

有界非局域非线性介质中空间光孤子传输的研究*

梁炎斌 郑亚建 杨平保 曹龙贵 陆大全 胡 巍† 郭 旗

(华南师范大学光子信息技术广东省高校重点实验室 广州 510006)

(2007 年 12 月 20 日收到 2008 年 1 月 22 日收到修改稿)

对有界非局域非线性介质边界对孤子传输的影响进行了研究. 基于非局域非线性薛定谔方程以及热传导的泊松方程, 采用格林函数法求出了强非局域介质铅玻璃的响应函数和临界功率; 从光线方程出发得到了偏离材料中心入射的光束中心振荡轨迹以及周期的解析解. 通过数值模拟证明了该结果在不靠近样品边界的范围内都是准确的.

关键词: 空间光孤子, 铅玻璃, 非局域非线性

PACC: 4265S, 4270D

1. 引 言

孤子是非线性科学中一个重要的吸引人的研究对象. 光孤子的研究不仅可以加深我们对基本物理现象的理解, 而且光孤子在光信息处理等方面也有广泛的应用^[1]. 1997 年 Snyder 和 Mitchell 等^[2]预言在强非局域非线性介质中存在稳定的孤子解, 他们的工作得到了 Shen 的高度评价^[3]. 随后 Conti 和 Peccianti 等人通过理论和实验证明了向列液晶 (nematic liquidcrystal) 是强非局域介质^[4,5]. Conti 和 Assanto 等人求出了液晶中的孤子和呼吸子解, 并在实验中观察到孤子和呼吸子的现象^[6,7]. 向列相液晶中空间光孤子可以实现全光开关和逻辑门^[8]. Guo 等人在强非局域介质中发现了孤子的大相移现象^[9]. 研究了不同非局域程度下光孤子的传输特性^[10,11]. 他们还研究了孤子间的相互作用及其潜在应用^[12-15].

最近几年 Segev 等人开始了对有界非局域介质中光束传输的研究^[16]. 铅玻璃是一种强非局域介质. 在铅玻璃中观察到由于边界的影响形成椭圆孤子以及单孤子偏转振荡的现象^[16-18]实现了双孤子远程相互作用^[19], 并在理论上得到了在 1+1 维的情况下偏离样品中心入射的单孤子的振荡轨迹以及周期^[18]. 最近他们还在铅玻璃中观察到了非局域表面孤子^[20,21]. 这些成果在光开关和逻辑门等方面有

着重要的应用价值.

本文在他们工作的基础上作进一步研究, 求出了在一个方向有界的铅玻璃中的响应函数以及光束中心的振荡轨迹的解析解. 给出了其振荡周期和入射点偏离样品中心位移以及输入功率的解析关系. 通过与数值模拟作对比, 我们的结果在入射点不靠近边界的范围内与数值模拟符合得很好, 并且比文献 [18] 的结果更加合理. 我们还研究了样品入射截面纵横比的变化对其振荡周期的影响. 同时我们在模拟中还发现在实际的样品中单光束在非对角线非轴上任意点垂直入射会产生螺旋孤子的有趣现象.

2. 铅玻璃中的光传输理论和响应函数

铅玻璃是一种热自聚焦非线性介质^[16], 它的非线性效应主要来自于激光的热致非线性. 在这种介质中, 光束作为一个热源, 对介质进行加热, 经过热扩散形成一定梯度分布的稳定的温度场, 可以用泊松方程来表示^[22,23], 即

$$\kappa \nabla^2 T(X, Y, Z) = -\alpha I(X, Y, Z), \quad (1)$$

其中, α 为热吸收系数, κ 为热传导系数, $I(X, Y, Z)$ 为光强分布. 折射率的变化正比于温度的变化, $\Delta n = \beta \Delta T = \beta (T - T_0)$, β 为非线性热系数, T_0 是 $I = 0$ 时的温度, 也是样品的边界条件 (即在边界处恒温 $\Delta T = 0$), 它会影响样品内的温度分布, 从而影响 Δn 的分布. 光场可以表示为 $E = A(X, Y, Z)$

* 国家自然科学基金 (批准号: 10674050)、高等学校科技创新团队项目 (批准号: 06CXTD005) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: huwei@senu.edu.cn

$\times e^{i(\omega t - kZ)} + c.c.$, 其中 A 为慢变包络, $k = \omega n_0 / c$, ω 为光频, n_0 为线性折射率, ($|\Delta n| < n_0$) , c 为真空中的光速, $I = |A|^2$. 在慢变包络近似和傍轴近似条件下^[24] , 铅玻璃中光束的传输可以用非局域非线性薛定谔方程描述^[16] , 即

$$2ik\partial_z A + (\partial_x^2 + \partial_y^2)A + 2k^2 \frac{\Delta n}{n_0} A = 0. \quad (2)$$

由于傍轴条件^[24] , $|\partial_z^2 A| < |\partial_x^2 A + \partial_y^2 A|$, 所以 I 和 T 沿 Z 轴变化很缓慢, 可以忽略, 方程(1)可简化为

$$\kappa \nabla^2 T(X, Y) = -\alpha R(X, Y, Z). \quad (3)$$

实际的铅玻璃样品是矩形的, 为方便解析计算, 我们假定样品在 X 方向有界, 从 $-L/2$ 到 $L/2$, L 为样品 X 方向厚度, Y 方向厚度 $d \rightarrow \infty$. 后面数值模拟再讨论实际有限 d 的影响. 入射面如图 1.

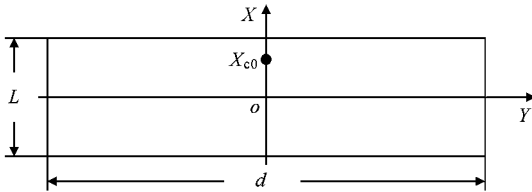


图 1 入射面, o 为材料中心, L 为 X 方向厚度, d 为 Y 方向厚度, X_{c0} 为在 X 轴上的入射点

对方程(2)和(3)作归一化可得

$$i\partial_z \Psi + \frac{1}{2} \nabla_{\perp}^2 \Psi + G\Psi = 0, \quad (4)$$

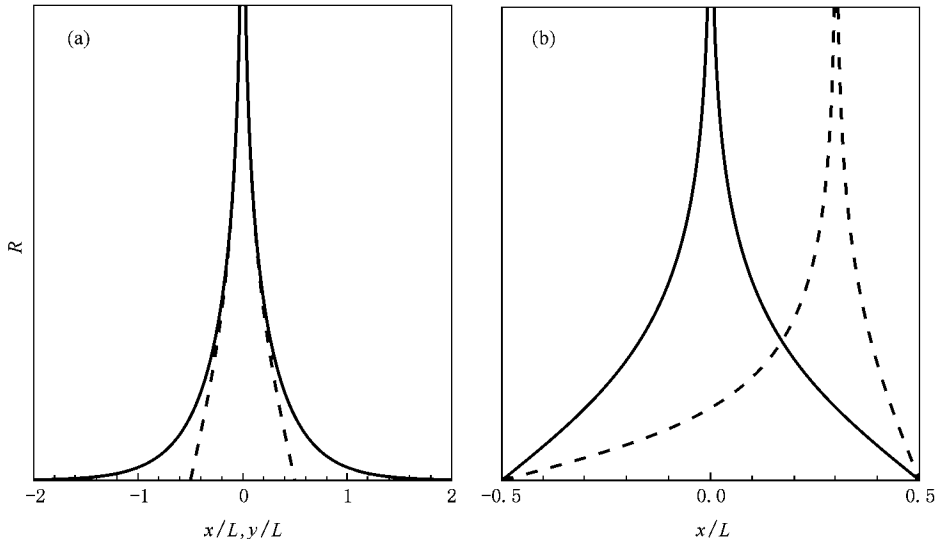


图 2 响应函数 $R(x, y; x', y')$ 的示意图 (a) 虚线为源点 ($x' = 0, y' = 0$) 在 x 方向的响应, 实线为其在 y 方向的响应; (b) 实线为源点 ($x' = 0, y' = 0$) 在 x 方向的响应, 虚线为源点 ($x' = 0.3, y' = 0$) 在 x 方向的响应

$$\nabla_{xy}^2 G = -G|\Psi|^2, \quad (5)$$

其中, $x = X/L, y = Y/L, z = Z/(kL^2), \Psi = A/A_0, A_0^2 = n_0 \kappa (\alpha \beta k^2 L^2), G = k^2 L^2 \Delta n / n_0$.

下面我们利用 Green 函数方法来求解响应函数. 我们可以构造方程(5)的一般解

$$G(x, y) = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} R(x, y; x', y') \times |\Psi(x', y')|^2 dx' dy', \quad (6)$$

其中 $R(x, y; x', y')$ 满足

$$\nabla_{xy}^2 R(x, y; x', y') + \delta(x - x', y - y') = 0 \quad (7)$$

设 $R(x, y; x', y')$ 的解为

$$R(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} R_m(y) \cos[(2m + 1)\pi x] + \sum_{m=0}^{\infty} R_m(y) \sin[(2m + 2)\pi x]. \quad (8)$$

将(8)式代入(7)式可求得响应函数

$$R(x, y; x', y') = \frac{1}{2\pi} \ln \left| \frac{1 + \exp[i\pi(x + x') - \pi(y - y')]}{1 - \exp[-i\pi(x - x') - \pi(y - y')]} \right|, \quad (9)$$

注意到方程(9), 响应函数是与源点(x', y')的位置有关的, 且在源点(x', y')处响应趋于无穷大. 这说明不同源点所激发的响应是不同的, 即响应函数不具有平移不变性, 并且在源点处响应是奇异的. 从表达式(9)可以看出, 响应函数在 x 和 y 方向的特征长度都为 $1/\pi$, 即实际坐标下的 L/π . 这说明样品的非局域程度取决于样品的厚度 L . 虽然特征长度一

样,但响应函数在 x 和 y 方向的特性是完全不同的.

从图 2(a) 可以看到, 响应函数在原点附近 x 和 y 方向是基本重合的, 都是趋于无穷大. 在 x 方向, 当 $x = \pm 0.5$ 时, 源点激发的响应等于零; 而在 y 方向, 当 $y \rightarrow \pm 1$ 时, 源点激发的响应已经很小; 而当 $y \rightarrow \pm 2$ 时, 其响应趋于零, 已经可以忽略了. 所以, 当样品截面纵横比 $d/L > 4$ 时, y 方向的边界的影响应该可以忽略了. 由于边界的影响, 响应函数在 x 方向不具有平移不变性, 但在 y 方向保持了平移不变性. 见图 2(b), 实线为源点 ($x' = 0, y' = 0$) 的响应, 虚线为源点 ($x' = 0.3, y' = 0$) 的响应. 由于边界的影响, 两源点激发的响应明显不同.

为了找出边界的影响, 我们希望能分离出响应函数中平移不变的部分, 将响应函数改写成

$$R(x, y; x', y') = \frac{1}{2\pi} \ln \left| \frac{\exp[\pi(y - y')] + \exp[i\pi(x - x')]\exp[2i\pi x']}{\exp[\pi(y - y')] - \exp[-i\pi(x - x')]} \right|, \quad (10)$$

当不存在分子中 $\exp(2i\pi x')$ 项时, $R(x, y; x', y') = R_s(x - x', y - y')$ 是平移不变的, 即

$$R_s(x - x', y - y') = \frac{1}{2\pi} \ln \left| \frac{\exp[\pi(y - y')] + \exp[i\pi(x - x')]}{\exp[\pi(y - y')] - \exp[-i\pi(x - x')]} \right|. \quad (11)$$

方程 (10) 中 $\exp(2i\pi x')$ 代表了对平移不变的破坏, 即边界的影响. 所以我们将方程 (10) 中的 $\exp(2i\pi x')$ 项在 $x' = 0$ 处作展开 (展开条件, 光束在介质中心附近, $|x| \ll 1$ 和 $|x'| \ll 1$, 远离边界, 因为展开在边界处不成立), 得到

$$R(x, y; x', y') = R_s(x - x', y - y') + x' \cdot R_1(x - x', y - y') \dots, \quad (12)$$

对应的非线性折射率 G 也可以写成

$$G(x, y) = G_0(x, y) + G_1(x, y) \dots, \quad (13)$$

其中,

$$G_0(x, y) = \int R_s(x - x', y - y') |\Psi(x', y')|^2 dx' dy',$$

$$G_1(x, y) = \int x' R_1(x - x', y - y') |\Psi(x', y')|^2 dx' dy'.$$

以下我们讨论光束在样品中心附近的传输, 所以 $G_0(x, y)$ 是主要的, 而将 $G_1(x, y)$ 看作微扰.

当光束在样品中心垂直入射时, $G_1(x, y)$ 的贡献很小, 只考虑 G_0 项的效应. 若输入功率等于临界功率, 衍射效应和非线性效应达到平衡, 光束就能形

成空间光孤子在铅玻璃中传输. 利用文献 [7, 25] 的方法将 $G_0(x, y)$ 展开到二阶, 可以得到 Gauss 形状孤子的临界功率

$$P_c = \frac{4\pi n_0 \kappa}{\alpha \beta k^2 w_0^2}. \quad (14)$$

3. 边界导致孤子中心的偏转和振荡

由实验结果知道^[16-18] 当光束偏离样品中心入射时, 边界导致孤子中心产生偏转和振荡. 当光束偏离样品中心入射时, 我们将 G_1 以及更高阶项对非线性折射率的贡献看作微扰, 所以假定形成孤子的临界功率不变. 但光束不再沿直线传输, 而是以样品中心轴为轴振荡传输.

下面我们考虑边界的影响. 边界对非线性折射率 G 的分布有限制的作用, 注意到我们这里假定样品 y 方向厚度无穷大, 边界仅在 x 方向破坏了响应函数的平移不变性, 所以边界只在 x 方向有影响. 为简化计算, 我们利用准一维分析, 即 $y - y' = 0$. 将方程 (10) 式在 $x' = 0$ 处展开到一阶得

$$R(x - x') = R_0(x - x') + x' \cdot R_1(x - x') \quad (15)$$

其中

$$R_0(x - x') = \frac{1}{4\pi} \ln [\cot^2[\pi(x - x')/2]],$$

$$R_1(x - x') = \frac{1}{2} \tan[\pi(x - x')/2].$$

我们这里关心的问题是光束中心的振荡轨迹, 上式零阶项是对称函数, 对光束有聚焦的作用, 不影响光束中心的振荡轨迹, 因此我们只考虑一阶项对非线性折射率的贡献, 则有贡献的非线性折射率为

$$G_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x' \cdot R_1(x - x') |\Psi(x', y')|^2 dx' dy'. \quad (16)$$

由于 (16) 式直接积分很难, 所以我们将 $x' \cdot R_1(x - x')$ 在 $x = x'$ 处展开到一阶可求得

$$G_1(x) = \frac{\pi}{8} P (2x_c^2 + w^2 - 2x_c x). \quad (17)$$

$$\text{其中 } \Psi(x', y') = \Psi_0 \exp\left[-\frac{(x' - x_c)^2 + (y' - y_c)^2}{2w^2}\right],$$

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x', y')|^2 dx' dy'.$$

铅玻璃在光场的激发下产生了一个非线性折射率 G_0 和 G_1 的分布, 边界对孤子的作用是通过影响 G_1 分布而产生的. 孤子在传输过程中, G_0 保证了孤

子无衍射的传输,而光束中心的演化体现了边界对其作用的情况.孤子向非线性折射率 G_1 高的地方偏转,这一过程和光线在非均匀折射率材料中的传输是一样的.因此可以把孤子看成光线,用光线方程来处理孤子中心的振荡轨迹.在几何光学中,光束中心 x_c 满足光线方程^[26]

$$\frac{d^2 x_c}{dz^2} = \frac{dG_1(x)}{dx} \Big|_{x=x_c} \quad (18)$$

在孤子的状态下,有 $u(z) = w_0$,把(17)式代入方程(18),有

$$\frac{d^2 x_c}{dz^2} = -\frac{\pi}{4} P x_c \quad (19)$$

方程(19)可以等效为牛顿第二定律,其中粒子质量 $m = 1$ 保守力 $F(x_c) = -\pi P x_c / 4$;由 $F(x_c) = -dV(x_c) / dx_c$ 可求得势能函数 $V(x_c)$.当光束在 $(x_c = x_{c0}, y_c = 0)$ 处垂直入射时,在 $z = 0$ 处, $dx_c / dz |_{x_c = x_{c0}} = 0$,即动能为零.我们取 $x_c = 0$ 时,系统的势能 $V(0) = 0$,所以可得势函数 $V(x_c) = \pi P x_c^2 / 8$.系统的总能量 $E = V(x_{c0}) = \pi P a^2 / 8$.由能量守恒得

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dx_c}{dz} \right)^2 + V(x_c) = E \quad (20)$$

由方程(20)可解得光束中心的振荡轨迹

$$x_c = x_{c0} \cos \left(\sqrt{\frac{\pi P}{4}} z \right) \quad (21)$$

由上式可知,在这种情况下,光束中心是简谐运动的,其振荡周期为 $\Lambda = 4(\pi / P)^{1/2}$.把归一化参数代入可得实际参数下的振荡周期

$$\Lambda = 4L \sqrt{\frac{\pi n_0 \kappa}{\alpha \beta P_0}} \quad (22)$$

P_0 为输入功率,而文献[18]得到的周期为

$$\Lambda = 2\pi \sqrt{\frac{n_0 \kappa L}{\alpha \beta P_0}} \quad (23)$$

两者有一定的差别.通过分析可知道 Segev 等人得到的结果量纲是有问题的,而我们得到的结果更合理,这一结论得到后面数值模拟的支持.

和数值模拟作对比,发现我们得到的一阶近似结果和光束在样品中心附近入射时的情况符合得比较好,光束偏离了样品中心 x 方向一定的距离后有较大的差别.这是因为入射点偏离样品中心越远,响应函数的高阶项的影响越大.所以当入射点偏离样品中心的距离达到一定程度时,高阶项的影响不可忽略.为此我们把响应函数展开后保留到更高阶作修正.

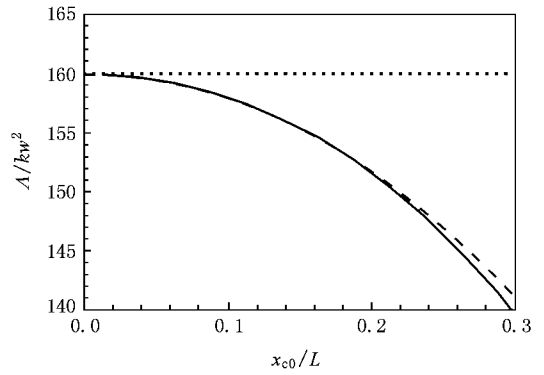


图3 孤子振荡周期随入射点 x_{c0} 的变化(点线和虚线分别是方程(22)和(27)的解析结果,实线是数值模拟结果)

同样利用准一维分析,即 $y = y' = 0$,将方程(10)在 $x' = 0$ 处展开保留到五阶.由于这里我们关心的问题始终是光束中心的振荡轨迹,而展开后偶数阶项都是对称函数,对光束有聚焦或散焦的作用,不影响光束中心的振荡轨迹,因此我们只考虑奇数阶项对非线性折射率的贡献.令

$$R_{\text{odd}}(x - x') = x' R_1(x - x') + \frac{1}{6} x'^3 \cdot R_3(x - x') + \frac{1}{120} x'^5 \cdot R_5(x - x')$$

对光束中心偏转有贡献的非线性折射率为

$$G_{\text{odd}} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{odd}}(x - x') |\Psi(x', y')|^2 dx' dy' \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} R_1(x - x') &= -\frac{1}{2} \tan \left[\frac{\pi}{2} (x - x') \right], \\ R_3(x - x') &= -\pi^2 \sec^2 \left[\frac{\pi}{2} (x - x') \right] \tan \left[\frac{\pi}{2} (x - x') \right], \\ R_5(x - x') &= -\pi^4 \sec^5 \left[\frac{\pi}{2} (x - x') \right] \\ &\quad \times \left\{ 11 \sec \left[\frac{\pi}{2} (x - x') \right] \right. \\ &\quad \left. - \sin \left[\frac{3\pi}{2} (x - x') \right] \right\}. \end{aligned}$$

我们对响应函数 $R_{\text{odd}}(x - x')$ 在 $x - x' = 0$ 处作泰勒展开,其中第一项保留到五阶,第二项保留到三阶,第三项保留到一阶,得

$$\begin{aligned} R_{\text{odd}}(x - x') &= -\frac{1}{4} \pi x'(x - x') - \frac{1}{48} \pi^3 x'(x - x')^3 \\ &\quad - \frac{1}{480} \pi^5 x'(x - x')^5 - \frac{1}{12} \pi^3 x'^3 (x - x') \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{36}\pi^5 x'^3(x-x')^3 - \frac{1}{30}\pi^5 x'^5(x-x'). \quad (25)$$

将(25)式代入(24)式积分后对 $x = x_c$ 求导得

$$\left. \frac{dG_{\text{odd}}}{dx} \right|_{x=x_c} = -2b_1 x_c - 4b_2 x_c^3 - 6b_3 x_c^5. \quad (26)$$

其中

$$b_1 = \frac{\pi}{256} P(32 + 20\pi^2 w_0^2 + 41\pi^4 w_0^4),$$

$$b_2 = \frac{\pi^3}{96} P(2 + 5\pi^2 w_0^2),$$

$$b_3 = \frac{\pi^5}{180} P.$$

和一阶近似一样,利用光线方程可求得到光束中心的振荡周期

$$\Lambda = \frac{2\sqrt{2}}{h(\alpha - \beta)\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} K(f^2). \quad (27)$$

其中 $K(f^2)$ 为第一类完全椭圆积分,方程(27)中各参数为

$$K(f^2) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-f^2 t^2)}},$$

$$r_1 = b_1 + x_{c0}^2 b_2 + x_{c0}^4 b_3,$$

$$\alpha, \beta = \frac{r_1 \pm \sqrt{r_1^2 + r_1 x_{c0}^2 b_1 + 2r_1 x_{c0}^4 b_3}}{2x_{c0}^2 b_3 + b_1},$$

$$f^2 = \frac{g_1^2}{g_1^2 + g_2^2}, g_1^2 = \frac{x_{c0}^2 - 2\alpha}{x_{c0}^2 - 2\beta},$$

$$g_2^2 = \frac{2b_3(\beta - \alpha)}{b_1 + 2b_3\beta + x_{c0}^2 b_3} - 1,$$

$$h = \frac{\sqrt{(2 - x_{c0}^2)(b_1 + 2b_3\beta + x_{c0}^2 b_3)}}{2(\alpha - \beta)}.$$

从方程(27)我们可以知道,光束偏离样品中心入射,高阶近似得到的结果,其中心的振荡不再是简谐的.光束中心的振荡周期不仅与输入功率有关,而且与入射位置有关.

由图3可以看出,在一阶近似的情况下,光束中心的振荡是简谐的,周期和入射位置无关;考虑高阶项的情况下,光束中心的振荡周期是随着入射位置偏离样品中心的距离的增大而减少的,高阶项对在样品中心附近入射的光束中心振荡周期影响不大,而在偏离样品中心位置较远处则有比较大的影响.高阶近似下得到的解析结果和数值模拟符合得很好.

4. 实际矩形样品中孤子传输的数值分析

注意到上面得到的光束中心在铅玻璃中的振荡轨迹和周期的解析解是在做了一系列的近似下得到的,而傍轴光束在铅玻璃中传输可以由方程(4)和方程(5)这一模型来描述的^[16].因此我们用分步傅立叶算法^[27]和多重网格算法^[28]以及超松弛算法^[28]直接模拟了方程(4)和(5).我们模拟的样品在 x 和 y 方向的厚度都是有限的,边界处恒温,与上一节假定的一维有界的样品有所区别.

考虑到前面响应在横截面纵横比 $d/L > 4$ 时, y 方向的边界影响可以忽略,我们模拟了样品尺寸为 $d/L = 4$ 时光束中心振荡周期随入射位置(在 x 轴上垂直横截面入射)的变化,和前面得到的解析结果一起画于图3.图中点线和虚线为解析结果,其中点线为一阶近似的结果,虚线为高阶近似的结果,实线为数值模拟的结果,输入功率都为 P_c ,束宽 $w_0 = 1/80$.可以看出,一阶近似的结果和数值模拟在入射点离样品中心较远处有较大的偏差,高阶近似的解析结果和数值模拟符合得很好.同时,也进一步证明了当 y 方向的厚度大于 x 方向的4倍时, y 方向边界的影响可以忽略,即样品尺寸为 $d/L = \infty$ 时光束中心振荡情况可等同于 $d/L = 4$ 时的情况.

从图3可以看到,随着入射位置偏离样品中心的距离增大,在 $x_{c0} > 0.2$ 时解析结果和数值模拟有一定偏差.主要原因是方程(10)作展开保留有限项时,要求光束在材料中心附近.当光束越靠近边界,更高阶项的作用越明显,所以当我们保留到更高阶项的时候,得到的结果和数值模拟必定符合得更好.另外,图中结果说明我们前面分析中用的准一维近似是合理的.

我们模拟了横截面纵横比 d/L 的变化对光束中心振荡周期的影响并画于图4.图4(a)中不同的曲线描述了不同 d/L 值下光束中心振荡周期随入射位置的变化,输入功率为 P_c ,束宽 $w_0 = 1/80$.随着 d/L 变大,周期整体往下下降,说明 y 方向边界的影响变小,孤子振荡加快.图4(b)反映入射点固定, y 方向的边界变化对光束中心振荡周期的影响.实线为在 $(x_{c0} = 0.1, y_{c0} = 0)$ 处入射的周期变化,虚线为在 $(x_{c0} = 0.2, y_{c0} = 0)$ 处入射的情况.输入功率为 P_c ,束宽 $w_0 = 1/80$.图4(a)和(b)都表明了 y 方向厚

度的变化对光束中心的振荡周期是有影响的. 周期随着 d/L 增大而减小. 随着 d/L 的增大, 其影响越

来越小, 当 $d/L > 4$ 时其影响已经可以忽略了, 也说明了 $d/L = \infty$ 可近似为 $d/L = 4$ 的情况.

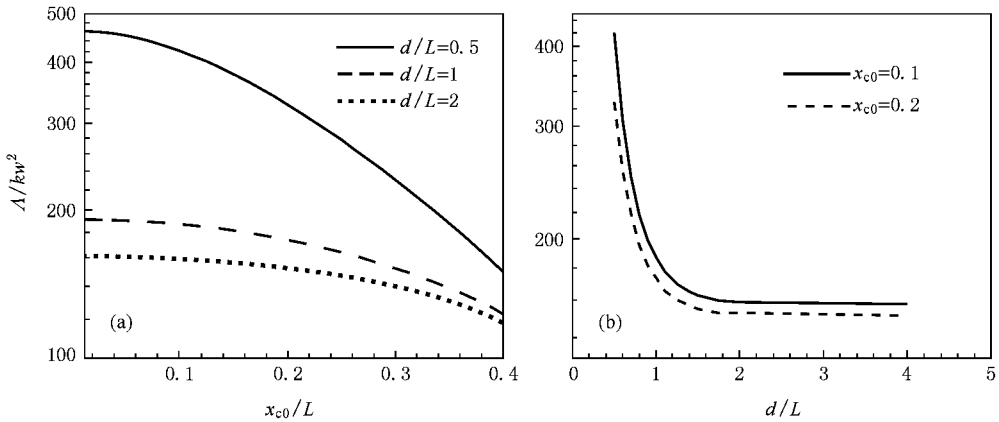


图 4 光束中心振荡周期随入射位置以及 d/L 的变化

为了进一步说明横截面纵横比的变化对光束振荡周期的影响, 我们模拟了铅玻璃在光场的激发下产生的非线性折射率变化并画于图 5. 图 5(a) 表示了光场在样品 ($d/L = 4$) 中心时 x 和 y 轴上的折射率变化. 由图中可以看到, y 方向离边界较远处折射变化已经趋近零了, 边界的影响不大. 由图 5(b)

可以看到, y 方向的厚度由 $4L$ 为 $8L$ 时, 光场所引起的折射率变化几乎重合, 由此我们可以得到当 $d/L = \infty$ 时, 光场所引起的 y 方向的折射率变化可等同 $d/L = 4$ 时的情况, 即 y 方向的响应宽度的极限是 x 方向的 4 倍, 和由响应函数得到的结论也相符.

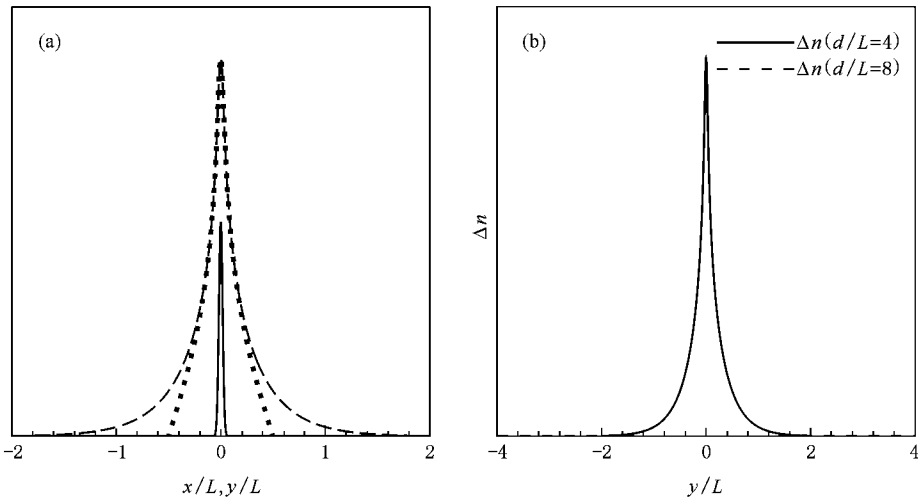


图 5 (a) $d/L = 4$ 时, x 和 y 方向由光场引起的折射率变化 (实线为光场分布, 点线为 x 轴上的折射率变化, 虚线为 y 轴上的折射率变化); (b) d/L 分别为 4 (实线) 和 8 (虚线) 时 y 轴上折射率变化的比较

同样, 我们还模拟了光束中心的振荡周期随输入功率的变化并画于图 6. 图 6 中实线为解析结果, 圆为数值模拟结果, 入射位置 ($x_{c0} = 0.2, y_{c0} = 0$), 束宽 $w_0 = 1/80$. 光束振荡周期和输入功率的平方根的倒数成正比. 解析结果和数值模拟符合得相当好.

我们再考虑非对角线非轴上任意入射点的情况.

图 7 是在 $d/L = 1$ 的样品中在 ($x_{c0} = 0.125, y_{c0} = 0.25$) 处以临界功率垂直入射的光束的振荡情况.

前面的数值模拟都是在 x 轴上入射的, 即 $y_{c0} = 0$, 由于对称性所有振荡都是在 xz 平面上的, 下面

其中图 7(a) 为孤子在样品中的传输图, 两条实线分别为光束在 xz 和 yz 平面上的投影. 可以看出, 光束的振荡可以分解为 x 方向和 y 方向的振荡. 分解后两个方向的振荡轨迹近似为余弦振荡. 根据数

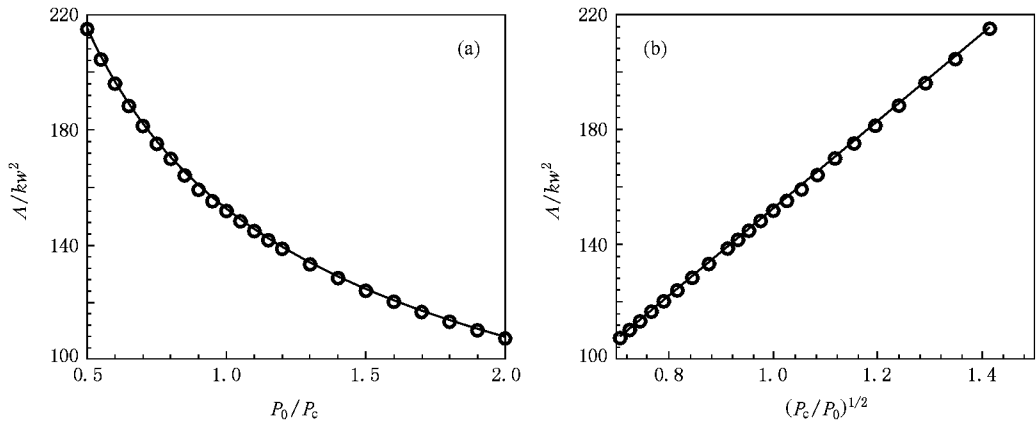


图 6 光束中心振荡周期随输入功率的变化(实线为方程(27)的解析结果,圆为数值模拟结果)

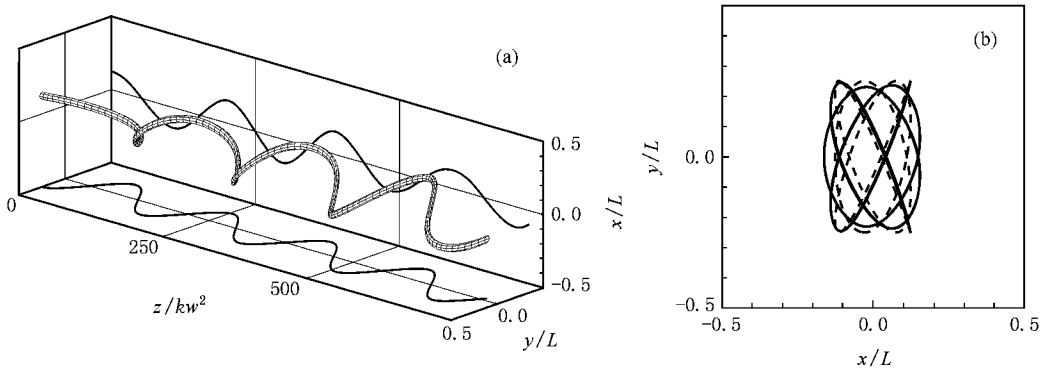


图 7 非轴上非对角线入射的光束中心振荡轨迹 (a)光束在样品中的传输, xz 和 yz 平面上的实线分别为光束在两平面上的投影;(b)实线为在 xy 截面上光束中心轨迹的投影图,虚线为(28)式的结果

值模拟结果,我们将孤子中心的轨迹可以写成

$$\begin{aligned} x(z) &= x_{\omega} \cos(2\pi\Lambda_x z), \\ y(z) &= y_{\omega} \cos(2\pi\Lambda_y z). \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $\Lambda_x = 185 kw^2$ 和 $\Lambda_y = 158.6 kw^2$. 这两个周期值与图 4(a)中轴上入射的周期值是相等的. 所以,入射点在 $(x_{\omega} = 0.125, y_{\omega} = 0.25)$ 处入射的孤子轨迹相当于在 $(x_{\omega} = 0.125, y_{\omega} = 0)$ 和 $(x_{\omega} = 0, y_{\omega} = 0.25)$ 分别入射的两个振荡的叠加,两个方向的振荡是相互独立的,互不干扰,叠加在一起形成了有趣的螺旋孤子. 图 7(b)中实线为光束中心轨迹在 xy 截面上的投影图,虚线为(28)式给出的轨迹. 可以看出,实线和虚线的运动趋势大致相同,即螺旋孤子的振荡轨迹遵循一个类莉萨如图的规律;但实线和虚线又不完全重合,这是由于孤子在两个方向的振荡都是非简谐的,应该用椭圆积分函数表达更准确.

这个例子说明非轴上入射的孤子的振荡轨迹可以完全分解成沿 x 和 y 方向轴上入射的两个振荡的

叠加. 当入射点不在对角线上时,两个方向的振荡周期不一样,将形成螺旋孤子;当两个方向的周期近似成有理数比值时,在 xy 截面上的投影图就会形成周期的莉萨如图;当两个方向的周期不是有理数比值时,螺旋孤子的轨迹可以到达 xy 截面上的任意位置. 当入射点在对角线上时, x 和 y 方向振荡周期一样(仅对 $d/L = 1$ 的样品),所以孤子振荡轨迹将在对角线与 z 轴的平面内. 由螺旋孤子的性质,我们可以控制样品纵横比、初始输入位置、输入功率、传输距离等等参数,从而控制孤子到几乎任意位置. 这对实现光路由有潜在的应用价值.

5. 结 论

本文从理论上对光束在有界非局域非线性介质铅玻璃中的传输特性进行了研究,得到了在铅玻璃中的响应函数并求出了形成空间光孤子的临界功率,还进一步求出来了 $1+2$ 维的光束中心的振荡轨

迹. 光束中心的振荡周期不仅与输入功率有关, 还和光束的入射位置与样品中心的距离以及样品横截面的纵横比有关. 将理论分析和数值模拟作对比, 我们发现解析结果与数值模拟符合得很好, 并且能进一步解析在数值模拟中发现在样品截面非对角线非轴上

处垂直入射产生有趣的螺旋孤子的现象. 我们的结果揭示了利用单光束在铅玻璃中的特性实现全光开关和光路由器件的潜在可能. 在此基础上我们将进一步研究双光束在有界强非局域介质中的相互作用特性, 并探讨其在全光开关和光路由器件的应用.

- [1] Stegeman G I , Segev M 1999 *Science* **286** 1518
- [2] Snyder A W , Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [3] Shen Y R 1997 *Science* **276** 1520
- [4] Peccianti M , Brzdakiewicz K A , Assanto G 2002 *Opt. Lett.* **27** 1460
- [5] Conti C , Peccianti M , Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [6] Peccianti M , Rossi A D , Assanto G 2002 *Appl. Phys. Lett.* **77** 7
- [7] Conti C , Peccianti M , Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [8] Peccianti M , Conti C , Assanto G 2002 *Appl. Phys. Lett.* **81** 3335
- [9] Guo Q , Luo B , Yi F , Chi S , Xie Y 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [10] Can J N , Guo Q 2005 *Acta. Phys. Sin.* **54** 3688 (in Chinese) [曹觉能、郭旗 2005 物理学报 **54** 3688]
- [11] Zhu Y Q , Long X W , Hu W , Cao L G , Yang P B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2260 (in Chinese) [朱叶青、龙学文、胡巍、曹龙贵、杨平保 2008 物理学报 **57** 2260]
- [12] Xu C B , Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5194 (in Chinese) [许超彬、郭旗 2005 物理学报 **54** 5194]
- [13] Yang P B , Cao L G , Hu W , Zhu Y Q , Guo Q , Yang X B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 285 (in Chinese) [杨平保、曹龙贵、胡巍、朱叶青、郭旗、杨湘波 2008 物理学报 **57** 285]
- [14] Guo Q , Zhang X P , Hu W , Shou Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1832 (in Chinese) [郭旗、张霞萍、胡巍、寿倩 2006 物理学报 **55** 1832]
- [15] Shao Y Q , Guo Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2751 (in Chinese) [邵毅全、郭旗 2006 物理学报 **55** 2751]
- [16] Rotschild C , Cohen O , Manela O , Segev M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213904
- [17] Rotschild C , Segev M 2006 *Opt. Lett.* **31** 3312
- [18] Alfassi B , Cohen O , Manela O , Segev M 2007 *Opt. Lett.* **32** 154
- [19] Rotschild C , Alfassi B , Cohen O , Segev M 2006 *Nature Physics* **2** 769
- [20] Alfassi B , Rotschild C , Manela O , Segev M , Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 213901
- [21] Barak A , Rotschild C , Alfassi B , Segev M , Christodoulides D N 2007 *Opt. Lett.* **32** 2450
- [22] Litvak A G 1966 *JETP Lett.* **4** 230
- [23] Iturbe-Castillo M D , Stepanov S , Sanchz-Mondragon J J 1996 *Opt. Lett.* **21** 1622
- [24] Haus H A 1984 *Waves and Fields in Optoelectronics* (Beijing : Electronic Industry Press) p99—102
- [25] Long X W , Hu W , Zhang T , Guo Q , Lan S , Gao X C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1397 (in Chinese) [龙学文、胡巍、张涛、郭旗、兰胜、高喜存 2007 物理学报 **56** 1397]
- [26] Born M , Wolf E 1999 *Principles of Optics* (Cambridge University Press) p129—132
- [27] Agrawal G P 2002 *Nonlinear Fiber Optics and Application of Nonlinear Fiber Optics* (Beijing : Electronic Industry Press) p34 , 35 (in Chinese) [Agrawal G P 2002 非线性光纤光学原理及应用 (中译本) (北京 : 电子工业出版社) 第 34 , 35 页]
- [28] Teukolsky S A , Vetterling W T , Flannery B P 1995 *Numerical Recips in C : The Art of Scientific Computing* (Beijing : Electronic Industry Press) p728—749 (in Chinese) [Teukolsky S A , Vetterling W T , Flannery B P 1995 C 语言数值算法程序大全 (中译本) (北京 : 电子工业出版社) 第 728—749 页]

Investigation of propagation of spatial soliton in nonlocal nonlinear medium of finite-size^{*}

Liang Yan-Bin Zheng Ya-Jian Yang Ping-Bao Cao Long-Gui Lu Da-Quan Hu Wei[†] Guo Qi

(*Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*)

(Received 20 December 2007 ; revised manuscript received 22 January 2008)

Abstract

In this paper, we investigate the effect of the boundary of the nonlocal nonlinear medium on the propagation of soliton. On the basis of NNLSE and the Poisson equation, using the Green function approach, we obtain the response function of the lead glass of finite-size, which is a strong nonlocal medium. Starting with the paraxial ray equation, we obtain the analytical solutions of the oscillation trajectory and period of the beam. Comparing the analytical solutions with numerical simulations, we found that our analytical solutions are precise when the point of incidence is not near the boundary of the medium.

Keywords : spatial soliton, lead glass, nonlocal nonlinearity

PACC : 4265S, 4270D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No : 10674050), the Program for Innovative Research Team of the High Education in Guangdong (Grant No : 06CXTD005).

[†] Corresponding author. E-mail huwei@snu.edu.cn