

# 基于 expectation maximization 算法的 Mamdani-Larsen 模糊系统及其在时间序列预测中的应用 \*

张钦礼<sup>1,2</sup> † 王士同<sup>1</sup> †

1 (江南大学信息工程学院, 无锡 214122)

2 (北华航天工业学院, 廊坊 065000)

(2008 年 4 月 7 日收到 2008 年 7 月 8 日收到修改稿)

Epanechnikov 混合模型和 Mamdani-Larsen 模糊系统之间的对应关系被建立, 任何一个 Epanechnikov 混合模型都唯一对应着一个 Mamdani-Larsen 模糊系统, 在一定条件下, Epanechnikov 混合模型的条件均值和 Mamdani-Larsen 模糊模型的输出是等价的。一个设计模糊系统的新方法被提出, 即利用 expectation maximization 算法设计模糊系统。将设计的模糊系统应用于时间序列预测, 仿真结果表明, 利用 EM 算法设计的模糊系统比其他模糊系统精度更高, 抗噪性更强。

**关键词:** expectation maximization(EM) 算法, Mamdani-Larsen 模糊系统, Epanechnikov 混合模型, 混沌时间序列

**PACC:** 0545

## 1. 引 言

Mamdani-Larsen 模糊系统是一类基于语言规则的模糊系统。这类系统具备通用逼近器的性质, 而且它们的模糊规则结构简明, 具有突出的承载语言信息的能力, 因而在决策支持、过程控制和预测等领域具有重要的应用价值。近年来, 在基于样本数据自动建立和优化模糊系统的形式化理论研究领域中, Mamdani-Larsen 模糊系统<sup>[1-4]</sup>已经成为研究的重要对象之一。

研究模糊系统重要的是研究其参数的学习算法。在过去的 20 年里, 人们提出了大量模糊系统参数的学习算法。其中比较传统成熟的方法有反向传播算法<sup>[5]</sup>、Simplex 算法<sup>[6]</sup>、最小方差算法<sup>[7]</sup>、自适应学习算法<sup>[8]</sup>和扩展卡尔曼滤波器算法<sup>[9]</sup>, 这些算法本质上都属于基于梯度的局部搜索算法, 都需要相对平滑的搜索空间和可导的目标函数。即使在导数的梯度信息存在的情况下, 这些算法在存在多个局部最优解的情况下, 也经常会陷入局部最优。这些算法适用于特定的目标函数、特定类型的模糊推理

和特定的成员函数的情况<sup>[9]</sup>。

近年来, 人们又提出了许多新颖的跟导数无关的模糊系统参数的学习算法, 如聚类算法<sup>[10]</sup>、神经网络<sup>[14, 11]</sup>、遗传算法<sup>[12-14]</sup>、胞映射<sup>[15]</sup>、模糊等价配给<sup>[16]</sup>、诱导学习算法<sup>[17]</sup>等。这些算法的优点是不需要目标函数必须可导, 因而可以应用的目标函数的范围较广。基于神经网络的模糊系统学习算法在一定程度上受到神经元网络本身特点的制约, 如网络复杂性增加、学习速度慢、有时很难获得全局最优解。基于遗传算法的模糊系统, 虽具有在复杂空间中的全局搜索能力, 但会“过早成熟”和收敛速度较慢<sup>[8]</sup>。徐海等人<sup>[18]</sup>应用粒子群算法和改进的粒子群算法来优化模糊系统, 以便提取模糊规则和优化隶属度函数参数。粒子群算法的优点是收敛速度快, 但也存在着算法精度较低、易发散等缺点。李丽香等人<sup>[19]</sup>利用蚁群算法设计模糊系统。蚁群算法具有较好的鲁棒性、并行分布式计算及易于与其他启发式方法结合等优点, 但缺点也很明显, 如算法收敛速度慢, 容易发生停滞, 易于陷入局部最优解等。

本文提出了一种全新的设计模糊系统的方法, 就是利用概率统计理论设计模糊系统。本文的重要

\* 国家自然科学基金(批准号: 60773206/F020106, 60704047/F030304) 和国家高技术研究发展计划(863)项目(批准号: 2007AA1Z158, 2006AA10Z313)资助的课题。

† E-mail: zhangql1972@yahoo.com.cn

意义在于提供了一个研究模糊系统的新角度,即可从概率的角度研究模糊系统。我们证明了任何一个 Epanechnikov 混合模型都唯一对应着一个 Mamdani-Larsen 模糊系统, Epanechnikov 混合模型的条件均值和 Mamdani-Larsen 模糊系统的去模糊化输出是等价的。所以可通过训练 Epanechnikov 混合模型来达到训练模糊系统的目的。通过训练 Epanechnikov 混合模型来确定模糊系统具有三个优点 第一,很容易确定了模糊系统的结构和规则,并且确定的规则和结构非常简练,从而加快了计算速度;第二,所有的概率密度估计理论都可用来估计模糊系统的参数,如 EM 算法,不用局限于效果不甚理想的模糊 C 均值方法(FCM)<sup>[20]</sup>,估计参数的方法更为多样化;第三,由于 Epanechnikov 核概率密度函数具有紧支集,所以估计的参数更为合理有效,能抓住数据的特征和细微差别。数值实验结果表明用 Epanechnikov 混合模型估计参数的模糊系统比用其他方法训练的模糊系统的精度更高,抗噪性更强。

## 2. Mamdani-Larsen 模糊模型( Mamdani-Larsen Fuzzy Model ,MLFM )

Mamdani-Larsen 模型由 Mamdani 等人提出<sup>[21 22]</sup>,其一般形式为

$R^l$ :如果  $x_1$  是  $A_1^l$ ,  $x_2$  是  $A_2^l$ , ...,  $x_n$  是  $A_n^l$ , 则  $y$  是  $B^l(c_l, v_l)$  ( $l = 1, 2, \dots, M$ ).

其中  $R^l$  为第  $l$  条规则,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为前件变量,  $A_j^l$  为模糊集,  $\mu_j^l(x_j)$  为其隶属度函数 ( $j = 1, 2, \dots, n$ );  $B^l(c_l, v_l)$  为规则的后件, 是一个模糊集, 其质心为  $c_l$ , 模糊度为  $v_l$  ( $l = 1, 2, \dots, M$ ),  $M$  为模型中的规则数。

当输入  $x$  时, 第  $l$  条规则的相关程度为

$$u_l(x) = \mu_1^l(x_1) \cdot \mu_2^l(x_2) \dots \mu_n^l(x_n).$$

模型的去模糊化输出为<sup>[3]</sup>

$$y_o = \sum_{l=1}^M \frac{u_l(x) \cdot v_l}{\sum_{l'=1}^M u_{l'}(x) \cdot v_{l'}} \cdot b_l. \quad (1)$$

## 3. Epanechnikov 混合模型( Epanechnikov Mixture Model ,EMM )

Epanechnikov 混合模型是一种统计混合分布, 其混合概率密度函数如下<sup>[23]</sup>:

$$p(x; c, \mu, \sigma) = \sum_{k=1}^K c_k p_{nk}(x; \mu_{kx}, \sigma_{kx}), \quad (2)$$

其中,  $c_k$  为混合参数, 表示各混合成分的先验概率, 且  $0 < c_k < 1$ ,  $c = (c_1, c_2, \dots, c_K)^T$ ,  $\sum_{k=1}^K c_k = 1$ ;  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ;  $\sigma = (\sigma_{1x}, \sigma_{2x}, \dots, \sigma_{Kx})^T$ ,  $\mu = (\mu_{1x}, \mu_{2x}, \dots, \mu_{Kx})^T$ ;  $\sigma_{kx} = (\sigma_{k1}, \sigma_{k2}, \dots, \sigma_{kn})^T$  为方差向量,  $\mu_{kx} = (\mu_{k1}, \mu_{k2}, \dots, \mu_{kn})^T$  为均值向量。

$$\text{当 } \left| \frac{x_1 - \mu_{k1}}{\sigma_{k1}} \right| \leq \sqrt{5}, \dots, \left| \frac{x_n - \mu_{kn}}{\sigma_{kn}} \right| \leq \sqrt{5} \text{ 时,}$$

$$\begin{aligned} p_{nk}(x; \mu_{kx}, \sigma_{kx}) &= \frac{3}{20\sqrt{5}\sigma_{k1}} \left[ 5 - \frac{(x_1 - \mu_{k1})^2}{\sigma_{k1}^2} \right] \frac{3}{20\sqrt{5}\sigma_{k2}} \\ &\quad \times \left[ 5 - \frac{(x_2 - \mu_{k2})^2}{\sigma_{k2}^2} \right] \dots \frac{3}{20\sqrt{5}\sigma_{kn}} \\ &\quad \times \left[ 5 - \frac{(x_n - \mu_{kn})^2}{\sigma_{kn}^2} \right] \\ &= \left( \frac{3}{20\sqrt{5}} \right)^n \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{ki}} \left[ 5 - \frac{(x_i - \mu_{ki})^2}{\sigma_{ki}^2} \right]; \end{aligned}$$

其他情况下,  $p_{nk}(x; \mu_{kx}, \sigma_{kx}) = 0$ . 即  $p_{nk}(x; \mu_k, \sigma_{kx})$  是  $n$  个一维 Epanechnikov 核概率密度函数的乘积。

## 4. 多输入单输出的 MLFM 和多维 EMM 的关系

所有的系统都可归结为多输入单输出的系统。因为单输入单输出系统是它的特例, 任何多输入多输出系统都可归结为几个多输入单输出的系统, 所以只需研究多输入单输出的系统。

令输入为  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ , 输出为  $y$ , 则有  $K$  个组件的  $n+1$  维 EMM 为

$$p(x, y) = \sum_{k=1}^K c_k p_{(n+1)k} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \mu_{kx} \\ \mu_{ky} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{kx} \\ \sigma_{ky} \end{bmatrix} \right), \quad (3)$$

其中, 当  $\left| \frac{x_1 - \mu_{k1}}{\sigma_{k1}} \right| \leq \sqrt{5}, \left| \frac{x_2 - \mu_{k2}}{\sigma_{k2}} \right| \leq \sqrt{5}, \dots, \left| \frac{x_n - \mu_{kn}}{\sigma_{kn}} \right| \leq \sqrt{5}$  且  $\left| \frac{y - \mu_{ky}}{\sigma_{ky}} \right| \leq \sqrt{5}$  时,

$$\begin{aligned} p_{(n+1)k} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \mu_{kx} \\ \mu_{ky} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{kx} \\ \sigma_{ky} \end{bmatrix} \right) &= \left( \frac{3}{20\sqrt{5}} \right)^{n+1} \left\{ \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{ki}} \left[ 5 - \frac{(x_i - \mu_{ki})^2}{\sigma_{ki}^2} \right] \right\} \\ &\quad \times \frac{1}{\sigma_{ky}} \left[ 5 - \frac{(y - \mu_{ky})^2}{\sigma_{ky}^2} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{其他情况下, } p_{(n+1)k} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \mu_{kx} \\ \mu_{ky} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{kx} \\ \sigma_{ky} \end{bmatrix} \right) = 0.$$

利用以上的  $p(x, y)$  可求得  $y$  对  $x$  的条件数学期望  $y_E$ , 即

$$\begin{aligned} y_E &= E[y | x] = \int_{-\infty}^{+\infty} y p(x, y) dy \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} y p(x, y) dy}{p(x)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} y p(x, y) dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y) dy}. \quad (5) \end{aligned}$$

$$\text{下求 } p_{(n+1)k} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \mu_{kx} \\ \mu_{ky} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{kx} \\ \sigma_{ky} \end{bmatrix} \right) \text{ 关于 } x \text{ 的边缘概率密度函数. 显然}$$

$$\begin{aligned} p_{nk}(x) &= \int_R p_{(n+1)k} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \mu_{kx} \\ \mu_{ky} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{kx} \\ \sigma_{ky} \end{bmatrix} \right) dy \\ &= \frac{3}{20\sqrt{5}\sigma_{k1}} \left[ 5 - \frac{(x_1 - \mu_{k1})^2}{\sigma_{k1}^2} \right] \cdot \frac{3}{20\sqrt{5}\sigma_{k2}} \\ &\quad \times \left[ 5 - \frac{(x_2 - \mu_{k2})^2}{\sigma_{k2}^2} \right] \cdots \frac{3}{20\sqrt{5}\sigma_{kn}} \\ &\quad \times \left[ 5 - \frac{(x_n - \mu_{kn})^2}{\sigma_{kn}^2} \right] \\ &= E_{k1}(x_1; \mu_{k1}, \sigma_{k1}^2) \cdot E_{k2}(x_2; \mu_{k2}, \sigma_{k2}^2) \cdots \\ &\quad \times E_{kn}(x_n; \mu_{kn}, \sigma_{kn}^2) \\ &= \prod_{i=1}^n E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2), \quad (6) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2) &= \begin{cases} \frac{3}{20\sqrt{5}\sigma_{ki}} \left[ 5 - \frac{(x_i - \mu_{ki})^2}{\sigma_{ki}^2} \right], & \left| \frac{x_i - \mu_{ki}}{\sigma_{ki}} \right| \leq \sqrt{5}, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{aligned}$$

为一维 Epanechnikov 核概率密度函数.

所以

$$\begin{aligned} p(x) &= \int_R p(x, y) dy = \sum_{k=1}^K c_k p_{nk}(x) \\ &= \sum_{k=1}^K c_k \prod_{i=1}^n E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2). \end{aligned}$$

下求

$$\int_R y p_{(n+1)k} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \mu_{kx} \\ \mu_{ky} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{kx} \\ \sigma_{ky} \end{bmatrix} \right) dy.$$

显然

$$\int_R y p_{(n+1)k} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \mu_{kx} \\ \mu_{ky} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{kx} \\ \sigma_{ky} \end{bmatrix} \right) dy$$

$$= \left[ \prod_{i=1}^n E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2) \right] \cdot \mu_{ky}.$$

所以

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y p(x, y) dy = \sum_{k=1}^K c_k \left[ \prod_{i=1}^n E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2) \right] \cdot \mu_{ky}.$$

于是(5)式变为

$$\begin{aligned} y_E &= E[y | x] = \int_{-\infty}^{+\infty} y p(y/x) dy = \frac{\int_R y p(x, y) dy}{p(x)} \\ &= \frac{\sum_{k=1}^K c_k \prod_{i=1}^n E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2) \cdot \mu_{ky}}{\sum_{k'=1}^K c_{k'} \prod_{i=1}^n E_{k'i}(x_i; \mu_{k'i}, \sigma_{k'i}^2)}. \quad (7) \end{aligned}$$

当  $x = (x_1, x_2, \dots, x_J)^T$  和  $y$  服从(3)式的混合分布时, 比较(1)式和(7)式, 可得出如下定理.

**定理 1** 如下列条件满足, 则(7)式和(1)式等价.

1)MLFM 的规则数等于 EMM 的组件数, 即

$$M = K (k = l = 1, 2, \dots, M);$$

2)EMM 的系数  $c_k$  等于 MLFM 相应规则的权值

$v_l$ , 即  $c_k = v_l$ ;

3)MLFM 规则后件的质心为  $\mu_{ky}$ , 即  $b_l = \mu_{ky}$ ;

4)MLFM 规则前件的隶属度函数  $u_l^i(x_i)$  是相应的  $E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2)$ , 即  $u_l^i(x_i) = E_{ki}(x_i; \mu_{ki}, \sigma_{ki}^2)$ ;

5)MLFM 的前件取乘法  $T$  范式算子.

## 5. 时间序列和动态系统的预测和识别

利用本文提出的基于 EM 算法的 Mandani-Larsen 模糊模型(EM-MLFM)分别对 Mackey-Glass 混沌时间序列<sup>[24-25]</sup>、煤气炉数据<sup>[26]</sup>进行预测和非线性动态系统<sup>[27]</sup>, 并与 MLFM 和 TSFM<sup>[28]</sup>(Takagi-Sugeno Fuzzy Model)的结果进行比较, 以验证该方法的可行性和有效性.

### 5.1. Mackey-Glass 混沌时间序列预测

Mackey-Glass 混沌时间序列是时间序列预测问题中的 benchmark 问题之一<sup>[24-25]</sup>. Mackey-Glass 时间序列的方程如下:

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{0.2s(t-\tau)}{1+s^{10}(t-\tau)} - 0.1s(t), \quad (8)$$

其中  $\tau \geq 17$ , 因为  $\tau \geq 17$  时, 方程表现出了混沌特征<sup>[25]</sup>. 可采用欧拉方法将(8)式离散. 令  $h = 1, \tau = 30, s(n) (n \leq 30)$  初值随机选取,  $s(n)$  为均匀分布的

加法性噪声,对  $x(k)$  和  $x(k) = s(k) + n(k)$  分别进行数值模拟实验.

数值实验步骤:

1) 产生训练数据集与检验数据集. 通过方程(8)产生 1000 个点:  $x(1001), x(1002), \dots, x(2000)$ , 并且加上均匀分布的噪声  $[-0.25, 0.25]$ , 用前 500 个点训练, 后 500 个点测试;

2) 利用 EM 算法确定 EMM 的参数, 从而确定 MLFM 的参数;

3) 采用如下均方根误差, 运行 50 次取平均值,

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{496} \sum_{k=1504}^{1999} [s(k+1) - y(k)]^2}.$$

EM-MLFM 所得测试结果如图 1(含噪).

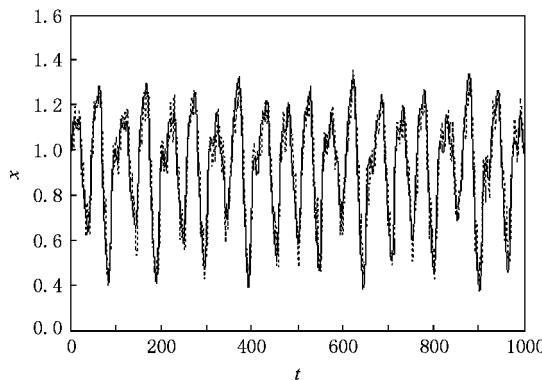


图 1 实际输出(实线)和模型输出(点线)

EM-MLFM, MLFM 和 TSM 的实验结果对比如表 1.

表 1 Mackey-Glass 时间序列预测结果比较

模糊系统	RMSE(无噪)	RMSE(有噪)
MLFM	0.0109	0.1272
TSFM	0.0081	0.1230
EM-MLFLS	0.0065	0.1031

## 5.2. 煤气炉控制

在过程辨识研究中, 煤气炉数据集是一个人们普遍使用的标准数据集<sup>[26]</sup>, 包括 296 个输入输出观测对  $(U(t), Y(t))$ . 其中  $U(t)$  是甲烷的馈入速度,  $Y(t)$  是输出煤气中二氧化碳的浓度. 本文采用如下输入和输出.

输入为

$$\begin{aligned} x &= (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T \\ &= (Y(t-1) - Y(t-2), Y(t-1), U(t) \\ &\quad - U(t-1), U(t))^T, \end{aligned}$$

输出为

$$y = Y(t).$$

选取前 250 个向量  $(Y(t-1) - Y(t-2), Y(t-1), U(t) - U(t-1), U(t), Y(t))$  用于训练, 其余用于测试. 分无噪和 5% 的 Gauss 噪声两种情况进行, 有噪情况运行 50 次取平均.

利用 EM 算法确定 EMM 中的权值、均值及方差. 采用误差<sup>[25]</sup>  $E = \frac{\sum_{n=1}^N e^2(n)}{N \cdot y_r^2}$ , 其中  $N$  表示涉及到的数据向量的总数;  $e(n)$  表示误差, 即实际输出和相应模型输出的差;  $y_r$  表示所有的实际输出中最大值和最小值的差.

EM-MLFM 所得测试结果如图 2(含噪).

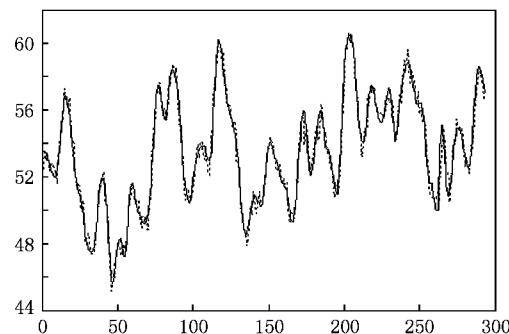


图 2 实际输出(实线)和模型输出(点线)

EM-MLFM, MLFM 和 TSM 的实验结果对比如表 2.

表 2 煤气炉数据的预测结果对比

模糊系统	误差 H(无噪)	误差 H(有噪)
MLFM	0.0041	0.0313
TSFM	0.0235	0.0220
EM-MLFLS	0.0032	0.0167

## 5.3. 非线性动态系统识别

考虑如下非线性动态系统<sup>[27]</sup>:

$$y(t+1) = \frac{y(t)y(t-1)y(t-2)x(t-1)(y(t-2)-1) + x(t)}{1 + y^2(t-1) + y^2(t-2)},$$

其中  $x(t)$  是均匀分布于区间  $[-2, 2]$  上的随机信号,且当  $t < 0$  时,  $x(t) = 0$ . 采用如下输入和输出:  $x = (y(t), y(t-1), y(t-2), x(t), x(t-1))$  和  $y_o = y(t+1)$ .

$y(t)$  随机选取 3 个初值,  $x(t)$  随机选取 201 个值, 将计算得到的 200 对  $(x, y_o)$  用于训练. 用以下信号产生 800 个点用于测试. 分有噪和无噪两种情况, 有噪情况加上 5% 的 Gaussian 白噪声, 运行 50 次取平均:

$$x_i(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{2\pi t}{250}\right), & t \leq 500, \\ 0.8\sin\left(\frac{2\pi t}{250}\right) + 0.2\sin\left(\frac{2\pi t}{25}\right), & t > 500. \end{cases}$$

EM-MLFM, MLFM 和 TSM 对非线性动态系统的识别结果如表 3.

表 3 对非线性动态系统的识别结果比较

模糊系统	RMS(无噪)	RMS(有噪)
MLFM	0.0415	0.0797
TSFM	0.0283	0.0741
EM-MLFLS	0.0221	0.0581

由 EMM-MLFM 所得识别结果如图 3(含噪).

由实验数据可以看出 EMM-MLFM 比 MLFM 和 TSM 有更高的精度和更好的鲁棒性. 我们认为本文方法取得较好性能的主要原因在于: 由于 Epanechnikov 核概率密度函数具有紧支集, 所以使用 EMM 确定参数的 MLFM 更为准确地抓住了系统的局部特性, 正是由于这种局部特性, 使得在学习过程中, 参数的更新不仅有利于减小当前样本的输出误差, 而且还最大限度地降低了对已学到的“知识”的干扰. 因此, 学习过程波动小, 抗噪能力强.

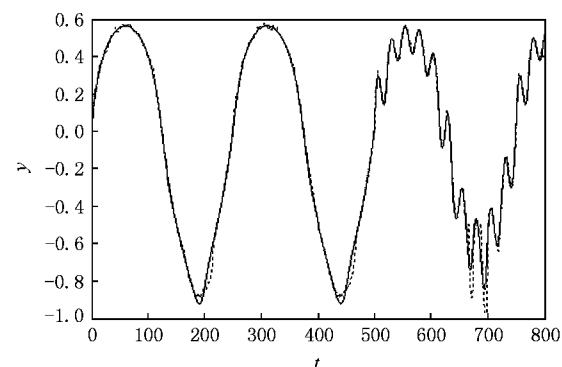


图 3 实际输出(实线)和模型输出(点线)

## 6. 结 论

首先, 我们建立了一个 EMM, 然后推导出了 EMM 和 MLFM 之间的关系, 即任何一个 EMM, 都会唯一地对应着一个 MLFM. 在一定的条件下, EMM 的条件期望输出和 MLFM 的输出是等价的. 于是, 我们可以从概率的角度解释模糊系统, 也可以用模糊系统来解释概率模型, 即在二者之间建立了一座桥梁. 概率系统有坚实的数学理论基础, 模糊系统有很好的解释性和抗噪性<sup>[5]</sup>, 这样, 我们就可以充分发挥二者的优势, 互为补充, 相得益彰.

利用 EM 算法训练 EMM 可确定模糊系统的结构及规则. 即 EMM 的组件数为模糊系统的规则数, EMM 的组件为模糊系统相应的规则. 由此得到一个设计模糊模型的新方法: 利用概率的方法设计模糊模型. 利用概率的方法训练的模糊模型参数更为贴近数据的实际情况, 因而提高了模糊模型的精度和抗噪性, 实验的结果验证了我们的结论.

- [1] Guillaumes G 2001 *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* **9** 426
- [2] Cao S G, Rees N W, Feng G 2001 *Fuzzy Sets and Systems* **123** 359
- [3] Cordon O, Herrera F, Zwirowicz I 2002 *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 10 2
- [4] Ishibuchi H 2001 *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* **9** 506
- [5] Wang L X, Mendel J M 1992 *IEEE International Conference on Fuzzy Systems* p 1409
- [6] Egusa Y, Akahori H, Morimura A, Wakami N 1995 *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* **3** 351
- [7] Wang L X, Mendel J M 1992 *IEEE Trans. on Neural Networks* **3** 807
- [8] Lin C K, Wang S D 1999 *Fuzzy Sets and Systems* **101** 343
- [9] Simon D 2002 *Fuzzy Sets and Systems* **132** 189
- [10] Chen J Q, Xi Y G, Zhang Z J 1998 *Fuzzy Sets and Systems* **98** 319
- [11] Figueiredo M, Gomide F 1999 *IEEE Trans. Neural Networks* **10** 815
- [12] Chen S M, Huang C M 2003 *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* **11** 495
- [13] Ishibuchi H, Murata T, Turksen I B 1997 *Fuzzy Sets and Systems* **89** 135
- [14] Cordon O, Herrera F, Villar P 2001 *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* **9** 667
- [15] Smith S, Comer D 1991 *IEEE Control Systems Magazine* **11** 18
- [16] Wu R, Chen S 1999 *IEEE Trans. on Systems Man Cybernet Part B* **29** 25
- [17] Castro J L, Zurita J M 1997 *Fuzzy Sets and Systems* **89** 193

- [ 18 ] Xu H 2000 *Computer Engineering and Applications* **7** 62 ( in Chinese )[ 徐 海 2000 计算机工程与应用 7 62 ]
- [ 19 ] Li L X , Peng H P , Yang Y X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 703 ( in Chinese )[ 李丽香、彭海朋、杨义先, 2008 物理学报 57 703 ]
- [ 20 ] Pal N R , Bezdek J C 1995 *IEEE Trans. Fuzzy Systems* **3** 370
- [ 21 ] Mamdani E H 1987 *IEEE Trans. Computers* **26** 1182
- [ 22 ] Larsen P M 1980 *International Journal of Man-Machine Studies* **12** 3
- [ 23 ] Kolliss G , Gunopulos D , Koudas N , Berchtold S 2003 *IEEE Trans. On Knowledge and Data Engineering* **15** 1170
- [ 24 ] Zhang J F , Hu S S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2708 ( in Chinese )
- [ 张军峰、胡寿松 2008 物理学报 57 2708 ]
- [ 25 ] Liu F C , Zhang Y L , Chen C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2784 ( in Chinese )[ 刘福才、张彦柳、陈 超 2008 物理学报 57 2784 ]
- [ 26 ] Farag W , Tawfik A 2000 *IASTED International Conference on Intelligent Systems and Control* p1
- [ 27 ] Wang S T , Chung F L , Shen H B , Hu D W 2005 *Applied soft computing* **5** 131
- [ 28 ] Takagi T , Sugeno M 1985 *IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics* **15** 116

## Mamdani-Larsen fuzzy system based on expectation maximization algorithm and its applications to time series prediction<sup>\*</sup>

Zhang Qin-Li<sup>1,2</sup>† Wang Shi-Tong<sup>1</sup>)

1) School of Information , Jiangnan University , Wuxi 214122 , China )

2) North China Institute of Aerospace Engineering , Langfang 065000 , China )

( Received 7 April 2008 ; revised manuscript received 8 July 2008 )

### Abstract

This work explores how Epanechnikov mixture model can be translated to Mamdani-Larsen fuzzy model. The mathematical equivalence between the conditional mean of an Epanechnikov mixture model and the defuzzified output of a Mamdani-Larsen fuzzy model is proved. The result provides a new perspective of studying the Mamdani-Larsen fuzzy model by interpreting a fuzzy system from a probabilistic viewpoint. Instead of estimating the parameters of the fuzzy rules directly, the parameters of an Epanechnikov mixture model can be firstly estimated using any popular density estimation algorithm, such as expectation maximization. Mamdani-Larsen fuzzy model trained in the new way has higher accuracy and stronger anti-noise capability. After comparing the simulation results with the ones obtained from other fuzzy system modeling tools, it can be claimed that the results are successful.

**Keywords :** expectation maximization algorithm , Mamdani-Larsen fuzzy system , Epanechnikov mixture models , chaotic time series

**PACC :** 0545

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 60773206/ F020106 , 60704047/F030304 ) and High Technology Research and Development Program of China ( Grant Nos. 2007 AA1Z158 2006AA10Z313 ).

† E-mail : zhangql1972@yahoo.com.cn.