

# 动态 Dilaton-Maxwell 黑洞的广义 Stefan-Boltzmann 定律\*

孟庆苗† 蒋继建 刘景伦 邓德力

(菏泽学院物理系, 菏泽 274015)

(2007 年 5 月 21 日收到, 2008 年 7 月 7 日收到修改稿)

利用动态 Dilaton-Maxwell 黑洞视界附近的熵密度, 导出黑洞的瞬时辐射流量, 得到了任一时刻黑洞沿某一方向的瞬时辐射流量总是正比于在该方向上黑洞事件视界温度的四次方的结论. 导出的广义 Stefan-Boltzmann 系数不再是一个恒量, 而是一个与黑洞视界附近的时空度规、黑洞视界的变化率及黑洞的吸收与辐射系数有关的动比例系数. 揭示了黑洞周围的引力场与其热辐射之间存在着必然的内在联系.

关键词: 熵密度, 薄膜模型, 瞬时辐射流量, 广义 Stefan-Boltzmann 系数

PACC: 0420, 9760L

## 1. 引 言

自从 1974 年 Hawking 证明黑洞存在热辐射以来<sup>[1]</sup>, 黑洞热力学的研究一直是理论物理研究的重要课题之一, 其中黑洞熵的研究更是人们关注的重点. 人们采用各种方法计算黑洞熵<sup>[2-5]</sup>, 得到了黑洞熵与其视界面积成正比的结论. 近年来, 人们把 't Hooft 提出的 brick-wall 模型<sup>[3]</sup> 改进为薄膜模型<sup>[6,7]</sup>, 认为黑洞的熵是来自视界附近的一个无穷小厚度薄层中量子场的贡献. 该方法的优点是不需要假定大范围内存在热平衡, 只要在视界附近存在局域热平衡即可. 薄膜模型为研究动态黑洞的热辐射提供了方便, 大量文献<sup>[8-12]</sup> 采用薄膜模型计算动态黑洞的熵, 同样得到了黑洞熵与黑洞视界面积成正比的结论. 有视界就有黑洞熵, 就有 Hawking 辐射<sup>[13]</sup>. 最近人们考虑能量守恒和粒子间自引力作用对黑洞量子隧穿辐射进行了研究, 结果表明黑洞视界处粒子的量子隧穿率与黑洞的 Bekenstein-Hawking 熵变有关<sup>[14-17]</sup>, 可见黑洞熵与黑洞的辐射之间存在着必然的内在联系. 进一步研究二者之间的关系, 是一项十分有意义的工作. 为了研究二者之间的关系, 仿照平直时空中黑体辐射的辐射出射度的定义<sup>[18]</sup>,

文献 19 定义了黑洞的辐射出射度(辐射流量), 即单位时间从黑洞视界单位面积上辐射的总能量. 利用静态球对称黑洞 Dirac 场的统计熵对静态球对称黑洞的辐射流量进行了研究, 得到了黑洞的辐射流量总是正比于黑洞视界温度四次方的结论. 由于黑洞的吸收和辐射, 实际的黑洞都是动态的, 进一步研究动态黑洞的热辐射规律是十分必要的. 文献 20 将动态黑洞视为一个开放的非平衡态热力学系统, 它与外界不停地进行物质和能量的交换, 即有熵流产生. 对于一个偏离热力学平衡不是那么厉害的动态黑洞, 考虑局域热平衡假设, 作者引入了动态黑洞瞬时辐射流量的概念, 即任一时刻从黑洞视界单位面积上辐射的功率. 巧妙的将动态黑洞的辐射能量分为两部分, 利用黑洞视界附近的熵密度, 给出了动态黑洞瞬时辐射流量( $M_k$ )的计算公式

$$M_k = M_s - \alpha s r_{\text{hv}} T, \quad (1)$$

式中,  $M_s$  为假定黑洞处于热力学平衡时对应的辐射流量,  $\alpha$  为与黑洞辐射和吸收系数有关的常数,  $s$  为动态黑洞事件视界附近薄层膜内熵的体密度,  $r_{\text{hv}} = \left( \frac{\partial r}{\partial \nu} \right)_{r=r_h}$  为黑洞的视界变化率,  $T$  为黑洞的视界温度. 该公式为研究动态黑洞的热辐射提供了一种新方法. 利用这一方法, 文献 21—23 研究了

\* 国家自然科学基金(批准号: 10773002)和山东省教育厅科技计划项目(批准号: J07WJ49)资助的课题.

† E-mail: mengqingmiao@yahoo.com.cn

动态黑洞的瞬时辐射流量, 得到了任一时刻黑洞沿某一方向的瞬时辐射流量总是正比于该方向上黑洞事件视界温度的四次方的结论. Turyshev 利用弦理论给出了 Dilaton-Maxwell 复合场一静态球对称解<sup>[24]</sup>, 罗新炼和沈有根分别给出了 Dilaton-Maxwell 黑洞的标量场和 Dirac 场的视界温度<sup>[25, 26]</sup>, 宋太平等人给出了动态 Dilaton-Maxwell 时空中 Dirac 场的熵<sup>[27]</sup>, 为使研究结果更具有普遍意义, 本文进一步研究了动态 Dilaton-Maxwell 黑洞的瞬时辐射流量, 揭示了动态黑洞的热辐射规律.

## 2. 动态 Dilaton-Maxwell 黑洞的视界方程

动态 Dilaton-Maxwell 黑洞的时空线元为<sup>[24-27]</sup>

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) e^{-2\Phi} d\nu^2 - 2d\nu dr - r^2 e^{2\Phi} (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (2)$$

式中  $\nu$  是超前 Eddington 坐标,  $m = m(\nu)$  是黑洞的质量, 而

$$\Phi = \Phi(\nu, r) = \frac{Q^2(\nu)}{4rm(\nu)}, \quad (3)$$

式中  $Q = Q(\nu)$  是黑洞的电荷.

引入坐标变换<sup>[28]</sup>

$$\begin{aligned} R &= r - r_h(\nu), \\ dR &= dr - r_{hv} d\nu, \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $r_h(\nu)$  为黑洞的视界半径. (2) 式形式上可改写为

$$ds^2 = \hat{g}_{00} d\nu^2 - 2d\nu dR - \hat{g}_{22} d\theta^2 - \hat{g}_{33} d\phi^2, \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} \hat{g}_{00} &= \left(1 - \frac{2m}{r} - 2r_{hv} e^{2\Phi}\right) e^{-2\Phi}, \\ \hat{g}_{22} &= r^2 e^{2\Phi}, \\ \hat{g}_{33} &= r^2 \sin^2\theta e^{2\Phi}. \end{aligned} \quad (6)$$

变换后黑洞的无限红移面与事件视界重合,  $\hat{g}_{00} = 0$  即为黑洞的视界方程, 容易得到黑洞事件视界方程

$$r_h = \frac{2m}{1 - 2r_{hv} e^{2\Phi}}, \quad (7)$$

式中  $\Phi = \Phi(\nu, r_h)$ .

## 3. 动态 Dilaton-Maxwell 黑洞的瞬时辐射流量

由于动态 Dilaton-Maxwell 黑洞的时空是动态

的, 时空不再具有整体的热平衡, 文献 27 采用薄膜 brick-wall 模型, 在小质量近似的情况下, 分别计算出视界面上 Dirac 粒子对应波函数的四个分量的熵. 在适当选取截断因子后, 得到了系统的总熵

$$S = 4S_1 = \frac{28\pi^3}{45} \cdot \frac{r_h^4 e^{2\Phi} \delta}{\eta^2 (e^{-2\Phi} - 2r_{hv})^2} \cdot \frac{1}{\beta^3}, \quad (8)$$

式中  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ,  $k_B$  为玻尔兹曼常数,  $T$  为黑洞的事件视界温度,  $\epsilon < \eta < \epsilon + \delta$ ,  $\delta$  为薄膜的厚度,  $\epsilon$  为薄膜到黑洞事件视界的距离. 考虑到黑洞时空的球对称性. 且  $\epsilon$  和  $\delta$  都远小于  $r_h$ , 故取薄膜体积  $V = 4\pi r_h^2 \delta$ , 则黑洞视界附近熵的体密度为

$$s = \frac{7\pi^2 k_B^3}{45} \cdot \frac{r_h^2 e^{2\Phi}}{\eta^2 (e^{-2\Phi} - 2r_{hv})^2} T^3. \quad (9)$$

由于  $M_s$  为黑洞处于整体热力学平衡时对应的辐射流量, 为求  $M_s$ , 考虑动态 Dilaton-Maxwell 黑洞当其质量和电荷趋于常数,  $r_{hv}$  趋于零时, 黑洞将趋于整体热平衡状态, 取动态 Dilaton-Maxwell 黑洞趋于整体热平衡状态时的时空背景为静态 Dilaton-Maxwell 黑洞, 对应的时空线元为

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) e^{-2\Phi} dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} e^{2\Phi} dr^2 - r^2 e^{2\Phi} (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (10)$$

式中  $m$  为黑洞的质量, 而  $\Phi = \frac{Q^2}{4rm}$ ,  $Q$  为黑洞的电荷.  $m$  和  $Q$  均不随时间变化. 令

$$\hat{g}'_{00} = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) e^{-2\Phi} = \mathcal{F}(r) \chi(r - r_h). \quad (11)$$

则  $\hat{g}'_{00} = 0$  即为静态 Dilaton-Maxwell 黑洞的视界方程. 由 (11) 式可得

$$\begin{aligned} f_h &= \mathcal{F}(r_h) = \left. \frac{\partial \hat{g}'_{00}}{\partial r} \right|_{r=r_h} \\ &= \left[ \frac{2m}{r_h^2} + \frac{Q^2}{2mr_h^2} \left(1 - \frac{2m}{r_h}\right) \right] e^{-2\Phi}. \end{aligned} \quad (12)$$

文献 19 给出了静态球对称黑洞 Dirac 场的辐射流量为

$$M_s^{(D)} = \frac{21\pi^2 c k_B^3}{90\epsilon(\epsilon + \delta) f_h^2} T^4, \quad (13)$$

式中  $c$  为光速. 将 (9) (13) (12) 式代入 (1) 式可得动态 Dilaton-Maxwell 黑洞 Dirac 场的瞬时辐射流量

$$M_k^{(D)} = \frac{7\pi^2 k_B^3}{45e^{-4\Phi}} \left\{ \frac{3c}{2\epsilon(\epsilon + \delta) \left[ \frac{2m}{r_h^2} + \frac{Q^2}{2mr_h^2} \left(1 - \frac{2m}{r_h}\right) \right]^2} \right\}^2$$

$$-\frac{\alpha r_{\text{lv}} r_{\text{h}}^2 e^{2\Phi}}{\eta^2 (1 - 2r_{\text{lv}} e^{2\Phi})^2} \} T^4. \quad (14)$$

调节截断参数使  $\epsilon(\epsilon + \delta) = \eta^2$ , 则(14)式可变为

$$M_{\text{k}}^{(\text{D})} = \frac{7\pi^2 k_{\text{B}}^3}{45\eta^2 e^{-4\Phi}} \left[ \frac{3c}{2 \left[ \frac{2m}{r_{\text{h}}^2} + \frac{Q^2}{2mr_{\text{h}}^2} \left( 1 - \frac{2m}{r_{\text{h}}} \right) \right]^2} - \frac{\alpha r_{\text{lv}} r_{\text{h}}^2 e^{2\Phi}}{(1 - 2r_{\text{lv}} e^{2\Phi})^2} \right] T^4. \quad (15)$$

令

$$\alpha(\nu) = \frac{7\pi^2 k_{\text{B}}^3}{45\eta^2 e^{-4\Phi}} \left[ \frac{3c}{2 \left[ \frac{2m}{r_{\text{h}}^2} + \frac{Q^2}{2mr_{\text{h}}^2} \left( 1 - \frac{2m}{r_{\text{h}}} \right) \right]^2} - \frac{\alpha r_{\text{lv}} r_{\text{h}}^2 e^{2\Phi}}{(1 - 2r_{\text{lv}} e^{2\Phi})^2} \right]. \quad (16)$$

则(15)式变为

$$M_{\text{k}}^{(\text{D})} = \alpha(\nu) T^4. \quad (17)$$

由(16)式不难看出,当  $\eta$  取定后,则  $\alpha(\nu)$  随 Eddington 时间  $\nu$  而变化.对于给定的任一时刻  $\nu_0$ ,  $\alpha(\nu_0)$  为一确定值.可见动态 Dilaton-Maxwell 黑洞任一时刻的瞬时辐射流量总是正比于该时刻黑洞视界温度的四次方.这一结论与平直时空中黑体辐射的 Stefan-Boltzmann 定律类似.(17)式可称为动态 Dilaton-Maxwell 黑洞 Dirac 场的广义 Stefan-Boltzmann 定律.(16)式为对应的广义 Stefan-Boltzmann 动比例系数.与平直时空中黑体辐射的 Stefan-Boltzmann 定律相比,  $\sigma$  不再是一个恒量,而是一个与黑洞视界的变化率、黑洞视界面附近的时空度规及黑洞的吸收与辐射系数有关的动比例系数.可见弯曲时空中的热辐射不同于平直时空中的热辐射,黑洞周围的引力场将会影响黑洞的热辐射.

文献 9 得到了当取相同截断因子时,静态球对称黑洞 Dirac 场的统计熵为标量场统计熵的 7/2 倍,文献 27 得到了当取相同截断因子时,动态 Dilaton-Maxwell 黑洞的 Dirac 场的熵为标量场熵的 7/2 倍.根据(15)式可得动态 Dilaton-Maxwell 黑洞标量场的瞬时辐射流量

$$M_{\text{k}}^{(\text{B})} = \frac{\pi^2 k_{\text{B}}^3}{90\eta^2 e^{-4\Phi}} \left[ \frac{3c}{2 \left[ \frac{2m}{r_{\text{h}}^2} + \frac{Q^2}{2mr_{\text{h}}^2} \left( 1 - \frac{2m}{r_{\text{h}}} \right) \right]^2} - \frac{\alpha r_{\text{lv}} r_{\text{h}}^2 e^{2\Phi}}{(1 - 2r_{\text{lv}} e^{2\Phi})^2} \right] T^4. \quad (18)$$

(18)式可称为动态 Dilaton-Maxwell 黑洞标量场的广义 Stefan-Boltzmann 定律,对应的广义 Stefan-Boltzmann 动比例系数为

$$\sigma = \frac{\pi^2 k_{\text{B}}^3}{90\eta^2 e^{-4\Phi}} \left[ \frac{3c}{2 \left[ \frac{2m}{r_{\text{h}}^2} + \frac{Q^2}{2mr_{\text{h}}^2} \left( 1 - \frac{2m}{r_{\text{h}}} \right) \right]^2} - \frac{\alpha r_{\text{lv}} r_{\text{h}}^2 e^{2\Phi}}{(1 - 2r_{\text{lv}} e^{2\Phi})^2} \right]. \quad (19)$$

可见,黑洞辐射自旋量子数不同的粒子时,对应的辐射规律略有不同.

## 4. 讨 论

考虑 Vaidya 黑洞的视界半径  $r_{\text{h}} = \frac{2m}{1 - 2r_{\text{lv}}}$ , 令

$\Phi = 0$ , 由(15)式可得 Vaidya 黑洞 Dirac 场的瞬时辐射流量

$$M_{\text{k}}^{(\text{D})} = \frac{7\pi^2 k_{\text{B}}^3 r_{\text{h}}^2}{45\eta^2 (1 - 2r_{\text{lv}})^2} \left( \frac{3c}{2} - \alpha r_{\text{lv}} \right) T^4. \quad (20)$$

(20)式可称为 Vaidya 黑洞 Dirac 场的广义 Stefan-Boltzmann 定律.对应的广义 Stefan-Boltzmann 动比例系数为

$$\alpha(\nu) = \frac{7\pi^2 k_{\text{B}}^3 r_{\text{h}}^2}{45\eta^2 (1 - 2r_{\text{lv}})^2} \left( \frac{3c}{2} - \alpha r_{\text{lv}} \right). \quad (21)$$

由(21)式可见,通常情况下黑洞的视界变化率  $r_{\text{lv}}$  对黑洞的热辐射影响很小.考虑 Schwarzschild 黑洞的视界半径  $r_{\text{h}} = 2m$ , 令  $r_{\text{lv}} = \Phi = 0$ , 由(15)式可得 Schwarzschild 黑洞 Dirac 场的辐射流量

$$M_{\text{s}}^{(\text{D})} = \frac{14\pi^2 c k_{\text{B}}^3 m^2}{15\eta^2} T^4. \quad (22)$$

(22)式可称为 Schwarzschild 黑洞 Dirac 场的广义 Stefan-Boltzmann 定律.对应的广义 Stefan-Boltzmann 系数为

$$\sigma = \frac{14\pi^2 c k_{\text{B}}^3 m^2}{15\eta^2}. \quad (23)$$

将(23)式恢复到普通单位制时应为

$$\sigma = \frac{14\pi^2 m^2 l_{\text{p}}^2}{15m_{\text{p}}^2 \eta^2} \sigma_{\text{p}}. \quad (24)$$

为了估算  $\sigma$  值,由量纲分析不难验证

$$l_{\text{p}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.61 \times 10^{-35} \text{ m} \quad (25)$$

$$m_{\text{p}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.18 \times 10^{-8} \text{ kg}, \quad (26)$$

$$\sigma_{\text{p}} = \frac{k_{\text{B}}^4}{\hbar^3 c^2} = 3.43 \times 10^{-7} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}, \quad (27)$$

式中  $l_{\text{p}}$ ,  $m_{\text{p}}$ ,  $\sigma_{\text{p}}$  分别称为 Planck 长度, Planck 质量, Planck 广义 Stefan-Boltzmann 系数,  $\hbar$ ,  $G$ ,  $c$ ,  $k_{\text{B}}$  分别

为 Planck 常数, 万有引力常数, 真空中的光速, Boltzmann 常数. 由文献[29]知, 当  $\frac{\delta}{\eta^2} = 90\beta_H$  时, Schwarzschild 黑洞的熵正好是其视界面积的四分之一. 因  $\varepsilon < \eta < (\varepsilon + \delta)$  取  $\varepsilon = \delta$  则  $\frac{\delta}{\eta^2}$  与  $\frac{1}{\delta}$  的数量级相同, 所以  $\eta \sim \frac{1}{90\beta_H}$ , 式中  $\beta_H = 8\pi m$ . 为了估算  $\eta$  作为固有量时的数量级, 由 Schwarzschild 黑洞的时空线元可得

$$\Delta s^2 = \left(1 - \frac{2m}{r_H + \eta}\right)^{-1} \Delta r^2 = \frac{r_H}{\eta} \eta^2 = r_H \eta,$$

$$\Delta s = \sqrt{r_H \eta} = \sqrt{\frac{2m}{720\pi m}} = \sqrt{\frac{l_p^2}{360\pi}}$$

$$= 4.79 \times 10^{-37} \text{ m}. \quad (28)$$

值得注意的是固有厚度不仅比 Planck 尺度还小, 而且是一个与黑洞质量无关的常数. 这与 't Hooft 的固定厚度(作为固有量)相一致<sup>[3]</sup>. 因此, 此厚度仅是视界的性质, 而且是所有 Schwarzschild 黑洞视界均具有的性质. 但是, 从弯曲时空量子场论的角度看, 此厚度是没有意义的, 它只能说明视界附近真空震荡得非常厉害. 为估算  $\sigma$  值, 取  $m$  为一个太阳质量, 即令  $m = 1.98 \times 10^{30} \text{ kg}$ , 将  $l_p, m_p, \sigma_p$  和  $\eta$  代入(24)式得

$$\sigma = 2.95 \times 10^{73} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}. \quad (29)$$

与平直时空中黑体辐射的 Stefan-Boltzmann 系数( $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ )相比, 黑洞视界附近热辐射的  $\sigma$  值远远大于平直时空中黑体辐射的  $\sigma$  值,

并随黑洞的质量增大而增大, 随截断的固有距离的增大而减小. 其原因在于黑洞的热辐射不同于平直时空黑体的热辐射, 黑洞的 Hawking 辐射与黑洞视界附近的真空振荡有关. 黑洞的质量越大, 视界附近的真空振荡越厉害, 而截断的固有距离越大, 视界附近的真空振荡越不显著. 对于一个质量为太阳质量的 Schwarzschild 黑洞, 当  $\eta \approx 34.5 \text{ m}$  时, 黑洞热辐射的  $\sigma$  值与平直时空中黑体辐射的  $\sigma$  值相同.

计算结果表明, 对于球对称动态黑洞, 任一时刻黑洞的瞬时辐射流量总是正比于该时刻黑洞事件视界温度的四次方, 即黑洞的热辐射总是满足广义 Stefan-Boltzmann 定律. 由(16)(19)(21)(23)式不难看出, 对于不同的黑洞, 其参量不同, 导出的广义 Stefan-Boltzmann 系数也不同, 而且黑洞的参量对  $\sigma$  值的影响很大. 对极端 Reissner-Nordström 黑洞, 其广义 Stefan-Boltzmann 系数  $\sigma$  将趋于无穷大<sup>[19]</sup>. 对于动态黑洞, 当黑洞参量变化时,  $\sigma$  值也跟着变化, 这进一步证明弯曲时空中黑洞的热辐射不同于平直时空中黑体的热辐射, 黑洞周围的强引力场将对黑洞的热辐射产生很大影响, 揭示了黑洞周围的引力场与其热辐射之间存在着必然的内在联系. 当  $r_{\text{hw}} = 0$  时, 动态黑洞的瞬时辐射流量自然过渡到静态或稳态黑洞的辐射流量, 这与已知理论是自洽的. 由于  $\eta$  与  $\varepsilon$  和  $\delta$  有关, 可见薄层 brick-wall 模型虽给出了更多的黑洞热性质, 但紫外截断仍不能避免. 本文给出了一种研究黑洞热辐射的新方法.

- [1] Hawking S W 1974 *Nature* **248** 30
- [2] Hawking S W 1975 *Commun. Math. Phys.* **43** 199
- [3] 't Hooft G 1985 *Nucl. Phys. B* **256** 727
- [4] Solodukhin S N 1995 *Phys. Rev. D* **51** 609
- [5] Zhao R, Zhang L C 2001 *Nucl. Phys. B* **609** 247
- [6] Li X, Zhao Z 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 463
- [7] Liu W B, Zhao Z 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 310
- [8] He H, Zhao Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2661 (in Chinese) [贺晗, 赵 峥 2002 物理学报 **51** 2661]
- [9] Li C A, Meng Q M, Su J Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1897 (in Chinese) [李传安, 孟庆苗, 苏九清 2002 物理学报 **51** 1897]
- [10] Zhang J Y, Zhao Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2399 (in Chinese) [张靖仪, 赵 峥 2002 物理学报 **51** 2399]
- [11] Meng Q M, Su J Q, Li C A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1822 (in Chinese) [孟庆苗, 苏九清, 李传安 2003 物理学报 **52** 1822]
- [12] Zhu B, Yao G Z, Zhao Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2656 (in Chinese) [朱斌, 姚国政, 赵 峥 2002 物理学报 **51** 2656]
- [13] Gibbons G W, Hawking S W 1977 *Phys. Rev. D* **15** 2752
- [14] Jiang Q Q, Yang S Z, Wu S Q 2006 *Chin. Phys. Lett.* **15** 2523
- [15] Zhang J Y, Zhao Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3796 (in Chinese) [张靖仪, 赵 峥 2006 物理学报 **55** 3796]
- [16] He T M, Fan J H, Wang Y J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2321
- [17] Meng Q M, Su J Q, Jiang J J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3723 (in Chinese) [孟庆苗, 苏九清, 蒋继建 2007 物理学报 **56** 3723]
- [18] Yao Q J 2002 *A Course in Optics* (Beijing: Higher Education Press) P415 (in Chinese) [姚启钧 2002 光学教程(北京: 高等教育出版社) 第 415 页]
- [19] Meng Q M 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2102 (in Chinese) [孟庆苗 2003 物理学报 **52** 2102]
- [20] Meng Q M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 471 (in Chinese) [孟庆苗 2005 物理学报 **54** 471]

- [ 21 ] Meng Q M , Su J Q , Jiang J J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5077 ( in Chinese ) [ 孟庆苗、苏九清、蒋继建 2007 物理学报 **56** 5077 ]
- [ 22 ] Meng Q M , Jiang J J 2008 *Sic. China G* **38** 171 ( in Chinese ) [ 孟庆苗、蒋继建 2008 中国科学 G **38** 171 ]
- [ 23 ] Meng Q M , Wang S , Jiang J J , Deng D L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2811
- [ 24 ] Turyshev S G 1995 *G. R. G.* **23** 981
- [ 25 ] Luo X L , Wang Y J 1997 *Science Bulletin* **42** 599 ( in Chinese ) [ 罗新炼、王永久 1997 科学通报 **42** 599 ]
- [ 26 ] Shen Y G 1998 *Annals of Shanghai Observatory Academia Sinica* **19** 82 ( in Chinese ) [ 沈有根 1998 中国科学院上海天文台年刊 **19** 82 ]
- [ 27 ] Song T P , Hou C X , Zhao Z 2006 *Journal of Beijing Normal University( Natural Science )* **42** 256 ( in Chinese ) [ 宋太平、侯晨霞、赵 峥 2006 北京师范大学学报(自然科学版) **42** 256 ]
- [ 28 ] Li Z H , Zhao Z 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 1273 ( in Chinese ) [ 黎忠恒、赵 峥 1997 物理学报 **46** 1273 ]
- [ 29 ] Gao C J , Zhao Z 2000 *Journal of Beijing Normal University( Natural Science )* **36** 332 ( in Chinese ) [ 高长军、赵 峥 2000 北京师范大学学报(自然科学版) **36** 332 ]

## The generalized Stefan-Boltzmann 's law of Dilaton-Maxwell non-stationary black hole \*

Meng Qing-Miao<sup>†</sup> Jiang Ji-Jian Liu Jing-Lun Deng De-Li

( Department of Physics , Heze University , Heze 274015 , China )

( Received 21 May 2007 ; revised manuscript received 7 July 2008 )

### Abstract

Using entropy density near event horizon of the non-stationary Dilaton-Maxwell black hole , the instantaneous emission flux is calculated , and we come to a conclusion that the instantaneous emission flux of black hole in any direction at any time is always proportionate to the quartic power of temperature of the event horizon of black hole in that direction. It is found that the coefficient of generalized Stefan-Boltzmann is no longer a constant , but a dynamic proportional coefficient related to the rate of change of event horizon , the structure of space-time near event horizon and the radiation absorption coefficient of black hole. It shows that an inner relation between the gravitational field around black hole and its thermal radiation must exist.

**Keywords** : entropy density , thin film model , instantaneous emission flux , coefficient of generalized Stefan-Boltzmann

**PACC** : 0420 , 9760L

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10773002 ) and by the Technology Planning Project of Education Bureau of Shandong Province , China ( Grant No. J07WJ49 ).

<sup>†</sup> E-mail : mengqingmiao@Yahoo. com. cn