

# 一维多缺陷光子晶体的缺陷模<sup>\*</sup>

陈宪锋<sup>†</sup> 蒋美萍 沈小明 金 钰 黄正逸

(江苏工业学院数理学院,常州 213164)

(2007 年 12 月 21 日收到,2008 年 3 月 19 日收到修改稿)

设计了一个多缺陷的一维光子晶体,并利用传输理论研究其透射谱.利用泰勒展式的一级近似,得到了缺陷模频率的解析表达式,进而得到紧束缚理论中的耦合因子.这些结论与实验结果或数值模拟相符合,可以很好地描述缺陷模的有关规律,对多通道滤波器的设计具有指导意义.

关键词:光子晶体,缺陷模,紧束缚方法,耦合因子

PACC:4270Q,4282

## 1. 引 言

光子晶体是按照晶体的对称性制备的一种介电常数或折射率具有周期性变化的介电结构,具有光子带隙特征<sup>[1]</sup>.与半导体掺杂相类似,在光子晶体中引入缺陷,可以在禁带中出现局域的缺陷模<sup>[2]</sup>.由于该缺陷模频率的光子被局域在缺陷处,电磁场能量高度集中,若在缺陷处置入非线性介质,就可产生很强的非线性效应,因此对缺陷模进行研究,如何有效地控制和利用缺陷模引起了人们的广泛关注<sup>[3-6]</sup>.若光子晶体中具有多个缺陷,则局域在不同缺陷处的电磁波之间将产生耦合作用,导致在禁带中出现缺陷带(杂质带)<sup>[7,8]</sup>.如果相邻缺陷的间距较远,缺陷模间的耦合作用较弱,则杂质带是一个较窄的通带,相反当缺陷间距较近时,缺陷模间的耦合作用较强,杂质能级间的裂距就较大,可形成一个较宽的杂质带.可见,缺陷位置的变化导致杂质带的变化.通过调节光子晶体的结构参数、缺陷的大小、不同缺陷的间距,可以调节杂质带的位置和大小,甚至可以调节杂质带的平坦度,使得在透射谱中出现的杂质带,既可以是较为平坦的缺陷带,也可以是一系列分裂的透射峰相对尖锐的缺陷带.前者可用来设计小型化的宽带滤波器,而后者可设计多通道滤波器,有望在光波分复用(WDM)通信系统中发挥作用.

在光子晶体中,不同缺陷间的相互作用导致缺陷模产生的劈裂现象,可借助固体物理中的紧束缚方法来进行研究<sup>[9-14]</sup>.为了描述因缺陷耦合而导致的缺陷模频率的分裂,有时需要含两个以上耦合参数的紧束缚近似,如文献<sup>[14]</sup>就采用了三个耦合参数.在这些理论中,耦合系数的数值只能通过实验或数值模拟计算来得到,不同的光子晶体数值不一样.也就是说,缺陷耦合系数没有一个简洁的解析表达式,也就不易判断不同参数对缺陷模的影响程度.本文设计了一个多缺陷的一维光子晶体,利用传输理论<sup>[15,16]</sup>来研究缺陷模的有关规律,并给出缺陷模频率的一级近似解析式,进而得到了紧束缚理论的耦合因子,这些结论与实验结果和数值模拟相符合.

## 2. 晶体结构与计算方法

设计一个由 A, B 两种材料沿 z 轴方向交替生长形成的一维对称型光子晶体.材料的折射率分别为  $n_1, n_2$ , 厚度分别为  $d_1, d_2$ , 使其光学厚度为  $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$ ,  $\lambda_0$  为中心波长.该光子晶体的结构表示为  $(AB)^N A$ , 其中  $N$  为 AB 层的周期数.现将  $K$  个这样的光子晶体重叠在一起,形成一个复合型的一维光子晶体  $[(AB)^N A]^K$ .该对称的复合型光子晶体实际上就是一个含有  $(K-1)$  个半波缺陷的一维多耦合腔光子晶体.

<sup>\*</sup> 江苏省高校自然科学基金(批准号:07KJD140036)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: cxf@jpu.edu.cn

当电磁波垂直入射时,根据 Dowling 等人的传输理论<sup>[15,16]</sup>,若 AB 单元的传输矩阵为  $M_0 = \begin{bmatrix} 1/t_0 & r_0^*/t_0^* \\ r_0/t_0 & 1/t_0^* \end{bmatrix}$ ,其中  $r_0, t_0$  为反射系数和透射系数. 则  $(AB)^N$  的传输矩阵为  $M_N = M_0^N = \begin{bmatrix} 1/t & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* \end{bmatrix}$ ,有  $\frac{1}{t} = \frac{1}{t_0} \frac{\sin N\beta_0}{\sin\beta_0} - \frac{\sin(N-1)\beta_0}{\sin\beta_0} \frac{r}{t} = \frac{r_0}{t_0} \frac{\sin N\beta_0}{\sin\beta_0}$ ,式中 Bloch 相位  $\beta_0$  满足  $\cos\beta_0 = \text{Re}(1/t_0)$ .

将该思想推广,若  $(AB)^N A$  的传输矩阵为  $M_1 = \begin{bmatrix} 1/t_1 & r_1^*/t_1^* \\ r_1/t_1 & 1/t_1^* \end{bmatrix}$  则多缺陷光子晶体  $[(AB)^N A]^K$  的

传输矩阵为  $M_K = M_1^K = \begin{bmatrix} 1/t_K & r_K^*/t_K^* \\ r_K/t_K & 1/t_K^* \end{bmatrix}$ ,亦有

$$\frac{1}{t_K} = \frac{1}{t_1} \frac{\sin K\beta}{\sin\beta} - \frac{\sin(K-1)\beta}{\sin\beta} \frac{r_K}{t_K} = \frac{r_1}{t_1} \frac{\sin K\beta}{\sin\beta},$$

其中  $\beta$  满足  $\cos\beta = \text{Re}(1/t_1)$ . 由此可得光子晶体  $[(AB)^N A]^K$  的透射率  $T_K = t_K t_K^*$  为

$$\frac{1}{T_K} = 1 + \frac{\sin^2 K\beta}{\sin^2 \beta} \left( \frac{1}{T_1} - 1 \right). \quad (1)$$

在上述理论中,光子晶体的外侧介质折射率为  $n_1$ ,晶体  $(AB)^N A$  的透射系数  $t_1$ ,透射率  $T_1 = t_1 t_1^*$ . 不失一般性,令晶体的外侧介质折射率为  $n_0$ . 考虑外侧介质后的有关传输理论,则要利用文献[16]附录的有关补充理论. 例如  $(AB)^N A$  的传输矩阵应改为  $M_1^\# = \Delta_{01} M_1 \Delta_{10}$ ,相应的透射系数为  $t_1^\#$ ,透射率  $T_1^\# = t_1^\# t_1^{\#*}$ ;而  $[(AB)^N A]^K$  的传输矩阵则为  $M_K^\# = \Delta_{01} M_K \Delta_{10}$ ,透射系数为  $t_K^\#$ . 这里,界面传输矩阵  $\Delta_{ij} = \begin{bmatrix} \delta_{ij}^+ & \delta_{ij}^- \\ \delta_{ij}^- & \delta_{ij}^+ \end{bmatrix}$ ,  $\delta_{ij}^\pm = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{n_j}{n_i} \right)$ ,而其他矩阵的含义同前.

利用这一补充理论,可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_1^\#} &= \text{Re}\left(\frac{1}{t_1}\right) + i \frac{n_0^2 + n_1^2}{2n_0 n_1} \text{Im}\left(\frac{1}{t_1}\right) \\ &\quad + i \frac{n_0^2 - n_1^2}{2n_0 n_1} \text{Im}\left(\frac{r_1}{t_1}\right), \\ \frac{1}{t_K^\#} &= \frac{1}{t_1^\#} \frac{\sin K\beta}{\sin\beta} - \frac{\sin(K-1)\beta}{\sin\beta}. \end{aligned}$$

于是考虑外侧介质  $n_0$  后的光子晶体  $[(AB)^N A]^K$  的透射率  $T_K = t_K^\# t_K^{\#*}$  的修正式为

$$\frac{1}{T_K} = 1 + \frac{\sin^2 K\beta}{\sin^2 \beta} \left( \frac{1}{T_1^\#} - 1 \right). \quad (2)$$

对比发现,仅以  $T_1^\#$  代替了(1)式中的  $T_1$  而已.

### 3. 缺陷模规律

利用上述传输理论数值模拟了无缺陷的光子晶体  $(AB)^N A$  的透射谱(图1). 这与王辉等人的特征矩阵法<sup>[17]</sup>得到的结论完全一致. 可见,外侧空间介质的折射率不同,不会影响光子晶体的禁带特征,仅仅是改变了通带的纹波程度(透射率)而已. 在禁带中,  $T_1, T_1^\#$  都是接近于零的极小值. 由(1)(2)式可知在禁带中出现的缺陷模,主要由  $\sin K\beta/\sin\beta = 0$  来决定.

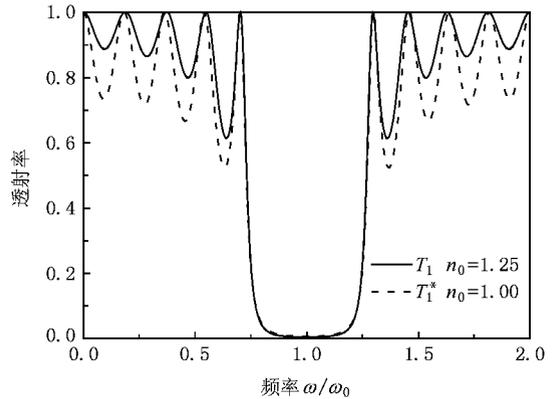


图1 光子晶体  $(AB)^N A$  的透射谱 ( $n_1 = 1.25, n_2 = 2.50, d_1 = 300 \text{ nm}, d_2 = 150 \text{ nm}$ )

由于 Bloch 相位  $\beta$  满足  $\cos\beta = \text{Re}(1/t_1)$ ,关键是求出  $(AB)^N A$  晶体的透射系数  $t_1$ . 而  $(AB)^N A$  晶体是在晶体  $(AB)^N$  的后面又加了一层 A 层,故  $\frac{1}{t_1} = \frac{1}{t} \times e^{-ip}$ ,  $p$  为频率为  $\omega$  的电磁波垂直入射时 A 层中的相位. 若设 B 层中相位为  $q$ ,当  $\omega$  与中心频率  $\omega_0$  相差不大时,可令

$$p = q = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\pi}{2} + \alpha, \quad (3)$$

$\alpha$  为小量. 将  $p, q$  代入上述传输理论,推导晶体  $(AB)^N$  的透射系数  $t$  的表达式. 利用泰勒(Taylor)展式的一级近似,经过繁琐的运算,可得  $t$  的一级近似式为

$$t = (-1)^N \frac{2}{A - iB\alpha - C\alpha^2}, \quad (4)$$

式中系数

$$A = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^N + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N,$$

$$B = \frac{n_2 + n_1}{n_2 - n_1} \left[ \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^N - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N \right],$$

$$C = N \frac{n_2 + n_1}{n_2 - n_1} \left[ \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^N - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N \right].$$

故

$$\cos\beta = (-1)^{N+1} \left[ \frac{n_2}{n_2 - n_1} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^N + \frac{n_1}{n_1 - n_2} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N \right] \alpha. \quad (5)$$

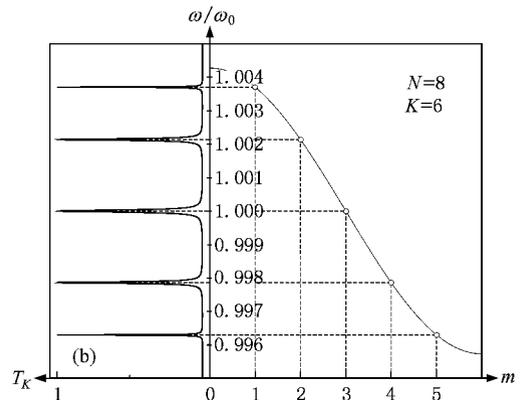
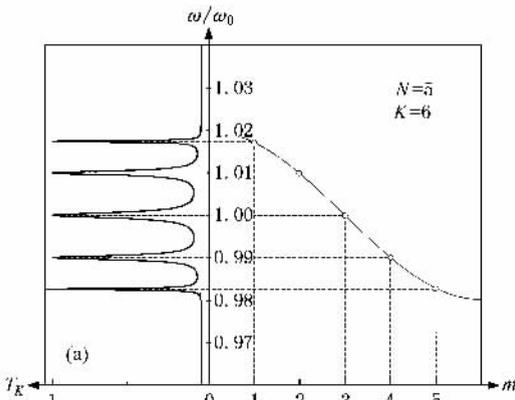


图2 光子晶体  $(AB)^N A^K$  的缺陷模 (模拟计算时取  $n_0 = 1.0, n_1 = 1.5, n_2 = 2.5, d_1 = 250 \text{ nm}, d_2 = 150 \text{ nm}$ ,各图中左侧为透射谱,右侧是方程(6)式曲线,相应的缺陷模以空心圈表示)

### 4. 耦合因子 $\kappa$

在图2中随着  $N$  的增大,即相邻缺陷之间的距离增大,使得不同缺陷模之间的耦合程度减弱,缺陷模频率的劈裂程度亦减弱,杂质带的宽度减小.此外还可以发现,不同缺陷模之间的频率间隔不等距.进一步的数值模拟计算表明,只有当  $K$  较大时,才有可能在中心频率附近得到近似等间隔的缺陷模带,频率间隔为

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\alpha(n_2 - n_1)}{Kn_2} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N. \quad (7)$$

根据紧束缚理论<sup>[12,13]</sup>,可得多缺陷光子晶体中杂质带的色散关系为

$$\omega_k = \Omega [1 + \kappa \cos k\Lambda], \quad (8)$$

式中  $\Omega$  为单缺陷光子晶体的共振频率即  $\omega_0, \Lambda$  为晶格常数,  $k$  为 Bloch 波矢,  $\kappa$  为耦合因子.利用上述

缺陷模频率满足  $\sin K\beta/\sin\beta = 0$ ,故  $K\beta = m\pi, m$  取  $1, 2, \dots, K-1$  共  $K-1$  个值,即禁带中出现的缺陷模的数目与光子晶体中的缺陷数一致.若  $n_2 > n_1$ ,且  $(n_2/n_1)^N \gg 1$ ,则缺陷模的频率为

$$\omega_m = \omega_0 \left[ 1 + \frac{\alpha(n_2 - n_1)}{\pi n_2} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N \cos \frac{m\pi}{K} \right],$$

$$m = 1, 2, \dots, K-1. \quad (6)$$

图2给出了由(6)式确定的缺陷模频率与用传输理论法得到的结果之间的比较,可以清晰显示出它们非常符合.

理论,易得  $\kappa = \frac{\alpha(n_2 - n_1)}{\pi n_2} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N$ .譬如,对于文献[13]结合有关数据计算得  $\kappa = 0.066$ ,而该文的实验结果是  $\kappa = 0.067$ ,两者符合极好.利用耦合因子  $\kappa$  的这一表达式,很容易看出结构参数对缺陷模的影响.耦合因子  $\kappa$  的大小,确定了光子晶体  $(AB)^N A^K$  中杂质带的宽度范围;而  $K$  的取值越大,在此范围内出现的缺陷模数目就越多,其频率满足(6)式的描述.

### 5. 结 论

设计了一个含多个半波缺陷的一维光子晶体  $(AB)^N A^K$  利用传输理论得到了在禁带中出现的缺陷模频率的一级近似解析式,并由此得到紧束缚理论中的耦合因子.这些结论可以很好地描述缺陷模的有关规律,对多通道滤波器的设计具有指导意义.

- [ 1 ] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [ 2 ] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [ 3 ] Liu N H , Fu J W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1418 ( in Chinese ) [ 刘念华、傅继武 2003 物理学报 **52** 1418 ]
- [ 4 ] Liu B , Yamilov A , Cao H 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 1092
- [ 5 ] Wu J H , Ang L K , Liu A Q *et al* 2005 *J. Opt. Soc. Am. B* **22** 1770
- [ 6 ] Nemeč H , Duvillaret L , Quemeneur F *et al* 2004 *J. Opt. Soc. Am. B* **21** 548
- [ 7 ] Dong H X , Jiang H T , Yang C Q , Shi Y L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2777 ( in Chinese ) [ 董海霞、江海涛、杨成全、石云龙 2006 物理学报 **55** 2777 ]
- [ 8 ] Du G Q , Liu N H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1095 ( in Chinese ) [ 杜桂强、刘念华 2004 物理学报 **53** 1095 ]
- [ 9 ] Yariv A , Xu Y , Lee R K , Scherer A 1999 *Opt. Lett.* **24** 711
- [ 10 ] Stefanou N , Modinos A 1998 *Phys. Rev. B* **57** 12127
- [ 11 ] Liu D D , Chen G D , Xu Z F 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 591
- [ 12 ] Bayindir M , Temelkuran B , Ozbay E 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2140
- [ 13 ] Bayindir M , Tanriseven S , Ozbay E 2001 *Appl. Phys. A* **72** 117
- [ 14 ] Cai X H , Lin X S , Shi Q , Zhao N S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2742 ( in Chinese ) [ 蔡旭红、林旭升、石全、赵年顺 2007 物理学报 **56** 2742 ]
- [ 15 ] Dowling J P , Scalora M , Bloemer M J , Bowden C M 1994 *J. Appl. Phys.* **75** 1896
- [ 16 ] Bendickson J M , Dowling J P , Scalora M 1996 *Phys. Rev. E* **53** 4107
- [ 17 ] Wang H , Li Y P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2172 ( in Chinese ) [ 王辉、李永平 2001 物理学报 **50** 2172 ]

## The defect modes in one-dimensional photonic crystal with multiple defects<sup>\*</sup>

Chen Xian-Feng<sup>†</sup> Jiang Mei-Ping Shen Xiao-Ming Jin Yi Huang Zhen-Yi

( School of Physics and Mathematics , Jiangsu Polytechnic University , Changzhou 213164 , China )

( Received 21 December 2007 ; revised manuscript received 19 March 2008 )

### Abstract

A one-dimensional photonic crystal containing multilayered half-wave defects is designed and the transmission spectrum is studied by using transfer matrix theory. Under the first-order approximation of Taylor expansion , the analytic expression for the defect mode frequency is derived , from which the coupling factor is deduced. Our results are fitted with the experimental results or numerical simulation , and can be used to describe the characteristics of the defect modes. The result is helpful for designing a multiple channel filter.

**Keywords :** photonic crystal , defect mode , tight-binding method , coupling factor

**PACC :** 4270Q , 4282

<sup>\*</sup> Project supported by the Natural Science Foundation of the Jiangsu Higher Education Institutions of China ( Grant No. 07KJD140036 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : cxf@jpu.edu.cn