

# 基于傅里叶变换模式的啁啾脉冲 频域—时域相移转换的研究<sup>\*</sup>

董 军<sup>†</sup> 彭翰生 魏晓峰 胡东霞 周 维 赵军普 张 颖 程文雍 刘兰琴

(中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 绵阳 621900)

(2008 年 1 月 18 日收到, 2008 年 6 月 11 日收到修改稿)

基于频谱干涉原理和傅里叶变换的模式对啁啾脉冲频域相移转换为脉冲瞬态时域相移的基本原理进行了理论研究, 推导出频域—时域相移转换过程中的相移误差传递公式, 给出啁啾脉冲时域相移的最小时间分辨受制于参考脉冲的频谱宽度. 对相移转换过程进行了数值模拟和分析, 结果显示, 通过该方法可以得到具有瞬态特性的时域相移, 且频域相移误差是以被缩小的形式转换到时域的, 与相移误差传递公式计算的结果具有较好的一致性.

关键词: 频谱干涉, 频域相移, 啁啾脉冲, 时域相移

PACC: 4280W, 4285F, 4230K

## 1. 引 言

随着超短脉冲技术的发展, 频域干涉测量技术 (frequency-domain interferometry, FDI) 在瞬态物理量的测量中得到了广泛的应用, 例如飞秒激光等离子体的时间演变<sup>[1]</sup>; 光纤自相位调制的测量<sup>[2]</sup>; 利用 SPIDER 法对超短脉冲脉宽以及频谱相位的测量<sup>[3,4]</sup>; 对高功率超短脉冲激光诱导产生的等离子体波 (尾场) 的测量<sup>[5-8]</sup>等. 但是在激光尾场测量中, 采用 FDI 技术是基于多脉冲序列对待测量的不同时刻进行的采样测量, 因此时间分辨率较低且不能实现实时测量, 为了达到实时测量的目的, 开发出了频域全息测量技术 (frequency-domain holography, FDH)<sup>[9]</sup>, 通过单束脉冲一次完成被测量的瞬态测量. 这种方法是将两个有相同时频特性和固定时间延迟的啁啾脉冲分别作为参考脉冲和探测脉冲, 当探测脉冲受扰动而产生相移后, 与参考脉冲在频谱面相遇后发生干涉, 从干涉图中提取频域相移信息, 进而得到探测脉冲的瞬态时域相移, 但是文中未对频域相移向时域转换过程中误差的传递进行分析.

本文对从啁啾脉冲对的频谱干涉图中提取频域相移并经傅里叶变换的方式将其转换为时域相移的

方法进行了理论分析, 推导出相移误差的传递公式. 通过数值模拟分析频域相移的提取和频域—时域相移转换的过程以及影响时域相移测量精度的因素.

## 2. 啁啾脉冲频域—时域相移转换的理论分析

考虑一束高斯脉冲, 经分束后, 成为两束时频特性相同且同轴传输的具有相对时间延迟  $\tau$  的高斯脉冲对, 分别作为参考脉冲  $E_r(t)$  和探测脉冲  $E_{pr}(t)$ . 假设探测脉冲经历了一个微小的扰动  $\epsilon(t)$ , 其扰动相位为  $\Delta\Phi(t)$ , 因此探测脉冲变为  $E'_{pr}(t) = E_{pr}(t)\epsilon(t)$ , 当扰动相位满足  $-\frac{\pi}{2} < \Delta\Phi(t) < \frac{\pi}{2}$  的条件时, 可以得到

$$\Delta\Phi(t) = \arctan\left[\frac{\text{Im}E'_{pr}(t)}{\text{Re}E'_{pr}(t)}\right] - \arctan\left[\frac{\text{Im}E_{pr}(t)}{\text{Re}E_{pr}(t)}\right], \quad (1)$$

$$|\epsilon(t)|^2 = \left|\frac{E'_{pr}(t)}{E_{pr}(t)}\right|^2. \quad (2)$$

在实际测量应用中, 当外界扰动为微扰时, (1) 式成立的条件是可以满足的.

以参考脉冲为时间基准,  $E_{pr}(t - \tau) = E_r(t - \tau)$ , 故 (1) (2) 式可以写为

<sup>\*</sup> 高温高密度等离子体物理国防科技重点实验室项目 (批准号: 9140C6803020804) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: jundong68@sohu.com

$$\Delta\Phi(t-\tau) = \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}E'_{\text{pr}}(t-\tau)}{\operatorname{Re}E'_{\text{pr}}(t-\tau)}\right] - \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}E_r(t-\tau)}{\operatorname{Re}E_r(t-\tau)}\right], \quad (3)$$

$$|\epsilon(t-\tau)|^2 = \left|\frac{E'_{\text{pr}}(t-\tau)}{E_r(t-\tau)}\right|^2. \quad (4)$$

设  $E'_{\text{pr}}(t)$  和  $E_r(t)$  的频谱为  $E'_{\text{pr}}(\omega)$  和  $E_r(\omega)$ , 其频谱位相差为  $\Delta\varphi(\omega)$ .

则 (3) (4) 式又可写为

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(t-\tau) &= \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}\left[\int |E'_{\text{pr}}(\omega)| e^{i\varphi_r(\omega)+i\Delta\varphi(\omega)} e^{-i\omega(t-\tau)} d\omega\right]}{\operatorname{Re}\left[\int |E'_{\text{pr}}(\omega)| e^{i\varphi_r(\omega)+i\Delta\varphi(\omega)} e^{-i\omega(t-\tau)} d\omega\right]}\right] \\ &\quad - \arctan\left[\frac{\operatorname{Im}\left[\int |E_r(\omega)| e^{i\varphi_r(\omega)} e^{-i\omega(t-\tau)} d\omega\right]}{\operatorname{Re}\left[\int |E_r(\omega)| e^{i\varphi_r(\omega)} e^{-i\omega(t-\tau)} d\omega\right]}\right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$|\epsilon(t-\tau)|^2 = \left|\frac{\int |E'_{\text{pr}}(\omega)| e^{i\varphi_r(\omega)+i\Delta\varphi(\omega)} e^{-i\omega(t-\tau)} d\omega}{\int |E_r(\omega)| e^{i\varphi_r(\omega)} e^{-i\omega(t-\tau)} d\omega}\right|^2, \quad (6)$$

式中  $\varphi_r(\omega)$  为参考脉冲频谱位相.

将上述中的参考脉冲  $E_r(t)$  和与之有相对时间延迟  $\tau$  的受扰动探测脉冲  $E'_{\text{pr}}(t)$  送入光谱仪使其在频域发生干涉, 频谱干涉条纹方程为

$$\begin{aligned} I(\omega) &= |E_r(\omega)|^2 + |E'_{\text{pr}}(\omega)|^2 \\ &\quad + 2|E_r(\omega)||E'_{\text{pr}}(\omega)|\cos[\Delta\varphi(\omega) + \omega\tau], \end{aligned} \quad (7)$$

上式中通过引入线性载频项  $\omega\tau$ , 在干涉图的傅里叶变换域将直流成分和交流成分有效地分离. 频谱干涉条纹宽度为  $\Delta\omega = 2\pi/\tau$ .

在已知参考脉冲的频谱位相  $\varphi_r(\omega)$  和频谱振幅  $|E_r(\omega)|$  的条件下, 对上述频谱干涉图 (7) 式进行傅里叶变换和滤波提取出频谱位相差  $\Delta\varphi(\omega)$ , 频谱振幅  $|E'_{\text{pr}}(\omega)|$  以及时间延迟  $\tau$ , 代入 (5) 式和 (6) 式即可得到受扰动的瞬态时域相移  $\Delta\varphi(t)$  和扰动场随时间变化的强度轮廓.

### 3. 啁啾脉冲频谱干涉的特性

探测脉冲受到微小扰动后, 其频谱  $E'_{\text{pr}}(\omega) = E_{\text{pr}}(\omega) * \epsilon(\omega)$ , 符号“ $*$ ”表示卷积,  $\epsilon(\omega)$  为  $\epsilon(t)$  的傅里叶频谱. 当参考脉冲和探测脉冲均为变换极限

脉冲时, 卷积的结果使得探测脉冲  $E'_{\text{pr}}(\omega)$  的谱位相不再为零, 而是一个以  $|E'_{\text{pr}}(\omega)|$  为权重的相位均值. 因此, 通过 (5) 式得到的时域相移  $\Delta\Phi$  将是常相移, 无法反映相移的瞬态变化.

当参考-探测脉冲对是啁啾脉冲时, 由于啁啾脉冲的频谱是沿脉冲时间轴展开的, 其与时间有着对应的函数关系, 则探测脉冲谱与扰动信号频谱卷积后使得  $E'_{\text{pr}}(\omega)$  的谱位相不再是均值, 而是受到了未受扰动探测脉冲谱相位的调制. 因此, 通过啁啾脉冲对之间的频谱干涉提取出的频谱相位差  $\Delta\varphi(\omega)$  反映了相移随频谱的变化, 即由 (5) 式得到的时域相移  $\Delta\Phi(t)$  不再是常相移而是随时间变化的瞬态量, 也就是说, 通过啁啾脉冲这一载体将扰动相位的时域变化转换为频域变化, 通过频域干涉的方法来实现扰动相位的瞬态测量. 因此, 利用啁啾脉冲谱干涉的这一特性可实现某些超快现象中的瞬态测量.

### 4. 频域—时域相移转换中的时间分辨和误差传递

啁啾探测脉冲瞬态时域相移的提取分为两步, 首先是频谱干涉信号的测量以及谱相位差  $\Delta\varphi(\omega)$  的提取; 其次, 相移从频域到时域的转换. 由此可见, 参考-探测脉冲对之间频域相移的提取和频域—时域相移转换的精度将影响时域相移的结果.

由于提取瞬态时域相移的方法是根据傅里叶变换的方式得到的, 设光谱仪的频谱最小分辨为  $\Delta\omega_{\min}$ , 参考脉冲频谱宽度  $\Delta\omega_r$  (半高全宽, FWHM) 内的采样点数为  $N$ . 则根据离散傅里叶变换的定义, 原始信号的有限序列长度决定了其频谱信号的分辨率大小. 因此瞬态时域相移的最小时间分辨为

$$\Delta t_{r_{\min}} = 2\pi/(N\Delta\omega_{\min}) = 2\pi/\Delta\omega_r, \quad (8)$$

是参考脉冲的相干时间. 由于频谱分辨率的限制, 可对  $\Delta t_{r_{\min}}$  产生影响, 故通过 (8) 式对  $\Delta\omega_r$  求微分, 并令  $\Delta t_{r_{\min}}$  的微分为  $\delta t$ ,  $\Delta\omega_r$  的微分为  $\delta\omega$ .

$$\delta t = -\frac{2\pi}{\Delta\omega_r^2} \delta\omega, \quad (9)$$

负号表示  $\delta t$  与  $\delta\omega$  的变化方向相反, 令  $\delta\omega = \Delta\omega_{\min}$ , 则 (9) 式变为

$$\delta t = -\frac{\Delta t_{r_{\min}}}{\Delta\omega_r} \Delta\omega_{\min} = -\frac{\Delta\omega_{\min}}{\Delta\omega_r} \Delta t_{r_{\min}}. \quad (10)$$

对光谱仪来讲最小频谱分辨间隔  $\Delta\omega_{\min}$  可以很小, 因

此其对时域相移最小时间分辨的影响将远远小于  $\Delta t_{r_{\min}}$  本身,因此可以忽略不计.而瞬态时域相移的时间窗口大小则由光谱仪的最小频谱分辨间隔  $\Delta\omega_{\min}$  和探测脉冲的脉宽共同决定.

由上面分析知道,当频域相移的提取存在误差

$$\Re[\Phi(t-\tau)] = \text{Im} \left\{ \frac{\int |E'_{pr}(\omega)| \Re[\Delta\varphi(\omega)] e^{i\frac{\tau^2}{2} + i\varphi_r(\omega) + i\Delta\varphi(\omega) - i\omega(t-\tau)} d\omega}{\int |E'_{pr}(\omega)| e^{i\varphi_r(\omega) + i\Delta\varphi(\omega) - i\omega(t-\tau)} d\omega} \right\}. \quad (11)$$

由(11)式可以看出,由频域相移误差所引入的时域相移误差与参考脉冲无关,且这种频域上的误差是以缩小的方式转移到时域来的.由于  $\Re[\Phi(t)]$  也是通过傅里叶变换的方式由(11)式计算得到的,因此,探测脉冲的频谱宽度将影响  $\Re[\Phi(t)]$  的计算精度,探测脉冲的频谱宽度越宽,精度越好.

综上所述,由(8)式可知,通过提高参考脉冲的频谱宽度可以最终达到几十飞秒甚至更短的时间分辨的测量精度,这对于某些达到飞秒级变化周期的超快瞬态测量具有重要意义,例如针对激光尾场的瞬态测量,由于一般尾场的振荡周期在百飞秒甚至更低,采取上述方法就可实现俘获尾场动态信息的目的.这是一般的多脉冲序列 FDI 技术无法达到的.

## 5. 数值模拟

根据上面的误差分析分别对频域相移的提取和频域—时域相移之间的转换进行数值模拟.

### 5.1. 啁啾脉冲频域相移的重构

我们知道一个脉冲波函数的相位由两部分组成,一个是空间相位因子;另一个是时间相位因子.对空间干涉而言,体现了频率相同的两列波在不同空间坐标下的相位差,通过引入空间载频可以分离出这种空间相位差.对频谱干涉而言,体现了两束脉冲相同频谱成分之间在时间坐标下的相位差,通过引入时间延迟可以分离出这种时间上的相位差.当两束脉冲进入光谱仪后,频谱坐标系转换为空间坐标系,频谱干涉就以空间干涉条纹的形式表现出来的,因此,对频谱干涉条纹的处理就可以采用空间干涉条纹的处理方法来解决.

根据两个同轴传输的脉冲对之间的频谱干涉测量原理<sup>[10,11]</sup>,制定重构频域相移的算法流程并编制

时,将通过(5)式转移到时域相移的误差上,因此设频域相移误差为  $\Re[\Delta\varphi(\omega)]$ ,对应的时域相移误差为  $\Re[\Phi(t)]$ ,由(5)式对频谱位相差  $\Delta\varphi(\omega)$  求微分,令  $\Delta\Phi(t)$  的微分为  $\Re[\Phi(t)]$ ,  $\Delta\varphi(\omega)$  的微分为  $\delta[\Delta\varphi(\omega)]$ ,得

计算机程序.

在数值模拟计算中,假定参考脉冲和探测脉冲均为脉冲宽度(半高全宽,FWHM)  $t_{\text{pin}} = 1000 \text{ fs}$  的线性啁啾高斯脉冲,中心波长为  $800 \text{ nm}$ ,带宽为  $40 \text{ nm}$ .在满足采样定理和最大分离干涉条纹中交直流信号的两个原则下,由光谱仪的最小频谱分辨来确定频谱干涉条纹的宽度,而条纹宽度又确定了参考-探测脉冲对之间的时间延迟,我们假定两脉冲间的时间延迟  $\tau = 3 \text{ ps}$ .参考脉冲电场表示为

$$E_{\text{ref}}(t) = \exp(-at^2 + i\omega_0 t) \exp(i\omega_0 t^2), \quad (12)$$

其中  $\omega_0$  为脉冲中心频率,  $a = 2 \ln 2 \times t_{\text{pin}}^{-2}$ ,  $b$  为线性啁啾系数,由假定参数可得  $b = 42.5 \text{ a}$ ,脉冲频谱宽度(半高全宽,FWHM)  $\Delta\omega = 11.781 \times 10^{13} \text{ rad/s}$ .

当探测脉冲受到外界扰动时,引起时域相移  $\Delta\Phi(t)$ ,对应的频域相移为  $\Delta\varphi(\omega)$ .则受扰动的探测脉冲电场为

$$E'_{pr}(t) = \exp(-at^2 + i\omega_0 t) \exp(i\omega_0 t^2 + i\Delta\Phi(t)). \quad (13)$$

考虑时域相移中只包含时间的二次项下,即

$$\Delta\Phi(t) = ct^2. \text{ 由(1)式的限制条件, } -\frac{\pi}{2} < \Delta\Phi(t) < \frac{\pi}{2}$$

,我们随机假定扰动参数  $c = 1.75 \text{ a}$ ,并模拟频谱干涉图和探测脉冲的谱相移.由频域干涉测量原理,从模拟的干涉图中重构出探测脉冲的频域相移,并将重构的频域相移与由设定参数模拟的频域相移进行比对得到重构误差,结果如图1所示.

从图1中可以看出,在频谱区间内除区间端点附近有差别外,重构的谱相移与由设定参数模拟的结果有完好地符合,而这种端点处的差别是由于滤波的不完整性引起的,这种差别将对下一步频域—时域相移转换带来一定的误差.为了下面更好地说明这种频域相移误差对时域相移的影响,在图1中

我们特意增大了频域相移的重构误差.

5.2. 频域—时域相移转换的数值模拟

由(5)式可知,频域相移  $\Delta\varphi(\omega)$  是通过傅里叶变换的形式转换为时域相移  $\Delta\varphi(t)$  的,因此频域相移的重构误差将影响时域相移的最终精度. 根据

5.1 节中的设定参数模拟时域相移,分别对图 1 中重构的谱相移和由设定参数模拟的谱相移按照(5)式进行时域转换,其结果再分别与由设定参数模拟的时域相移进行比较,得到综合时域相移误差和由时间分辨限制引起的频域—时域相移转换误差,如图 2 所示.

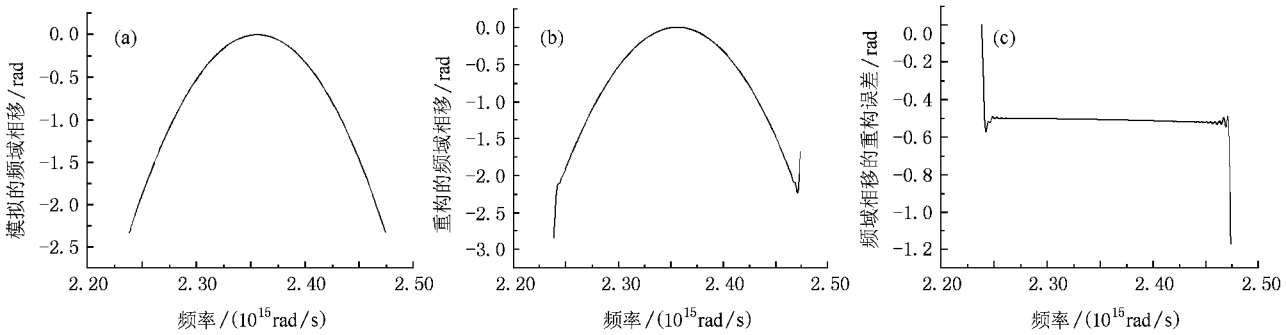


图 1 (a)由设定参数模拟的频域相移 (b)由干涉图中重构的频域相移 (c)频域相移的重构误差

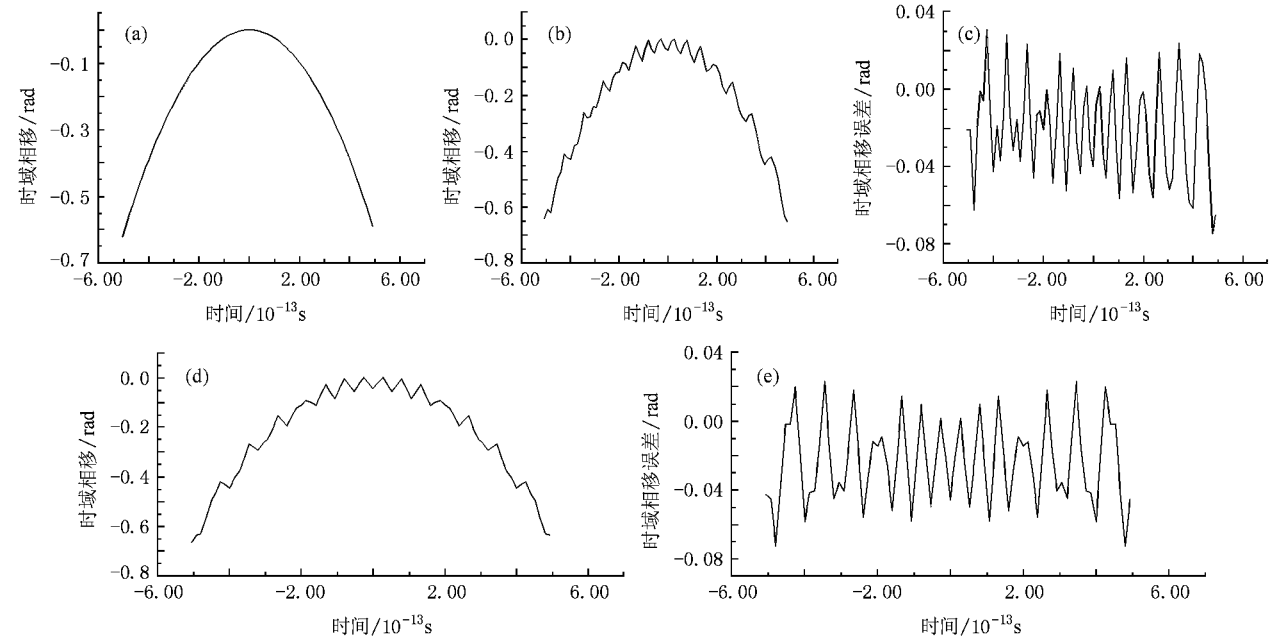


图 2 (a)由设定参数模拟的时域相移 (b)由重构的频域相移(图 1(b))经频域—时域相移转换公式(5)得到的时域相移 (c)综合时域相移误差 (d)由设定参数模拟的频域相移(图 1(a))经频域—时域相移转换公式(5)得到的时域相移 (e)在频域—时域相移转换过程中由于时间分辨的限制而引入的误差

从图 2 中的各图来看,与由设定参数模拟的时域相移图  $\chi_a$  相比较,图  $\chi_b$  和图  $\chi_d$  中出现了波折,这是因为参考脉冲的频谱宽度有限,造成时间分辨不够引起的;从图  $\chi_c$  中可以看出,在频谱相移向时域转换的过程中产生了误差,这部分误差主要来自两方面,一是由频域相移的重构误差图 1(c)所

引入的;另一个是在频域—时域相移转换过程中由于时间分辨的限制而引入的误差如图  $\chi_e$  所示.由设定的模拟参数根据(8)式可得时域相移的最小时间分辨  $\Delta t_{r_{\min}} = 53.3$  fs,在两端相移波动较大处因分辨不够会带来较大的误差.

将图  $\chi_b$  中得到的时域相移与图  $\chi_d$  中的时

域相移相减可得由于谱相移重构误差图 1(c)引入的时域相移误差,如图 3(a)所示.由设定的脉冲参

数在相同的谱相移重构误差下根据误差传递(11)式计算得到的时域相移误差,如图 3(b)所示.

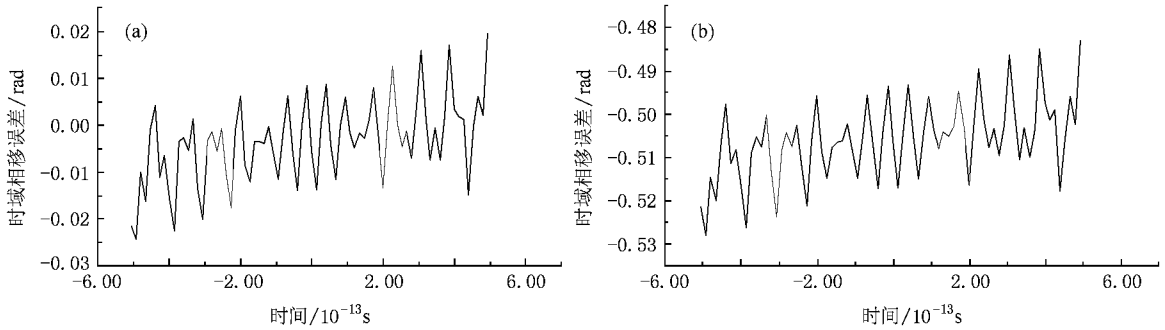


图 3 (a)将分别由两种频域相移转换来的时域相移(图 2(b)和图 2(d))相减得到的由频域相移误差(图 1(c))而引入的时域相移误差(b)由相移误差传递(11)式计算得到的时域相移误差

将图 1(c)中的频域相移误差与图 3(a)中的时域相移误差比较可以看出,在频域—时域相移转换的过程中,相移误差是以缩小的方式传递的.从图 3(a)和(b)的比较可以看出图 3(b)中的相移误差有较大的平移项,这是因为(11)式中的参数  $\delta[\Delta\varphi(\omega)]$  直接采用了图 1(c)所示的结果,而图 1(c)中的频域相移误差有较大的平移项.扣除平移项,两种方式得到的误差结果具有较好的一致性,由误差传递公式计算得到的结果可以正确评估频域相移误差对时域相移的影响.

## 6. 结 论

对两束啁啾脉冲频域干涉的特性和频域—时域相移转换的基本原理进行理论分析,得出将频谱干涉和一对啁啾脉冲(一个作为参考脉冲,另一个作为探测脉冲)结合起来可以实现单束脉冲瞬态时域相移的测量,给出这种方法的时间最小分辨受限参考脉冲频谱带宽的倒数( $2\pi/\Delta\omega_{\text{ref}}$ ),同时得出这种方法在频域—时域相移转换过程中误差的传递公式.数值模拟显示这种误差是以缩小的方式转换到时域的,与误差传递公式计算的结果具有较好的一致性.

- [1] Geindre J P, Audebert P, Rousse A, Fallies F, Gauthier J C, Mysyrowicz A, Dos Santos A, Hamoniaux G, Antonetti G A 1994 *Opt. Lett.* **19** 1997
- [2] Reynaud F, Salin F, Barthelemy A 1989 *Opt. Lett.* **14** 275
- [3] Wang P, Wang Z H, Wei Z Y *et al* 2004 *Acta. Phys. Sin.* **53** 3004 (in Chinese) [王 鹏、王兆华、魏志义等 2004 物理学报 **53** 3004]
- [4] Wang P, Zhao H, Zhao Y Y *et al* 2007 *Acta. Phys. Sin.* **56** 224 (in Chinese) [王 鹏、赵 环、赵研英等 2007 物理学报 **56** 224]
- [5] Marques J R, Geindre J P, Amiranoff F, Audebert P, Gauthier J C, Antonetti A, Grillon G 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3566
- [6] Marques J R, Dorchie F, Amiranoff F, Audebert P, Gauthier J C, Geindre J P, Antonetti A, Antonsen T M, Jr, Chessa P, Mora P

- 1998 *Phys. Plasmas* **5** 1162
- [7] Takahashi E, Honda H, Miura E, Yugami N, Nishida Y, Katsura K, Kondo K 2000 *Phys. Rev. E* **62** 7247
- [8] Kotaki H, Kando M, Oketa T, Masuda S, Koga J K, Kondo S, Kanazawa S, Yokoyama T, Matoba T, Nakajima K 2002 *Phys. Plasmas* **9** 1392
- [9] Matlis N H, Reed S, Bulanov S S, Chvykov V, Kalintchenko G, Matsuoka T, Rousseau P, Yanovsky V, Maksimchuk A, Kalmykov S, Shvets G, Downer M C 2006 *Nature Phys.* **2** 749
- [10] Piasecki J, Colombeau B, Vampouille M, Froehly C, Arnaud J A 1980 *Appl. Opt.* **19** 3749
- [11] Chai L, He T Y, Gao F, Wang Q Y, Xing Q R, Zhang Z G 2004 *Chin. Phys.* **13** 1487

# Analysis for phase shifts transformation of chirped pulse from frequency-domain to time-domain based on Fourier transform<sup>\*</sup>

Dong Jun<sup>†</sup> Peng Han-Sheng Wei Xiao-Feng Hu Dong-Xia Zhou Wei  
Zhao Jun-Pu Zhang Ying Cheng Wen-Yong Liu Lan-Qin  
( *Research Center of Laser Fusion , CAEP , Mianyang 621900 , China* )  
( Received 18 January 2008 ; revised manuscript received 11 June 2008 )

## Abstract

Based on spectral interferometry and Fourier transformation , the method that spectral phase shifts of chirped pulse are transformed to transient temporal phase shifts is investigated theoretically . The error transferring formula of phase shifts from Fourier-domain to time-domain is derived , and the temporal resolution of temporal phase shifts restricted by the spectral bandwidth of reference pulse is given . The transformation process of phase shifts is simulated . The results show that phase shifts obtained is characteristic of temporal change , and the spectral phase shifts error is transferred to time-domain with reduced magnitude , and it is in agreement with calculated result by the error transferring formula .

**Keywords :** spectral interferometry , spectral phase shifts , chirped pulse , temporal phase shifts

**PACC :** 4280W , 4285F , 4230K

<sup>\*</sup> Project supported by the Science and Technology foundation of State Key Laboratory of High Temperature and Density Plasma Physics( Grant No. 9140C6803020804 ).

<sup>†</sup> E-mail : jundong68@sohu.com