第 57 卷 第 9 期 2008 年 9 月
1000-3290/2008/57(09)/5956-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.57,No.9,September,2008

基于差分进化算法的核磁共振 T_2 谱多指数反演*

潘克家[1)†] 陈 华[2)] 谭永基[1)]

1)(复旦大学数学科学学院,上海 200433)

2)(中国石油大学(华东),东营 257061)

(2007 年 11 月 15 日收到;2008 年 1 月 19 日收到修改稿)

提出了一种基于差分进化(DE)算法的核磁共振弛豫信号多指数反演新方法. 将核磁共振 T_2 谱反演问题转化为带非负约束的非线性优化问题,不需要预先给定横向弛豫时间 T_2 分布,直接利用差分进化算法进行反演计算. 在测量信号低信噪比的情况下,计算机模拟和实验数据反演都表明了该方法在分析处理 NMR 弛豫信号中的有效性.

关键词:核磁共振,多指数反演,差分进化,岩心分析

PACC:7660

1. 引 言

在核磁共振测井中,一般采用 CMPG 方法测量自旋回波串[1,2],纵向弛豫时间 T_1 和横向弛豫时间 T_2 都是用来描述自旋回波信号的弛豫特征. 由于和横向弛豫时间 T_2 相对应的 T_2 谱能够提供许多岩石物性和流体特性的信息,越来越受到人们的关注[3—7]. 而 T_2 谱的求解本质上是一个多指数反演的问题[8,9],对于多指数反演,近年来先后出现了罚函数法(BRD)、奇异值分解法(SVD)、非负最小二乘(NNLS)以及联合迭代重建算法(SIRT),并且在罚函数法和奇异值分解法的基础上又发展了一些改进算法,这些算法从不同角度来解决多指数反演问题[10]. 但这些算法除了受到横向弛豫时间布点数、原始回波采集个数等因素影响外,还易受信噪比的影响,在不做任何参数校正的情况下,这些算法都要求信噪比 SNR > 40. 对于低信噪比(SNR < 30)情况,上述算法会出现基线偏离的情况,导致孔隙度估计不准[11],另外,在处理 T_2 谱的非负约束条件时,它们均采用迭代法修正,大大增加了计算时间.

差分进化(differential evolution, DE)算法[12,13]是由 Store 和 Price 于 1996 年共同提出的一种采用浮点矢量编码在连续空间中进行随机搜索的优化算法,由于其原理简单,受控参数少,无需设置初值和进行导数计算,且易于理解和实现,是一种比较有发展前途的算法. 核磁共振弛豫信号多指数反演问题,可以转化为一个带非负约束的非线性优化问题,然后利用差分进化算法求解.

2. 核磁共振 T_2 弛豫信号数学描述

根据核磁共振理论,核磁共振信号与横向弛豫时间谱满足第一类 Fredholm 积分方程:

$$y(t)=\int_{T_{2\min}}^{T_{2\max}} f(T_2)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_2}}\,\mathrm{d}T_2+\varepsilon(t), \qquad (1)$$

其中横向弛豫时间谱 $f(T_2)$ 为横向弛豫时间 T_2 对应的幅度值,从物理意义上讲,$f(T_2)$ 为非负值. $T_{2\min}$ 与 $T_{2\max}$ 是测量的衰减信号所能分辨的最短和最长弛豫时间,一般 $T_{2\min}=0.1$ ms,$T_{2\max}=10000$ ms,$\varepsilon(t)$ 为随机噪声. 把(1)式离散化后,所测的核磁共振信号 $y(t_i)$ 可以认为是由一系列满足单指数衰减规律的回波信号叠加,即

$$y(t_i)=\sum_{j=1}^{m} f_j\cdot \mathrm{e}^{-\frac{t_i}{T_{2j}}}+\varepsilon(t_i),\ 1\leqslant i\leqslant n, \qquad (2)$$

其中 m, n 分别为测量到的回波个数和横向弛豫时间 T_2 分布个数,t_i 为采集时刻(通常为回波间隔 TE 的整数倍),$f(t_i)$ 为 t_i 时刻测得的回波幅度.

* 国家自然科学基金(批准号:10431030)资助的课题.

† E-mail:kjpan@yahoo.cn

3. 多指数反演优化模型

横向弛豫时间 T_2 分布跨度大，通常范围从 0.1 ms 到 10000 ms（因仪器不同而有所差异），导致方程(2)的求解是一个典型的不适定问题. 测量数据很小的误差也会导致最后的计算结果偏差很大，这也增大了反演过程的难度. 现有的各种 T_2 谱反演方法[14—16]，T_2 分布都是事先采取某种对数均匀布点得到，然后由方程(2)得到一个线性方程组，再利用 SVD，SIRT，NNLS 等方法求解. 而对 $f(T_2)$ 非负约束的处理，都是采用某种迭代修正的思想. 由于 T_2 分布事先给定，导致这些方法都存在一个普遍的问题 就是在测量 T_2 组分离散且分布较宽时，反演得到的 T_2 谱分辨率较低. 并且，这些基于迭代处理非负约束的方法，有时收敛得比较慢，从而大大增加了问题的计算量. 文献[17]提出了一种反演与拟合相结合处理核磁共振弛豫数据的方法，求解使用了 Levenberg-Marquardt 方法，对初值的依赖性比较强，可能陷入局部极值.

为了避免这些问题，方程(2)的求解转化为一个带非负约束的优化问题，同时反演出 T_2 和 $f(T_2)$，得到横向弛豫时间 T_2 和 $f(T_2)$ 的关系图，即 T_2 谱图. 考虑到原问题的病态性质和测量的误差，通过如下两种正则化方法[18,19]，将原问题转化为如下带非负约束的优化问题.

范数平滑

$$\min\sum_{i=1}^{n}\Big(y_i-\sum_{j=1}^{m}f_j\cdot \mathrm{e}^{-\frac{t_i}{T_{2j}}}\Big)^2+\alpha\sum_{j=1}^{m}f_j^2, \tag{3}$$

$$\text{s.t. } f_j\geqslant 0,\quad 1\leqslant j\leqslant m. \tag{4}$$

曲率平滑

$$\min\sum_{i=1}^{n}\Big(y_i-\sum_{j=1}^{m}f_j\cdot \mathrm{e}^{-\frac{t_i}{T_{2j}}}\Big)^2+\alpha\sum_{j=2}^{m-1}(f_{j+1}-2f_j+f_{j-1})^2, \tag{5}$$

$$\text{s.t. } f_j\geqslant 0,\quad 1\leqslant j\leqslant m. \tag{6}$$

其中，α 为正则化参数，它的选取与原始数据的误差水平相关. 对上述非线性优化问题，采取差分进化算法求解. 计算结果表明，基于曲率光滑的正则化优化算法能更好地抑制 $f(T_2)$ 的振荡，对正则化参数的选取不如范数平滑时敏感，对此类多指数反演问题更加有效. 和文献[17]采取范数平滑不同，最后的反演实例都采用曲率平滑，求解优化问题(5)，(6)反演 T_2 谱.

4. 差分进化算法

差分进化算法是一种基于实数编码的具有保优思想的全局优化进化算法. 在 1996 年举行的第一届国际 IEEE 进化优化竞赛上，对提出的各种方法进行了现场验证，DE 被证明是最快的进化算法. 与传统的进化算法如遗传算法等相较，除了具有收敛速度快，控制变量少，更易于理解和编程实现等特点之外，其主要区别在于：

1）传统的 GA 算法采取二进制编码，而 DE 算法采取实数编码；

2）在 GA 中，通过两个父代个体交叉变异产生两个子个体，而 DE 中，通过三个父代个体交叉变异产生一个子个体；

3）传统 GA 产生的子个体通过某种概率选择直接取代父个体，而 DE 中新产生的子个体，只有当它比相应的父代个体优良时才替换父个体.

4.1. 基本差分进化算法

为求非线性函数 $f(x_1,x_2,\cdots,x_D)$ 的最小值，进化过程中的第 G 代利用 NP 个 D 维参数向量构成种群 $\{x_i, G, i=1,2,\cdots,NP\}$，其中种群大小 NP 在整个进化过程中保持不变.

4.1.1. 种群初始化

在 D 维空间，随机产生满足约束条件的 NP 个向量

$$x_{ji,0}=\mathrm{rand}_j\cdot(b_{j,U}-b_{j,L})+b_{j,L}$$

构成初始种群. 其中，rand_j 为区间(0,1)上的随机数，$b_{j,U}$ 和 $b_{j,L}$ 分别为第 j 个变量 x_j 的上界和下界.

4.1.2. 变异

对每一个目标向量 $x_{i,G}$，在 $\{1,2,\cdots,NP\}$ 范围内随机选择 3 个互异整数 r_1,r_2,r_3，且使得 $r_j\neq i$ ($1\leqslant j\leqslant 3$)，得到变异向量

$$v_{i,G+1}=x_{r_1,G}+F\cdot(x_{r_2,G}-x_{r_3,G}),$$

其中，变异因子 $F\in(0,2)$ 为一常数，控制偏差向量的放大程度.

4.1.3. 交叉

交叉是为了增加种群的多样性，通过如下方式得到试验向量：

$$u_{ji,G+1}=\begin{cases}v_{ji,G+1}, & \mathrm{rand}_j\leqslant CR \text{ 或 } j=rnbr_i,\\ x_{ji,G+1}, & \mathrm{rand}_j> CR \text{ 和 } j\neq rnbr_i,\end{cases}$$

$$j = 1,2,\cdots,D.$$

式中 rand_j 为(0,1)之间的随机数,$\mathrm{rnbr}_j \in \{1,2,\cdots,D\}$为随机选择的序列,用它来确保 $u_{i,G+1}$ 从 $v_{i,G+1}$ 至少获取一个分量. 交叉因子 $CR \in [0,1]$.

4.1.4. 选择

差分进化的选择方案基于局部竞争机理,如果 $u_{i,G+1}$ 的目标函数值小于 $x_{i,G+1}$ 的目标函数值,则令 $x_{i,G+1}$ 等于 $u_{i,G+1}$;反之,令 $x_{i,G+1}$ 等于 $x_{i,G}$.

4.1.5. 边界条件处理

在有边界约束的问题中,必须确保产生新个体的参数值落在问题的可行域中,一个简单方法是将不符合边界约束的新个体用在可行域中随机产生的参数向量代替.

4.2. 差分进化算法其他形式

上面介绍的是最基本的 DE 操作程序,实际应用中还发展了 DE 的多个变形形式,并用符号 DE/x/y 加以区分,其中 x 限定当前被变异的向量是'随机的'或'最佳的';y 是所利用的差向量的个数. 利用这个表示方法,前面叙述的基本 DE 策略可描述为 DE/rand/1. 其他多种形式,主要体现在变异操作的不同,如:

1) DE /best /1

$$v_{i,G+1} = x_{\mathrm{best},G} + F\cdot(x_{r_1,G} - x_{r_2,G}).$$

2) DE /best /2

$$v_{i,G+1} = x_{\mathrm{best},G} + F\cdot(x_{r_1,G} - x_{r_2,G} + x_{r_3,G} - x_{r_4,G}).$$

3) DE /rand /2

$$v_{i,G+1} = x_{r_1,G} + F\cdot(x_{r_2,G} - x_{r_3,G} + x_{r_4,G} - x_{r_5,G}).$$

4) DE /rand-to-best /1

$$v_{i,G+1} = x_{i,G} + \lambda\cdot(x_{\mathrm{best},G} - x_{i,G}) + F\cdot(x_{r_1,G} - x_{r_2,G}).$$

实际反演计算表明,DE /rand-to-best /1 算法既保持了种群的多样性,又具有较快的收敛速度,对此类 NMR 多指数反演问题最为有效.

4.3. DE 算法控制参数选择

控制参数对于一个全局进化优化算法的影响是比较大的, DE 算法的控制参数选择有如下经验规则[12,13]:

1) 种群数量. 根据问题规模,NP 的合理选择在 $5D$—$10D$ 之间. 过大的 NP 导致算法收敛很慢,过小的 NP 可能导致 DE 算法过早收敛, 得不到目标函数的全局极小值.

2) 变异因子. 在理论上也没有一个最佳的选择准则, 比较好的容许区间为[0.4,1], 不落在此区间的变异因子只在极少的情况下有效. 通常取初始值 $F=0.5$, 若种群过早收敛, 则增大 F 或 NP.

3) 交叉因子. 通常 DE 算法如果收敛, 则交叉因子 CR 越大, 收敛速度越快. 故为得到较快的收敛速度, 一般先选取 $CR=1.0$ 或者 $CR=0.9$.

4) 加权因子. 加权因子 $\lambda\in(0,1)$, 通常取作 0.8.

5. 反演数值结果

这一节,采用差分进化算法反演核磁共振 T_2 谱分布. 第一小节中用理论模型验证算法的有效性,并研究了信噪比 SNR 和正则化参数 α 对反演结果的影响. 通过计算实例和对比说明了 DE 反演算法抗噪能力强, 收敛速度比较快. 第二小节给出了运用差分进化算法反演 T_2 谱的一个实例.

5.1. 理论模型试算结果与分析

在这一节的计算实例中,先给定一个具有双峰特性的 T_2 谱分布,由(2)式计算出不同时刻 t_i 的信号强度值 y_i,再对 y 加上一定大小 SNR 的高斯白噪音得到 $\tilde{y}$,然后由数据($t_i,\tilde{y}_i$)用 DE 算法反演 T_2 分布. 信噪比 SNR 按如下方式定义:

$$\mathrm{SNR} = 20\cdot\log_{10}\frac{\|y\|_2}{\|y-\tilde{y}\|_2}.$$

当 T_2 组分 $m=10$ 时,构造了 512 个测量数据进行反演 ;当 T_2 组分 $m=20$ 时,我们构造了 1024 个测量数据进行反演. 从表 1 可以看出, 对于反演 20 个未知参数的情形, 不加噪声时反演结果非常精确, 相对误差 l_2 范数为 0.03% ;即使加入信噪比为 80 的噪声后, 反演结果也还很精确, 相对误差仅为 1.85%. 这说明了 DE 反演算法对于比较小的 m, 高信噪比数据反演非常有效, 精确.

下面研究 $m=20$(反演 40 个参数)时, 正则化参数对反演结果的影响. 反演结果如图 1 所示 :当 α 取 10^{-8} 时计算结果相当好 ;但不加正则化项(m 取作 0)时, 计算出来的 f 值振荡得比较厉害 ;而正则化参数 α 过大取 10^{-6} 时又会把解磨得太光, 甚至失去函数本该有的双峰特性. 所以, 选择合适的正则化参数对此类问题的求解起着至关重要的作用. 目前还没有非常好的正则化参数选取方法, 下一步

希望能研究出一种自适应的正则化参数选取算法，来更好地解决此类实际问题.

表 1　$m=10$，SNR 分别为 $+\infty$ 和 80 时反演结果

	T_{21}	T_{22}	T_{23}	T_{24}	T_{25}	T_{26}	T_{27}	T_{28}	T_{29}	T_{210}
Exact	1.000×10^{-3}	1.995×10^{-3}	3.981×10^{-3}	7.943×10^{-3}	1.585×10^{-2}	3.162×10^{-2}	6.310×10^{-2}	1.259×10^{-1}	2.512×10^{-1}	5.012×10^{-1}
SNR = ∞	1.000×10^{-3}	1.995×10^{-3}	3.981×10^{-3}	7.943×10^{-3}	1.585×10^{-2}	3.163×10^{-2}	6.311×10^{-2}	1.259×10^{-1}	2.513×10^{-1}	5.017×10^{-1}
SNR = 100	9.987×10^{-4}	2.013×10^{-3}	4.083×10^{-3}	8.232×10^{-3}	1.659×10^{-2}	3.356×10^{-2}	6.535×10^{-2}	1.279×10^{-1}	2.535×10^{-1}	4.998×10^{-1}
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}
Exact	5.819×10^{-2}	7.660×10^{-1}	1.576	2.370	2.407	2.038	3.347	5.028	2.374	2.383×10^{-1}
SNR = ∞	5.821×10^{-2}	7.660×10^{-1}	1.576	2.371	2.407	2.039	3.348	5.029	2.372	2.373×10^{-1}
SNR = 100	5.888×10^{-2}	7.922×10^{-1}	1.642	2.425	2.427	2.052	3.319	4.946	2.304	2.362×10^{-1}

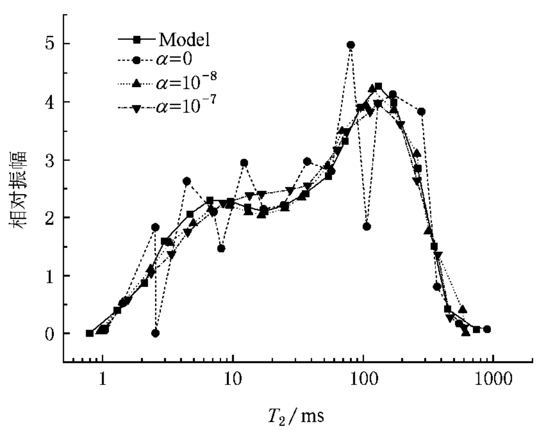

图 1　正则化参数对反演结果的影响

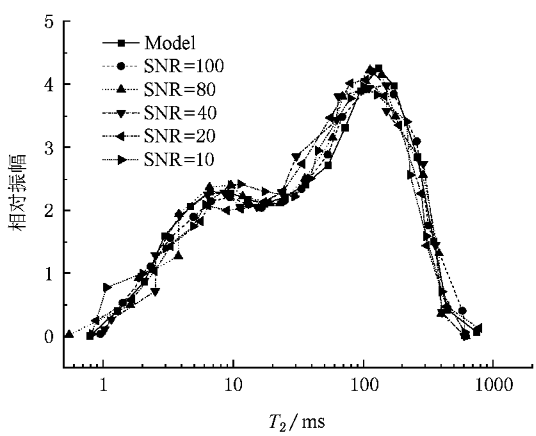

图 2　信噪比对反演结果的影响

图 2 为在不同信噪比下选择合适的正则化参数进行反演，得到的一组反演结果. 从图中可以看出，DE 算法对测量数据的信噪比不敏感，即使在噪声比较大，信噪比仅为 10 时，仍能反演出比较好的结果. 而传统的反演算法，如传统的 SVD，NNLS 等，由于没有引进正则化项，对测量数据的误差比较敏感. 在文献[10]中给出了几种传统算法的信噪比稳定区间，其中 SVD 算法对信噪比的稳定区间大约为 $40<\mathrm{SNR}<10000$，BRD 算法的稳定区间大约为 $30<\mathrm{SNR}$，SIRT 算法的稳定区间约为 $40<\mathrm{SNR}$，并且该文中也专门针对传统方法对信噪比比较敏感，发展了相应的校正方法提高反演质量. 文献[17]中提到 NNLS 方法得到的 T_2 谱可信度较高，为了与 DE 反演算法进行比较，下面采用 NNLS 方法和改进的 SVD 方法[15]反演 $m=20$ 时的理论模型. 并且，还假设 T_2 弛豫时间布点已知，在程序中布点数为 30，且其中的 20 个点正好与理论模型中给定的数据相同，然后利用 NNLS 方法和改进 SVD 方法反演 T_2 谱，计算结果分别如图 3 和图 4 所示. 从图中可以看出，NNLS 算法和 SVD 算法在没有误差，或者信噪比较高的情况下计算非常准确，但在有测量误差比较大的情况下，反演得到的结果振荡比较厉害. 当信噪比为 60 时，NNLS 方法已经得不到满意的反演结果，当信噪比为 30 时，改进的 SVD 算法得到的 T_2 谱振荡也比较厉害；而基于 DE 的优化算法由于加入了曲率平滑项，能够很好地抑制 T_2 谱的振荡，即使在信噪比为 10 的情况下，也能得到如图 2 所示的比较可信的 T_2 谱.

前面所有反演计算，都是采用 DE/rand-to-best/1 求解优化问题. DE 控制参数选取如下：变异因子 F 取为 0.8，交叉因子 CR 取为 1.0. 加权因子 λ 取为 0.8，NP 取为未知参数个数 D 的 10 倍. 图 2 中在各种信噪比情况下的计算时间和目标函数值如表 2 所示. 表中计算时间为用 1024 个数据反演 40 个参数值，Fortran 程序在 Pentium(R) D 3.2G 电脑上的运行时间. 从表 2 中可以看出，尤其在信噪比比较小的情况下，DE 算法的收敛得非常快. 当 $\mathrm{SNR}=10$

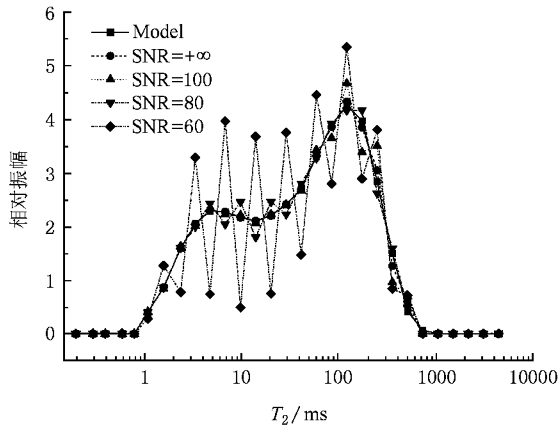

图 3 信噪比对 NNLS 方法反演结果的影响

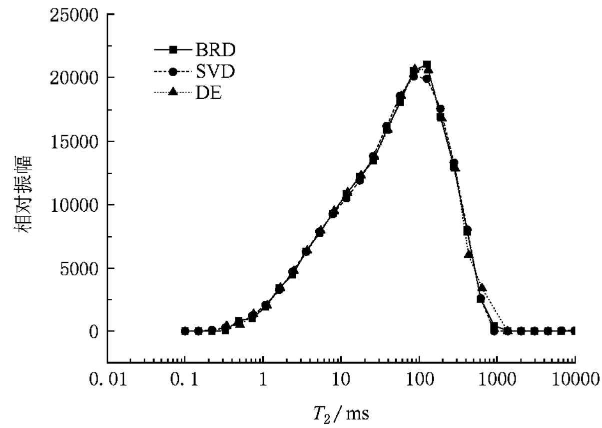

图 5 实际数据反演结果比较

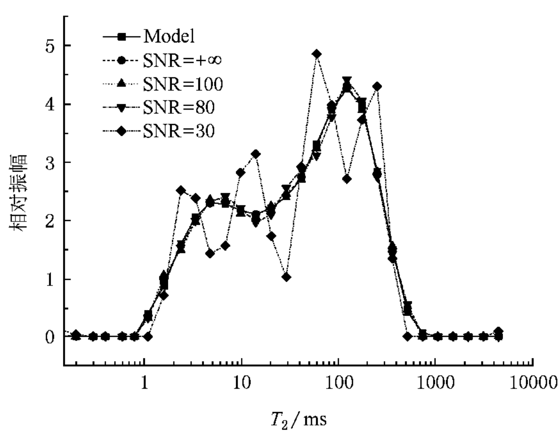

图 4 信噪比对改进 SVD 方法反演结果的影响

时，仅用了 10 s，就得到了如图 2 中比较好的反演结果．由此也说明了 DE 反演算法非常适合低信噪比核磁共振弛豫信号反演．

表 2 DE 算法收敛速度

SNR	10	20	40	80	100
计算时间/s	10	21	69	104	295
目标函数值	1.27	1.50×10^{-1}	1.40×10^{-3}	3.70×10^{-5}	4.40×10^{-7}

5.2. 应用实例

使用英国 Resonance Instruments 公司的 MARAN-2L3 型核磁共振岩心分析仪，对长庆某井岩心进行岩石核磁共振横向弛豫时间 T_2 谱测量．试验参数设定为：回波间隔时间 TE = 0.7 ms，回波采样个数 1024 个，经数据压缩后，实际回波采样个数为 128 个．DE 反演算法正则化参数 α 取为 7.0×10^{-10}，T_2 布点数 m 取为 20；而 BRD 和 SVD 算法 T_2 均采取对数均匀布点，布点数为 30．计算结果如图 5 中所示，DE 算法在不预先给定 T_2 的情况下，得到的结果与已有算法取得的结果非常符合．

6. 结 论

通过计算机模拟和实际算例，得到如下结论：

1．和传统算法如 SVD 相比，基于 DE 的优化算法不依赖于初值选取，计算稳定；更容易实现非负约束，计算速度快．

2．优化算法能同时反演出 T_2 分布，得到分辨率比较高的 T_2 谱．

3．优化算法引入正则化项，抗噪能力比较强，可用于低信噪比 T_2 谱反演．

4．优化算法非常适合 T_2 组分离散且分布较宽（$m<40$），信噪比较低的 NRM 弛豫信号反演；当 T_2 组分较多甚至连续分布时，可采用 SVD，SIRT，NNLS 等方法求解．

[1] Goelman G，Prammer M G 1995 *J. Magn. Res.* **113** 11

[2] Zhang G Q，Hirasaki G J 2003 *J. Magn. Res.* **163** 557

[3] Moffat B A，Pope J M 2002 *Magn*. *Res*. *Imag*. **2** 83

[4] Xu F，Huang Y R 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 415 (in Chinese)［许峰、黄永仁 2002 物理学报 **51** 415］

[5] Meng Q A，Hu C M 1997 *Acta Phys*. *Sin*. **46** 1961 (in Chinese)［孟庆安、胡传民 1997 物理学报 **46** 1961］

[6] Zheng S K，Chen Z，Chen Z W，Zhong J H 2001 *Chin*. *Phys*. **10** 558

[7] Li G Y，Xu X C 1995 *Acta Phys*. *Sin*. **44** 1847 (in Chinese)［李鲠颖、徐学诚 1995 物理学报 **44** 1847］

[8] Borgia G C，Brown R J S，Fantazzini P 1998 *J*. *Magn*. *Res*. **132** 65

[9] Borgia G C，Brown R J S，Fantazzini P 2000 *J*. *Magn*. *Res*. **147** 273

[10] Liao G Z，Xiao L Z，Xie R H，Fu J J 2007 *Chinese J*. *Geophys*. **50** 932 (in Chinese)［廖广志、肖立志、谢然红、付娟娟 2007 地球物理学报 **50** 932］

[11] Weng A H，Li Z B，MO X W，Wang X Q 2003 *J*. *Jilin Univ*. (Earth Sci. Ed.) **33** 232 (in Chinese)［翁爱华、李舟波、莫修文、王学秋 2003 吉林大学学报(地球科学版) **33** 232］

[12] Storn R，Price K 1997 *J*. *Glob*. *Optim*. **11** 341

[13] Kaelo P，Ali M M 2006 *Eur*. *J*. *Oper*. *Res*. **169** 1176

[14] Wang Z D，Xiao L Z，Liu T Y 2003 *Science in China* (Ser. G) **33** 323 (in Chinese)［王忠东、肖立志、刘堂宴 2003 中国科学 G **33** 323］

[15] Jiang R Z，Yao Y P，Miao S，Zhang C S 2005 *Acta Petro*. *Sin*. **26** 57 (in Chinese)［姜瑞忠、姚彦平、苗　盛、张春生 2005 石油学报 **26** 57］

[16] Wang W M，Li P，Ye Z H 2001 *Science in China* (Ser. A) **31** 730 (in Chinese)［王为民、李　培、叶朝辉 2001 中国科学 A **31** 730］

[17] Wang H，Li G Y 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 1431 (in Chinese)［王鹤、李鲠颖 2005 物理学报 **54** 1431］

[18] Butler J P，Reeds J A，Dawson S V 1981 *SIAM J*. *Numer*. *Anal*. **18** 381

[19] Dunn K J，LaTorraca G A，Warner J L，Bergman D J 1994 *SPE* 28367 45

Multi-exponential inversion of T_2 spectrum in NMR based on differential evolution algorithm*

Pan Ke-Jia[1)†]　Chen Hua[2)]　Tan Yong-Ji[1)]

1)(*School of Mathematical Sciences*, *Fudan University*, *Shanghai* 200433, *China*)

2)(*China University of Petroleum*, *Dongying* 257061, *China*)

(Received 15 November 2007; revised manuscript received 19 January 2008)

Abstract

A new multi-exponential inversion method for NMR relaxation signals is presented and tested, which is based on differential evolution (DE) algorithm. The inversion of T_2 spectrum in NMR is reduced to a non-negative constraint optimization problem, and solved directly by DE algorithm without pre-assigning the distribution of relaxation time T_2. The validity and effectiveness of our method is demonstrated by computer simulations and the inversion of practical NMR data under low SNR.

Keywords: nuclear magnetic resonance, multi-exponential inversion, differential evolution, core analysis

PACC: 7660

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10431030).

† E-mail: kjpan@yahoo.cn