更容易将其俘获. 有研究表明, 随着小球半径的增大, 在同样光场所受到作用力的增加速度小于小球重力等需要克服的阻力增加的速度. 因此, 较小的微粒比较容易被俘获.

4.2. 微球离轴距离与俘获力的关系

图 6 (a) 为半径 $R_s = 1.5 \mu\text{m}$, 折射率 $n_s = 1.58$ 的微球, 在其球心位置距离中心横轴线不同位置 dy 处所受到的俘获力 F_y . 入射 Gaussian 光束束腰 $2W_0 = 1.2 \mu\text{m}$, 波长 $\lambda = 1.50 \mu\text{m}$. 从图 6 (a) 容易看出, 当微球的球心在横轴线位置时, 微球所受到的 Y 方向作用力

F_y 接近为零, 这表示球心在中心横轴线上, 微球只受到在 X 方向上的作用力, 而将沿着 X 轴方向运动 (微球位于中心横轴时, F_y 应该为零. 由于 FDTD 网格划分带来的误差, 因此实际计算结果不为零). 当微球的球心偏离 X 轴时, 微球所受到的作用力随着 dy 的增大而增大, 当 $dy \approx 2.5 \mu\text{m}$ 时 F_y 达到最大. 然后 F_y 随着 dy 的继续增大而减小, 这表明微球在该方向上所受到的作用力逐步减小, 已经不能对微球进行俘获.

图 6 (b) 为半径 $R_s = 1.5 \mu\text{m}$, 折射率 $n_s = 1.58$ 的微球, 在其球心位置距离横轴线不同位置 dy 处所受到的俘获力 F_x . 从图中容易看出, 当 dy 逐渐增大时, 微球在 X 方向所受到作用 F_x 先是缓慢增大, 然后逐渐减小. 此时 F_x 为负数, 这表示微球仍然受到一个指向束腰处的俘获力. 随着 dy 进一步增大, F_x 经过零点, 变为正数. 此时, 微球受到一个远离光源方向的推力, 将其推离光场, 此时不能够俘获微球.

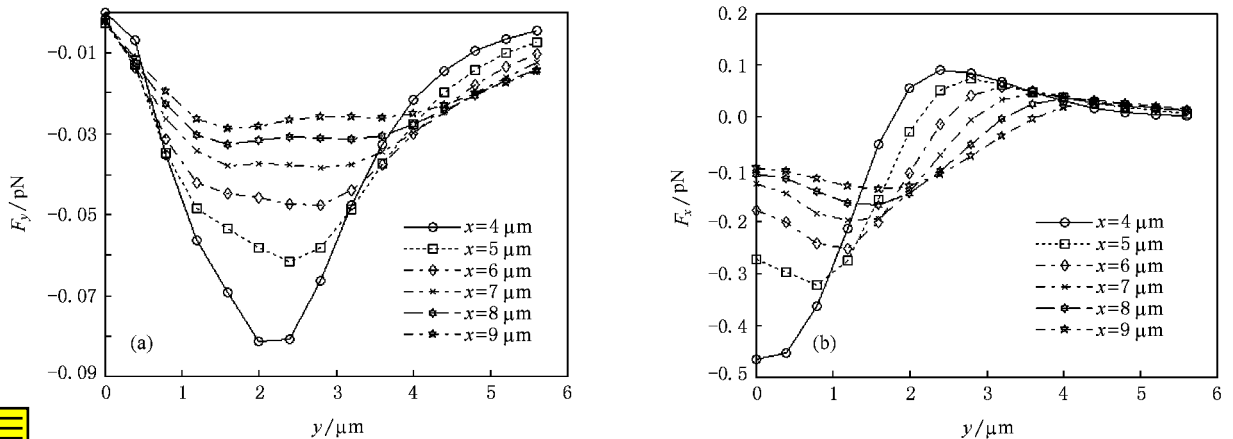


图 6 不同位置处的俘获力 (a) F_y 和 (b) F_x

4.3. 聚焦光束参数与俘获力的关系

图 7 (a) 为在不同 Gaussian 光束的束腰半径 ($2W_0 = 1.2, 1.4$ 和 $1.6 \mu\text{m}$) 时, 折射率 $n_s = 1.58$, 半径为 $R_s = 1.5 \mu\text{m}$ 的微球在 X 方向上所受到的俘获力. 从图中我们可以看到, 束腰半径对微球所受到的作用力影响不大. 经过分析, 我们认为, 这是因为受到了入射光功率的影响. 由于入射光源的振幅都经过归一化处理, 因此, 对于束腰半径更大的 Gaussian 光源, 则

具有更大的输入功率.

图 7 (b) 中给出了当不同入射波长时, 微球在电场中所受到的俘获力. 微球的折射率 $n_s = 1.58$, 半径 $R_s = 1.5 \mu\text{m}$, 入射 Gaussian 光束的束腰半径 $2W_0 = 1.4 \mu\text{m}$. 从图中我们可以发现, 微球所受到的作用力 F_x 有约微随着入射光波长增大而增大的现象, 但影响并不明显. 当距离 $dx > 16 \mu\text{m}$ 时, 波长对俘获力的影响开始减小, 并逐渐趋向于零.

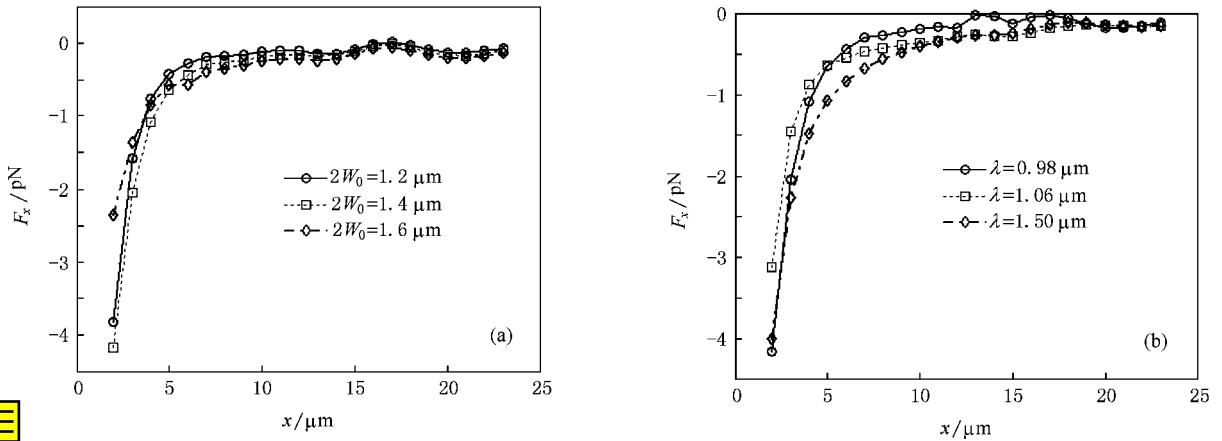


图 7 (a) 高斯光束取不同束腰半径时微球所受到的俘获力 F_x ($n_s = 1.58$, $R_s = 1.5 \mu\text{m}$, $\lambda = 0.98 \mu\text{m}$) (b) 不同波长高斯光束中微球所受到的俘获力 F_x ($n_s = 1.58$, $2W_0 = 1.4 \mu\text{m}$, $R_s = 1.5 \mu\text{m}$)

5. 结 论

本文根据动量守恒原理提出了一种计算微球在光场中所受到作用力的方法. 根据这种方法, 我们通过 2D FDTD 方法模拟计算了在不同波长和束腰半径的高斯光束入射情况下, 不同折射率和半径的微球在光场中不同位置时的动量密度分布, 并根据小球内外表面的动量密度差计算出小球在光场中的作用力. 有如下结论: 1) 在高斯光束中, 微球所受到的俘获力与其折射率有很大关系. 通过计算发现: 当小球折射率小于周围环境的折射率时(如空气气泡),

小球将会被推离光场, 不能将其俘获. 2) 微球半径越大, 其受到的俘获力也越大. 但考虑到此时需要克服更大的阻力, 所以对大尺寸小球不易俘获. 3) 小球在 Y 方向受到的作用力, 随着离轴距离的增大而增大, 当增大到一定距离时, 作用力开始减小, 并逐渐趋向于零. 即偏离横轴位置的小球在一定距离内将会受到光场的作用, 将其拉至横轴处. 这种方法由于忽略了表面散射场的影响, 因此比较适合于计算微球尺寸与光波长相当的情况. 计算结果与其他文献中所报道的实验结果符合. 这种方法可以比较容易扩展到 3 维的情况.

- [1] Ashkin A 1970 *Phys. Rev. Lett.* **24** 156
- [2] Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J E, Chu S 1986 *Opt. Lett.* **11** 288
- [3] Buican T N, Neagley D L, Morrison W C, Upham B D 1989 *Proc. SPIE, Symposium on Medical Applications of Lasers and Optics*, Los Angeles, CA
- [4] Wright W H, Sonek G J, Tadir Y, Bems M W 1990 *IEEE Journal of Quantum Electronics* **26** 2148
- [5] Polaert H, Grehan G, Gouesbet G 1998 *Opt. Commun.* **155** 169
- [6] Liu C X, Guo H L, Jiang Y Q, Li Z L, Cheng B Y, Zhang D Z 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1162 [刘春香、郭红莲、降鱼强、李兆霖、程丙英、张道中 2005 物理学报 **54** 1162]
- [7] Han Y P, Du Y G, Zhang H Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4557 [in Chinese] [韩一平、杜云刚、张华永 2006 物理学报 **55** 4557]
- [8] Zhang D, Yuan X C, Tjin S C, Krishnan S 2004 *Opt. Exp.* **12** 2220
- [9] Gauthier R C 2005 *Opt. Exp.* **13** 3707
- [10] Zhou F, Gan X S, Xu W D, Gan F X 2006 *Opt. Exp.* **14** 12494
- [11] Zhao C L, Wang L G, Lu X H 2007 *Optik*. 0030 - 4062
- [12] Ge D B, Yan Y B 2002 *Electromagnetic wave and FDTD* (Xi 'an : Xidian University)
- [13] Taflove A 2000 *Computational electrodynamics : the finite difference time domain method* (second edition) (Norwood, MA : Artech House)

Study on trapping force of focused optical field on the microsphere with the FDTD method^{*}

Yang Hao¹⁾ Feng Guo-Ying^{1)†} Zhu Qi-Hua¹⁾²⁾ Zhang Da-Yong¹⁾³⁾ Zhou Shou-Huan¹⁾³⁾

1) *College of Electronics & Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610064, China*

2) *Laser Fusion Research Center, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China*

3) *North China Reserch Institute of Electro-Optics, Beijing 100015, China*

(Received 22 January 2008 ; revised manuscript received 3 February 2008)

Abstract

The model of trapping force on microsphere based on the conservation of momentum are presented. Using 2-D FDTD algorithm, we calculated the effects of the wavelength, waist of the Gaussian beam, the radius and refractive index of the microsphere on the trapping force. The results show that the microsphere located in a certain zone of focused laser optical electromagnetic fields will be trapped, and the trapping force decreases with the increase of the distance of the observed point away from the axis. When the refractive index of the surrounding medium is greater than that of the microsphere (such as an air bubble), it will be pushed out of the laser beam. The simulation results are in good agreement with the experimental observation.

Keywords : light tweezer, trapping force, finite difference time-domain (FDTD), conservation of momentum

PACC : 4110, 4225F, 4262

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10676023) and the Science and Technology Foundation of National Key Laboratory of Laser Technology.

[†] Corresponding author. E-mail : guoying_feng@yahoo.com.cn