

原子在双腔场间的光子辐射^{*}

孙宇航[†] 惠小强

(西安邮电学院应用数理系, 西安 710121)

(2007 年 6 月 18 日收到, 2008 年 2 月 26 日收到修改稿)

考虑单个二能级原子穿过两个空间分离的单模腔场, 研究原子质心运动的动能、腔长和腔间距对原子的光子辐射率的影响. 结果表明, 在原子的动能较小时, 光子辐射率在双腔系统中出现多共振峰结构并且这种共振峰的数目随腔间距的增大而增加. 此时原子在第一个腔中的光子辐射率普遍大于在第二个腔中的. 在原子的动能较大时, 原子在第一个腔中的光子辐射率与第二个腔中的光子辐射率呈交替变化. 该结果说明, 可以通过控制原子的速度而对原子的光子辐射率进行调控.

关键词: 光子辐射率, 单模腔场, 二能级原子

PACC: 4250

1. 引 言

标准的 Jaynes-Cummings (J-C) 模型被广泛地用于描述量子光学诸多现象^[1]. 该模型的大部分预言, 如原子布居反转的崩塌和复苏^[2,3]、真空场 Rabi 劈裂^[4,5]等随着腔量子电动力学技术的发展已经被实验证实. 目前人们已经能够在单光子和单原子水平上观察光与物质的相互作用^[6]. 近几年在量子电动力学方面的发展使得完成复杂的量子操作成为可能.

在高品质腔中原子和腔场之间的相互作用属于强耦合范畴的相互作用. 几个光子就可以干扰原子的动力学行为, 原子的存在也影响腔内的辐射场. 关于这方面的研究很多, 大多数研究者着重于讨论束缚于腔内的原子系统的发射谱和腔场谱^[7,8]. 本文的目的是研究进入两个空间分离的单模腔场中自由的激发原子与腔场的相互作用, 由于原子本身具有动能, 因此它的动能势必会影响光子辐射率.

2. 模型的建立及求解

图 1 是由一个二能级原子与两个高品质单模腔构成的系统. 用 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 分别表示原子的激发态和

基态, 两个能级间的能量差为 $\hbar\omega$, 初始时刻原子处于激发态.

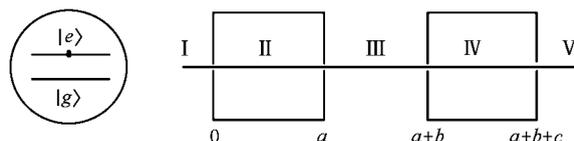


图 1 双腔系统示意图(不同的区域中腔场的模式函数 u 不同)

两个微腔的长度分别为 a 和 c , 两个腔之间的距离为 b , 腔场的频率为 ω_c , 初始时刻两腔处于真空态. 采用 J-C 模型^[9]来描述原子与单个腔场间的相互作用, 在腔与腔之间原子自由运动. 原子与两个腔场所组成系统的哈密顿量为

$$H = \hbar\omega |e\rangle\langle e| + \hbar\omega_c (a^\dagger a + b^\dagger b) + \frac{p_z^2}{2M} + \hbar g_a u_a(z) [|e\rangle\langle g| a + |g\rangle\langle e| a^\dagger] + \hbar g_b u_b(z) [|e\rangle\langle g| b + |g\rangle\langle e| b^\dagger], \quad (1)$$

这里

$$u_a(z) = \begin{cases} 1 & 0 < z < a, \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \quad (2)$$
$$u_b(z) = \begin{cases} 1 & a + b < z < a + b + c, \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

是腔场的模式函数. 其中 g_a 和 g_b 分别表示原子与两个腔场相互作用的耦合系数(本文中取 $g_a = g_b$),

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10547008)资助的课题.

[†] E-mail: xjtusyh@xiyou.edu.cn

$\alpha(a^+)$ 和 $\beta(b^+)$ 分别是两个腔场中光子的湮没(产生)算符, M 是原子的质量, P_z 是原子质心运动的动量.

原子与场的波函数由 Schrödinger 方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = H |\Psi\rangle \quad (3)$$

确定.

让 $|e, \rho, \rho\rangle$ 表示原子处于激发态而腔场处于真空态, $|g, \rho, \rho\rangle$ 表示原子处于基态, 第一个腔场中存在一个光子而第二个腔场处于真空态, $|g, \rho, \rho, 1\rangle$ 表示原子处于基态, 第一个腔场处于真空态而第二个腔场存在一个光子. 系统的波函数可以用这样的基矢展开:

$$|\Psi\rangle = \Phi_e |e, \rho, \rho\rangle + \Phi_a |g, \rho, \rho, 1\rangle + \Phi_b |g, \rho, \rho, 1\rangle, \quad (4)$$

其中 Φ 是原子质心运动的波函数.

在共振 $\omega_c = \omega$ 条件下, 结合(1)–(4)式可得

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \Phi_e}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \Phi_e}{\partial z^2} + \hbar g_a u_a(z) \Phi_a \\ &\quad + \hbar g_b u_b(z) \Phi_b, \\ i\hbar \frac{\partial \Phi_a}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \Phi_a}{\partial z^2} + \hbar g_a u_a(z) \Phi_e, \\ i\hbar \frac{\partial \Phi_b}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \Phi_b}{\partial z^2} + \hbar g_b u_b(z) \Phi_e. \end{aligned} \quad (5)$$

图 1 中五个区域中腔场的模式函数 u 不同, 因此方程组(5)在不同的区域中具有不同的形式解.

I 区 $u_a(z)=0, u_b(z)=0$ 方程组(5)的解为

$$\begin{aligned} \Phi^I &= A_1 e^{(kz - \omega_k t)} + B_1 e^{-(kz + \omega_k t)}, \\ \Phi_a^I &= C_1 e^{-(kz + \omega_k t)}, \\ \Phi_b^I &= D_1 e^{-(kz + \omega_k t)}, \end{aligned}$$

其中 $\hbar\omega_k = \hbar^2 k^2 / 2M$ 是原子质心运动的动能.

II 区 $u_a(z)=1, u_b(z)=0$ 方程组的解为

$$\begin{aligned} \Phi^{II} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ T_1^{II} e^{(k_1^{II} z - \omega_k t)} + F_1^{II} e^{-(k_1^{II} z + \omega_k t)} \} \\ &\quad + [T_2^{II} e^{(k_2^{II} z - \omega_k t)} + F_2^{II} e^{-(k_2^{II} z + \omega_k t)} \}], \\ \Phi_a^{II} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ T_1^{II} e^{(k_1^{II} z - \omega_k t)} + F_1^{II} e^{-(k_1^{II} z + \omega_k t)} \} \\ &\quad - [T_2^{II} e^{(k_2^{II} z - \omega_k t)} + F_2^{II} e^{-(k_2^{II} z + \omega_k t)} \}], \\ \Phi_b^{II} &= R_2 e^{(kz - \omega_k t)} + D_2 e^{-(kz + \omega_k t)}, \end{aligned}$$

其中 $k_1^{II} = \sqrt{k^2 - 2Mg/\hbar}, k_2^{II} = \sqrt{k^2 - 2Mg/\hbar}$.

III 区 $u_a(z)=0, u_b(z)=0$ 方程组的解为

$$\begin{aligned} \Phi^{III} &= A_3 e^{(kz - \omega_k t)} + B_3 e^{-(kz + \omega_k t)}, \\ \Phi_a^{III} &= E_3 e^{(kz - \omega_k t)} + C_3 e^{-(kz + \omega_k t)}, \\ \Phi_b^{III} &= R_3 e^{(kz - \omega_k t)} + D_3 e^{-(kz + \omega_k t)}. \end{aligned}$$

IV 区 $u_a(z)=0, u_b(z)=1$ 方程组的解为

$$\begin{aligned} \Phi^{IV} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ T_1^{IV} e^{(k_1^{IV} z - \omega_k t)} + F_1^{IV} e^{-(k_1^{IV} z + \omega_k t)} \} \\ &\quad + [T_2^{IV} e^{(k_2^{IV} z - \omega_k t)} + F_2^{IV} e^{-(k_2^{IV} z + \omega_k t)} \}], \\ \Phi_a^{IV} &= C_4 e^{(kz - \omega_k t)} + E_4 e^{-(kz + \omega_k t)}, \\ \Phi_b^{IV} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ T_1^{IV} e^{(k_1^{IV} z - \omega_k t)} + F_1^{IV} e^{-(k_1^{IV} z + \omega_k t)} \} \\ &\quad - [T_2^{IV} e^{(k_2^{IV} z - \omega_k t)} + F_2^{IV} e^{-(k_2^{IV} z + \omega_k t)} \}], \end{aligned}$$

其中 $k_1^{IV} = \sqrt{k^2 - 2Mg/\hbar}, k_2^{IV} = \sqrt{k^2 + 2Mg/\hbar}$.

V 区 $u_a(z)=0, u_b(z)=0$ 方程组的解为

$$\begin{aligned} \Phi^V &= A_5 e^{(kz - \omega_k t)}, \\ \Phi_a^V &= E_5 e^{(kz - \omega_k t)}, \\ \Phi_b^V &= R_5 e^{(kz - \omega_k t)}. \end{aligned}$$

利用边界条件(在各区域的边界上, 波函数连续可导)和初始条件(初始时刻原子处于激发态), 就可以求出形式解中的各个待定系数.

3. 结果讨论

本文中讨论的原子的光子辐射率包括在第一个腔中的光子辐射率 P_1 和在第二个腔中的光子辐射率 P_2 , 可以定义为

$$\begin{aligned} P_1 &= |\dot{\Phi}_a|^2 = \frac{|C_1|^2 + |E_5|^2}{|A_1|^2}, \\ P_2 &= |\dot{\Phi}_b|^2 = \frac{|D_1|^2 + |R_5|^2}{|A_1|^2}. \end{aligned}$$

在本文的讨论中, 用 $k_0 = \sqrt{2Mg/\hbar}$ 来量度原子的入射动能. 腔场对原子的作用相当于势垒(阱)^[9], 当 $k/k_0 < 1$ 此时原子的动能较小, 腔场对原子质心运动影响很大, 光子辐射率 P_1, P_2 显现出一系列共振峰, 并且随着腔间距的增加, 共振峰的数目也随之增加^[10]. 当 $k/k_0 > 1, a < c$, 此时原子的动能较大, 腔场对原子质心运动影响减小, 光子辐射率 P_1, P_2 虽然也显现出一系列共振峰, 但是共振峰的数目不再随着腔间距的变化而变化. 如图 2 和 3 所示.

$k/k_0 < 1$ 即原子的动能较小时, 原子可能被第一个腔所反射, 那么原子进入第二个腔的概率大大减小, 在第二个腔中辐射光子的概率当然也随之减

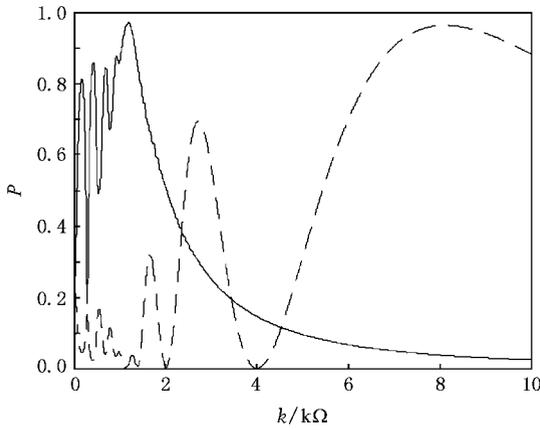


图2 光子辐射率随原子动能的变化(第一腔和第二腔的长度分别为 $ak_0 = \pi$, $ck_0 = 8\pi$, 腔间距为 $bk_0 = 10$. 实线为 P_1 , 虚线为 P_2)

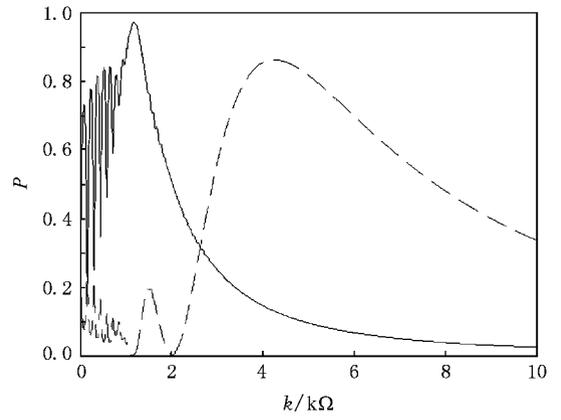


图4 光子辐射率随原子动能的变化(第一腔和第二腔的长度分别为 $ak_0 = \pi$, $ck_0 = 4\pi$, 腔间距为 $bk_0 = 20$. 实线为 P_1 , 虚线为 P_2)

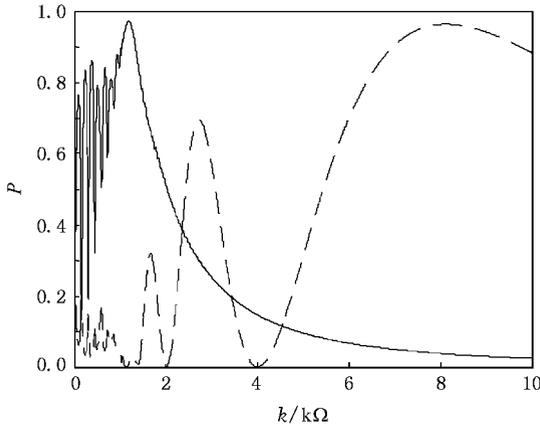


图3 光子辐射率随原子动能的变化(第一腔和第二腔的长度分别为 $ak_0 = \pi$, $ck_0 = 8\pi$, 腔间距为 $bk_0 = 20$. 实线为 P_1 , 虚线为 P_2)

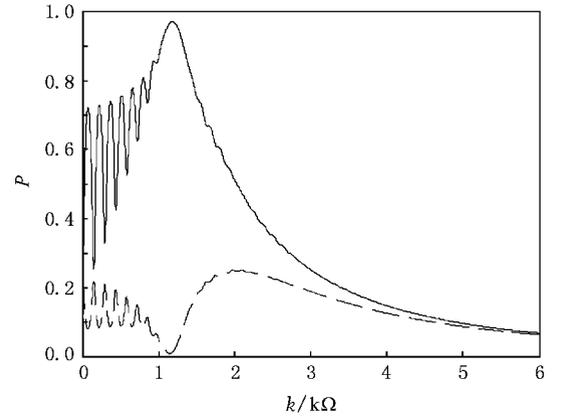


图5 光子辐射率随原子动能的变化(第一腔和第二腔的长度分别为 $ak_0 = \pi$, $ck_0 = \pi$, 腔间距为 $bk_0 = 20$. 实线为 P_1 , 虚线为 P_2)

小,因而 P_1 的值普遍大于 P_2 . $k/k_0 > 1$ 即原子的动能较大时,原子穿过两个腔的概率大大增加,此时只有满足一定的共振条件时,原子才能在腔中放出光子,因此 P_1 与 P_2 的变化比较复杂,受两个腔的长度差的影响比较明显.如图2—7所示.

光子辐射率不仅受到原子动能与腔间距的影响,还要受到腔长的制约.如图2—7所示,当 $a < c$ 即第一个腔的腔长小于第二个腔,此时如果 $k/k_0 > 1$,随着原子动能的增加 P_1 只有一个峰值而 P_2 有多个共振峰,且 P_1 与 P_2 的峰值位置不重合.随着两个腔的长度差逐渐减小, P_2 的共振峰的数目也逐渐减少,至两个腔的长度相等时, P_2 也只有一个共振峰了.当 $a > c$ 即第一个腔的腔长大于第二个腔,此时如果 $k/k_0 > 1$,随着原子动能的增加, P_1 , P_2 都有

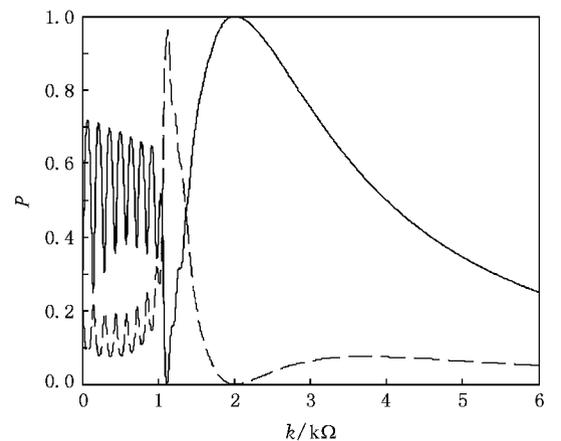


图6 光子辐射率随原子动能的变化(第一腔和第二腔的长度分别为 $ak_0 = 2\pi$, $ck_0 = \pi$, 腔间距为 $bk_0 = 10$. 实线为 P_1 , 虚线为 P_2)

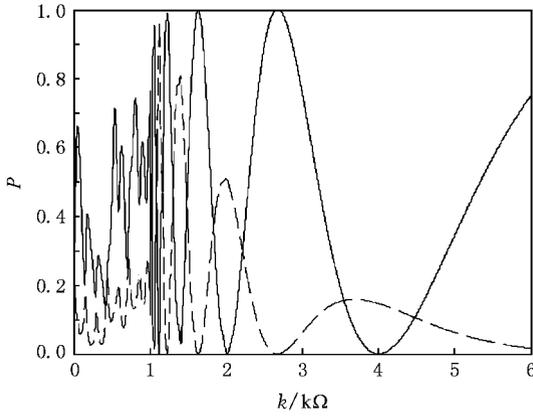


图7 光子辐射率随原子动能的变化(第一腔和第二腔的长度分别为 $ak_0 = 8\pi$, $ck_0 = \pi$, 腔间距为 $bk_0 = 10$. 实线为 P_1 , 虚线为 P_2)

多个共振峰结构,并且随着两个腔的长度差逐渐增大,共振峰的数目也逐渐增多,但 P_1 的共振峰的峰值却随着原子动能的增大而减小,而 P_2 的共振峰的峰值却随着原子动能的增大而增大乃至等于 1.

从图 6 中可知,存在一确定的原子速度 V_1 使得 $P_1 \sim 1$ 而 $P_2 = 0$,也存在一这样的原子速度值 V_2 使得 $P_1 = 0$ 而 $P_2 = 1$. 让原子携带信息从 A 点出发,两

个腔分别在 B 点和 C 点,如果原子的速度 $V = V_1$,那么在 B 点的接受器可以接收的信息而 C 点接受不到,如果原子的速度 $V = V_2$,情况刚好相反, B 点接收不到而 C 点则可接收到信息.由此可以看出通过控制原子的速度就可以有选择的让信息传送到 B 点或 C 点.

4. 结 论

考虑单个二能级原子穿过两个空间分离的单模腔场,研究原子质心运动的动能、腔长和腔间距对原子的光子辐射率的影响.结果表明,在原子的动能较小时,光子辐射率在双腔系统中出现多共振峰结构并且这种共振峰的数目随腔间距的增大而增加,此时原子在第一个腔中的光子辐射率普遍大于在第二个腔中的;在原子的动能较大时,原子在第一个腔中的光子辐射率与第二个腔中的光子辐射率呈交替变化.

如果选择确定的腔长与腔间距,那么原子的光子辐射率就只与原子的速度(动能)有关,改变原子的速度就可以相应的改变原子在两个腔场中的光子辐射率.如果把原子为信息携带者而两个腔分别为信息发送的两个目的地,那么可以通过调控原子的速度而有选择的把信息送达到不同的目的地去.

[1] Shore B W, Knight P L 1993 *J. Mod. Opt.* **40** 1195
 [2] Eberly J H, Narozhny N B, Sanchez-Mondragon J J 1980 *Phys. Rev. Lett.* **44** 1323
 [3] Rempe G, Walther H, Klein N 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 353
 [4] Sanchez-Mondragon J J, Narozhny N B, Eberly J H 1983 *Phys. Rev. Lett.* **51** 550
 [5] Maunz P, Puppe T, Schuuster I, Syassen N, Pinkse P W H, Rempe G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 033002

[6] Boca A, Miller R, Birnbaum K M, Boozer A D, McKeever J, Kimble H J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 233603
 [7] Narozhny N B, Sanchez-Mondragon J J, Eberly J H 1981 *Phys. Rev. A* **23** 236
 [8] Ashraf M M 1994 *Phys. Rev. A* **50** 741
 [9] Meyer G M, Scully M O, Walther H 1997 *Phys. Rev. A* **56** 4142
 [10] Sun Y H, Li F L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1153 (in Chinese) [孙宇航、李福利 2006 物理学报 **55** 1153]



Photon emission of a two-level atom passing through double single-mode cavity fields^{*}

Sun Yu-Hang[†] Xi Xiao-Qiang

(Department of Applied Mathematics and Physics , Xi 'an Institute of Posts and Telecommunications , Xi 'an 710121 , China)

(Received 18 June 2007 ; revised manuscript received 26 February 2008)

Abstract

A two-level atom passing through double spatially separated single-mode cavity fields is studied. We investigate the effecting factors of photon emission probabilities of the atom, which include the kinetic energy of the atom, the length of the cavity and the separation between the two cavities. The results show that in the case of ultra-cold atom, when the kinetic energy of the atom is small ($k/k_0 < 1$), the photon emission probabilities have multiple resonant peaks and the photon emission probability of the atom in the first cavity is greater than that in the second one. When the kinetic energy of the atom is big ($k/k_0 > 1$), the length of the cavity has great effect on the photon emission probabilities. The present work shows that the photon emission probabilities may be modulated by controlling the center-of-mass motion of the atom.

Keywords : photon emission probabilities , single-mode cavity field , two-level atom

PACC : 4250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10547008).

[†] E-mail : xjtusyh@xjyou.edu.cn