

选择理论生成幂律的扩展性研究*

尉伟峰†

(北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

(2008 年 11 月 18 日收到, 2008 年 12 月 19 日收到修改稿)

应用选择理论可以解释人类行为导致的幂律分布现象. 通过对选择理论合理而简单的扩展, 发现了更多幂律生成机制. 研究表明选择理论对于单调的门限分布规律体现出生成机制的一般性, 此类机制的扩展对幂律成因的深入研究具有较强的理论意义.

关键词: 选择理论, 幂律分布, 门限规律

PACC: 0250, 0500

1. 引言

幂律现象在自然界和人类社会中具有普遍性; 这类现象对应的幂律分布在对数图上呈现出直线规律. 人们对幂律成因的研究可以追溯到 100 年前, 通过对各种幂律现象的分析, 物理学家和数学家们提出了多种不同的科学解释. 这些解释大多涉及物理学原理, 如省力机制、Yule 过程、动力学机制和自组织临界等^[1-17]. 而选择理论的提出在研究幂律现象过程中, 更注重人类选择行为的特殊性, 通过对其合理的假定, 从而得到更简单的概率论解释. 此种解释同时突现了指数律和幂律的亲缘关系^[18]. 而这两种规律在很多自然现象中常具有对照关系伴随而生. 比如说以 BA 模型对网络进化的模拟为例, 如将新点对旧点按度的偏好概率连接改为均匀随机连接, 其度分布将从幂律变为指数律, 因此幂律的普遍性对应指数律的普遍性而言是极其正常的. 同时, 选择理论在两种规律的生成和扩展上也表现出相似的数学特性, 可以对照地描述和分析, 体现出较强的理论意义.

2. 模型扩展和分析

人们进行选择时按照理性和自利的原则, 首先按物理等条件的限制, 选出可考虑的选项形成一个

视野, 之后选定视野中最好的选项. 在选择过程中, 假设各选项都能够被理性地分析, 在无条件限制的情况下, 人们对各选项的偏好排序是公认和固定的; 因此存在统一的偏好序列, 以指导人们在视野中的选定行为.

以选项选入视野的概率 $p = 0.5$ 为例, 如果视野形成过程中, 独立的对每个选项进行选择, 那么选定过程通过偏好序列的聚焦效应, 得到几何分布如下, 记为模型 1.

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1} \sim 2^{-k}, \quad (1)$$

其中, k 为选项序号 ($k = 1, 2, \dots, N$), 按偏好降序排序, N 为总选项数, 其视野规律近似服从二项分布. 而如果视野的形成过程和选项的排序有关, 设定门限, 只选若干个整体排名在前的选项为视野, 遍历选项排序和门限位置, 得到偏序分布如下, 记为模型 2.

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \sim \frac{1}{k(k+1)} \approx k^{-2}, \quad (2)$$

其门限规律为均匀分布 ($p \neq 0.5$ 时门限规律为几何分布). 模型 2 对应近似指数为 2 的幂律分布, 常出现在因特网度分布^[19]、网站中网页数量规律^[20]等现象上. 两模型的详细描述以及仿真图参见文献 [18].

在这两个基本选择模型中, 虽然在模型 1 中存在组合情况, 视野规律在选多选少的情况下并不相同, 但视野本身大小的选择偏向都没有进行考虑. 一

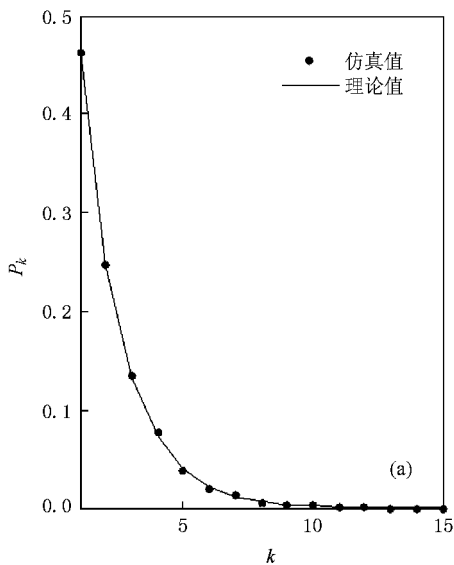
* 国家自然科学基金 (批准号: 60772043, 60672069) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2007CB307101) 资助的课题.

† E-mail: weiwf@sjtu.edu.cn

般情况下,人们对视野大小往往是有偏向的,比如倾向选择小视野或大视野等,那么这个时候需要考虑人们的这种需求对模型产生的影响.我们假设各选择序列是均匀的,概率 $p = 0.5$;并辅以经济理念来说明扩展的模型.

如果人们对视野大小本身带有偏向,比方说视野越大,虽然能够选到最好选项的可能性也越高,但是所需要的代价往往也越高.所以假设每多考虑一个选项,就要多付出一份代价,那么随着选项越多,人们的偏向就反比减少,这时考虑模型 1 有(推导过程见附录 A)

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1} \cdot \frac{1}{i} = \frac{2^{N-k+1} - 1}{N - k + 1}, \quad (3)$$



对应的模型 2 有

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot \frac{1}{i} = k^{-1}. \quad (4)$$

两模型的仿真结果见图 1(a)(b).可见,模型 1 还是近似的指数规律;模型 2 却恰好成为指数为 1 的 Zipf 分布.运用公式(4),类似反比规律的幂律现象可以很容易地被解释,这种规律常出现在字(单词)使用频率^[2]、网站点击率、访问博客站点^[21]等现象中.要做出这种分布,只要在模型 2 的基础上,对门限的选择按视野大小采取反比递减即可,此时随着视野变小,偏好大的选项排他能力同时变弱.

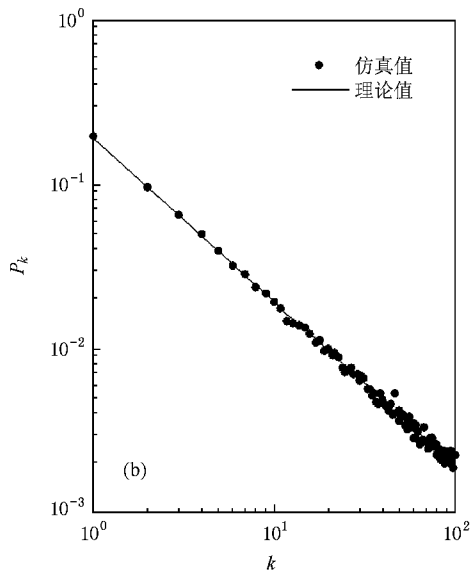


图 1 反比递减视野模型的仿真与理论图 实验次数为 100000 次.(a)模型 1 (b)模型 2

如果视野大小对代价的影响较小,并且人们是更趋向大视野的以获取更好的选择.此时假设视野中选项个数越多,这种视野的选中概率呈现正比增加,那么考虑模型 1 有(推导过程见附录 B)

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1} \cdot i = 2^{N-k-1}(N - k + 2), \quad (5)$$

对应的模型 2 有

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot i \approx \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot (i + 1) \sim \frac{1}{(k + 2)(k + 1)k}. \quad (6)$$

模型仿真结果见图 2(a)(b).可见,模型 1 仍然有近似的指数规律;而模型 2 变为近似指数为 3 的 Zipf 分布(未近似的分布中仅尾部小段渐趋向指数 4).此时幂律分布在门限规律上很类似于 BA 模

型的度偏好概率的计算方式,幂指数也恰好相同^[12].要做出这种分布,只要在模型 2 的基础上,对门限的选择按视野大小采取正比递增即可,此时随着视野变大,偏好大的选项排他能力同时变强.

类似的,对整数 r ,可以推导得

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot i^r \approx \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot (i + r) \cdot (i + r - 1) \cdot \dots \cdot (i + 1) \sim \frac{(k - 1)!}{(k + r + 1)!}. \quad (7)$$

如果把 r 推广到实数且 N 趋向无穷,有 $P_k = (r + 1)B(r + 2, k)$ ($k = 1, 2, \dots, \infty$),此即为 Yule 分布,其中 $B(r + 2, k)$ 是贝塔函数.从这个意义上而言,Yule 分布是门限的选择偏向近似为视野个数幂

次时导致的,这提供了另一种生成 Yule 分布的方法.相比文献 [18] 中的生成方式,此方式具有很强的现实性.其对应的类指数律见附录 C.

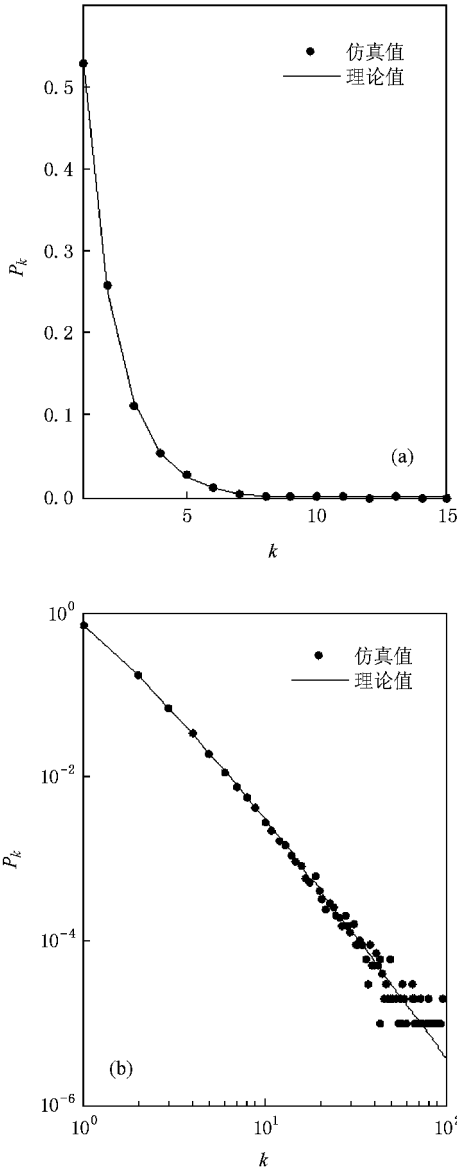


图 2 正比递增视野模型的仿真图与理论图. 实验次数为 100000 次. (a) 模型 1 (b) 模型 2

如果门限规律用几何分布和均匀分布,生成的幂指数为 $2p/(1-p)$; 如果运用幂律本身,由公式 (7) 生成的幂指数为 $(r+2)$. 从理想的小球实验模型,并结合真实数据的近似两段幂律特性来看,我们认为前一种更符合实际的规律.但这两者都出自同一个模型,各自也都代表一定的物理意义,甚至两种规律还可以结合考虑、互相引证,所以对其深入分析都是必要的.

类似以上方法,可以寻找不同的门限规律,生成

相应的幂律分布,下面给出了几个恒等式,推导过程和前述相似,它们都对应着幂律现象:

$$\sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot \frac{1}{i \cdot (N-i)} = \frac{1}{N(k-1)},$$

$$\sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot \frac{1}{N-i} = \frac{1}{k(k-1)},$$

$$\sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot \frac{1}{(N-i)(N-i-1)\dots(N-i-r)} = \frac{1}{N \cdot (N-1) \cdot (N-r+1) \cdot (k-r)(k-r-1)}.$$

可见基于选择理论的幂律生成规律具有强大的扩展能力,可以精确地导出多种不同幂指数的幂律分布.这也可以认为选择理论在解释幂律成因上具有稳定性,视野规律只要符合指数、幂次、均匀等方式,都显示出稳定的幂律生成能力.关注模型 2 生成分布的最末两点,设门限规律为 $f(i)$,当 N 趋向无穷,在对数图上尾部直线对应的幂指数为 $2f(2)/f(1)$ (推导过程见附录 D);因此当门限规律是规则的,整体分布服从的幂指数虽需要计算和作图验证,但其尾部至少是收敛的,故生成幂律分布的可能性很高.

比较两类模型不同的特性时,在模型 1 中每个选项都是独立考虑的,所以选入视野的机会都是一样的.在模型 2 中,当遍历所有选择序列和门限时,选项被选入视野的机会还是一样的,但对于特定的选择序列而言,遍历门限范围,那么处于选择序列不同位置的选项被选中的机会并不相同.如果门限规律是均匀的,用 m 代表一个序列中的位置,其被选中的概率有 $P_m = (N-m+1)/N$,依次线性递减;例如当 $m=1$ 时有 $P_1=1$,说明此位置的选项必然被选中.如果门限规律是反比递减的,被选中的概率是依对数递减的,如果门限规律是正比递增的,则此概率是依抛物线递减的(推导过程见附录 E).

此外,模型 1 和模型 2 视野规律的均值相近,但前者方差较小,这是由于模型 1 中视野形成的条件比较弱,大视野较多,导致模型 1 中大偏好选项的排他能力更高,分布呈现迅速衰减的特点.而模型 2 却相反,大小视野相对分散,分布呈现出长尾巴特点.如果考虑相应模型的视野均值比和方差比(见附录 F),可知模型 2 中的视野方差比模型 1 中的大很多,导致实验结果最终表现出较强的多样性.由此可见,视野规律是非常重要的,即使在模型 1 的选择方式中,如果视野规律符合模型 2 的大方差现象,那么也可以生成幂律分布.如模型 1 中等概选取视野大小,

并遍历选择序列,则两模型结果类似;反之,模型 2 的门限规律为相应的近似二项分布,则两模型结果也类似;此现象在正比递增和反比递减的视野规律下也一样.因此两模型相辅相成,使得生成方式更多样,物理意义更宽泛,表现出很强的兼容性.

如果再考虑一个特殊的视野规律,即是固定视野的大小.两个模型中都有这种情况,模型 1 中,仅取 m 个选项作为视野,其他情况不予考虑;模型 2 中,取 m 个排名在前的选项选入视野.那么两个模型演变为相同的概率分布,其在 N 个选项中只前 $N - m + 1$ 个有非零值,分布如下(见附录 G):

$$P_k = \frac{C_{N-k}^{m-1}}{C_N^m} \quad (k = 1, 2, \dots, N - m + 1). \quad (8)$$

模型的仿真结果见图 3(a)(b).此分布的概率比较函数为分式型, k 不大时递降规律更接近指数

律,我们称其为固限分布.当 N 远大于 m 时,在对数图上其头部对应直线的幂指数为 $r = 0$,而当 k 较大时,其尾部对应直线的幂指数迅速增加,随 N 的增大而不收敛(见附录 H).这种平头峭尾的分布现象在 P2P 网络测量中有相似的数据情况^[22],是无标度现象研究的扩展,需要更进一步的分析.

基于选择理论的指数律和幂律生成模型还与等概模型(掷骰子试验)和单点模型(确定性事件)具有相同演化关系.当没有偏好序列并且任意选定视野中选项,模型均退化为等概分布,而当偏好序列存在且视野趋向所有可选项时,模型均退化为单点分布,此时只能选到偏好最大的选项.可见此类生成试验常带有固定的偏好序列,通过改变视野形成的约束条件,沟通了许多分布之间的关系,我们统称为偏序试验或 Wei 试验.

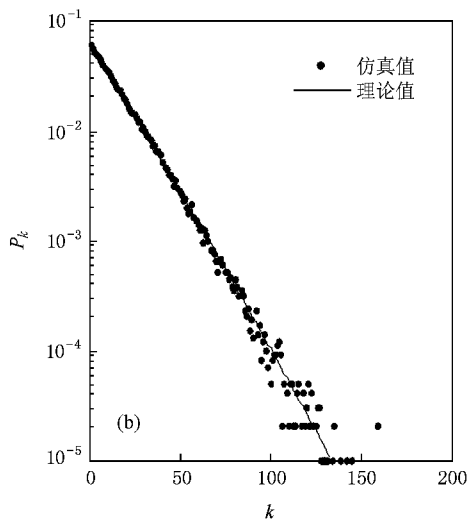
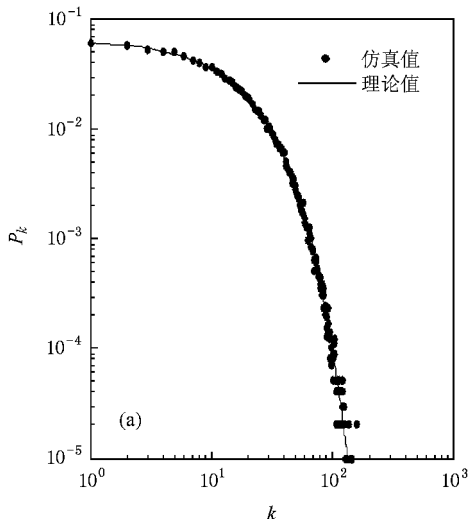


图 3 固定门限的模型仿真和理论图 实验次数 100000 次, $N = 1000, m = 60$. (a)对数图 (b)纵轴对数图

3. 结 论

基于选择理论构建的幂律生成模型,是很容易扩展的.在约束条件改变下,通过改变门限规律可以生成不同指数的幂律分布.这些扩展模型都是原模型的有益补充,从中能够更好地理解各类幂律现象背后统一和相异的数学规律,对幂律现象的整体理解亦可以更加深入.这弥补了其他模型在理论上欠缺对一般幂指数的合理扩展能力.

选择行为是一种普遍的行为,从自然界的生态系统到人类社会的行为模式,甚至在客观世界中,无不渗透各种各样的选择行为,因此研究这些行为的

机制和规律亦是物理学和数学的基础之一.

衷心感谢陈常嘉教授、郭宇春博士、郭海燕硕士对本文工作提出的建议.

附录 A

公式(3)(4)的推导如下:

因为

$$\begin{aligned} C_{N-k}^{i-1} \cdot \frac{1}{i} &= \frac{(N-k)!}{(i-1)!(N-k-i+1)!} \cdot \frac{1}{i} \\ &= \frac{(N-k+1)!}{i(N-k-i+1)!} \cdot \frac{1}{N-k+1} \\ &= \frac{1}{N-k+1} \cdot C_{N-k+1}^i, \end{aligned}$$

所以

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{N-k+1} \cdot \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k+1}^i$$

$$= \frac{2^{N-k+1} - 1}{N-k+1}$$

($k = 1, 2, \dots, N$) ,

因为

$$\frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} = \frac{i(N-k)(N-i)!}{(i-1)(N-k-i+1)!N!}$$

$$= \frac{i}{k} \cdot \frac{(N-i)!}{(k-1)(N-i-k+1)!} \cdot \frac{k(N-k)!}{N!}$$

$$= \frac{iC_{N-i}^{k-1}}{kC_N^k} ,$$

所以

$$\sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot \frac{1}{i} = \frac{1}{kC_N^k} \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-i}^{k-1}$$

$$= \frac{1}{kC_N^k} \cdot \frac{NC_{N-1}^{k-1}}{k} = \frac{1}{k} ,$$

因此

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot \frac{1}{i} = k^{-1} \quad (k = 1, 2, \dots, N) .$$

附录 B

公式(5)(6)的推导如下(此处符号 \approx 理解为约服从):

因为

$$C_{N-k}^{i-1} \cdot i = C_{N-k}^{i-1} \cdot (i-1) + C_{N-k}^{i-1} ,$$

所以

$$C_{N-k}^{i-1} \cdot (i-1) = \frac{(N-k)!}{(i-2)(N-k-i+1)!}$$

$$= \frac{(N-k-1)!}{(i-2)(N-k-i+1)!} \cdot (N-k)$$

$$= (N-k) \cdot C_{N-k-1}^{i-2} ,$$

因此

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1} \cdot i = \sum_{i=2}^{N-k+1} (N-k) C_{N-k-1}^{i-2} + \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1}$$

$$= 2^{N-k-1} (N-k+2) \quad (k = 1, 2, \dots, N) .$$

因为

$$\sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot (i+1) = \frac{1}{kC_N^k} \sum_{i=1}^{N-k+1} (i+1) C_{N-i}^{k-1}$$

$$= \frac{1}{kC_N^k} \cdot \frac{NC_{N-1}^{k-1} \cdot (2N^2 + 6N + 4)}{(k+2)(k+1)k}$$

$$= \frac{2N^2 + 6N + 4}{(k+2)(k+1)k} ,$$

所以

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot i \approx \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot (i+1)$$

$$\sim \frac{1}{(k+2)(k+1)k}$$

($k = 1, 2, \dots, N$) .

附录 C

公式(7)对应的指数律(N 远大于 $r, k = 1, 2, \dots, N$)

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1} \cdot i^r \approx \sum_{i=r}^{N-k+1} C_{N-k}^{i-1} \cdot (i-1) \cdot (i-2) \cdot \dots \cdot (i-r)$$

$$= 2^{N-k-r} \cdot \frac{(N-k)!}{(N-k-r)!} .$$

附录 D

尾部直线幂指数推导如下:

若

$$P_k \sim \sum_{i=1}^{N-k+1} \frac{C_{N-k}^{i-1}}{C_N^i} \cdot f(i) ,$$

则

$$P_{N-1} \sim \frac{f(1)}{N} + \frac{f(2)}{C_N^2} ,$$

$$P_N \sim \frac{f(1)}{N} ,$$

运用洛比塔法则有

$$r = - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\lg P_N - \lg P_{N-1}}{\lg N - \lg(N-1)} = \frac{2f(2)}{f(1)} .$$

附录 E

选项被选入视野的累计概率($m = 1, 2, \dots, N$)

$$P_m = \sum_{l=m}^N \frac{1}{l} = \frac{\psi(N+1) - \psi(m)}{\psi(N+1) + \gamma}$$

$$\approx \frac{\ln(N+1) - \ln(m)}{\ln(N+1)} ,$$

其中 $\psi(n)$ 为普西函数, γ 为欧拉常数,

$$P_m = \frac{\sum_{l=m}^N 1}{\sum_{l=1}^N 1} = \frac{N+1-m}{N} ,$$

$$P_m = \frac{\sum_{l=m}^N l}{\sum_{l=1}^N l} = \frac{(N+m)(N+1-m)}{N(N+1)} \approx \frac{N^2 - m^2}{N^2} .$$

附录 F

均值比和方差比(N 远大于1)

均匀门限:

$$\frac{E_1}{E_2} \approx \frac{\frac{N}{2}}{\left(\frac{N}{2} + \frac{1}{2}\right)} \approx 1 ,$$

$$\frac{D_1}{D_2} \approx \frac{\frac{N}{4}}{\left(\frac{N^2}{12} - \frac{1}{12}\right)} \approx \frac{3}{N}.$$

反比递减门限 :

$$\frac{E_1}{E_2} \approx \frac{\frac{N}{2}}{\frac{N}{\psi(N+1)}} \approx \frac{\ln N}{2},$$

$$\frac{D_1}{D_2} \approx \frac{\frac{N}{4}}{\frac{N}{2} \cdot \frac{N}{\psi(N+1)}} \approx \frac{\ln N}{2N}.$$

正比递增门限 :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}N\right)}{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}N\right)} \approx \frac{3}{4},$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\left(\frac{1}{4}N - \frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{1}{18}N^2 + \frac{1}{18}N - \frac{1}{9}\right)} \approx \frac{9}{2N}.$$

附录 G

公式 (8) 的推导 ($k=1, 2, \dots, N-m+1$) 如下 :

模型 1 :

$$P_k = \frac{C_{N-k}^{m-1}}{\sum_{k=1}^{N-m+1} C_{N-k}^{m-1}} = \frac{C_{N-k}^{m-1}}{C_N^m},$$

模型 2 :

$$P_k = \frac{\frac{C_{N-k}^{m-1}}{C_N^m}}{\sum_{k=1}^{N-m+1} \frac{C_{N-k}^{m-1}}{C_N^m}} = \frac{C_{N-k}^{m-1}}{C_N^m}.$$

分布的均值

$$E = \frac{N+1}{m+1},$$

方差

$$D = \frac{m(N-m)(N+1)}{(m+1)(m+2)}.$$

附录 H

概率比较函数和尾部直线幂指数 ($l=1, 2, \dots, N-m$) 分别如下 :

$$\zeta(l) = \frac{P_l}{P_{l+1}} = \frac{C_{N-l}^{m-1}}{C_{N-l-1}^{m-1}} = \frac{N-l}{(N-m+1)-l},$$

$$r = \frac{\ln m}{\ln(N-m+1) - \ln(N-m)}.$$

- [1] Zipf G K 1949 *Human Behavior and the Principle of Least Effort* (Cambridge : Addison-Wesley) p1
- [2] Albert R , Barabási A L 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 47
- [3] Vázquez A , Satorras R P , Vespignani A 2002 *Phys. Rev. E* **65** 66130
- [4] Yan D , Qi G N 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3799 (in Chinese) [闫栋、祁国宁 2006 物理学报 **55** 3799]
- [5] Zhao W , He H S , Lin Z C , Yang K Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3906 (in Chinese) [赵伟、何红生、林中材、杨孔庆 2006 物理学报 **55** 3906]
- [6] Guo J L , Wang L N 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5635 (in Chinese) [郭进利、汪丽娜 2007 物理学报 **56** 5635]
- [7] Ouyang M , Fei Q , Yu M H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6763 (in Chinese) [欧阳敏、费奇、余明晖 2008 物理学报 **57** 6763]
- [8] Huang Z X , Wang X R , Zhu H 2004 *Chin. Phys.* **13** 273
- [9] Li Y , Liu Y , Shan X M , Ren Y J 2005 *Chin. Phys.* **14** 2153
- [10] Pei W D , Chen Z Q , Yuan Z Z 2008 *Chin. Phys.* **B** **17** 373
- [11] Chen Y Z , Fu C H , Chang H , Li N , He D R 2008 *Chin. Phys.* **B**

17 3580

- [12] Albert R , Barabási A L 1999 *Science* **286** 509
- [13] Barabási A L , Albert A 1999 *Physica A* **272** 173
- [14] Bak P 2001 *How Nature Works* (Wuhan : Central China Normal University Press) p10 (in Chinese) [帕巴克 2001 大自然如何工作 (武汉 : 华中师范大学出版社) 第 10 页]
- [15] Carlson J M , Doyle J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2529
- [16] Reed W J , Hughes B D 2002 *Phys. Rev. E* **66** 067103
- [17] Hao B L 2001 *Physics* **30** 466 (in Chinese) [郝伯林 2001 物理 **30** 466]
- [18] Wei W F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2127 (in Chinese) [尉伟峰 2009 物理学报 **58** 2127]
- [19] Broder A , Kumar R , Maghoul F , Raghavan P , Rajagopalan S , Stata R , Tomkins A , Wiener J 2000 *Computer Networks* **33** 309
- [20] Huberman B A , Adamic L A 1999 *Nature* **40** 131
- [21] <http://kottke.org/03/02/screw-power-law>
- [22] Stutzbach D , Rejaie R , Sen S 2008 *IEEE/ACM Transactions on Networking* , San Francisco , April , 2008 p267

Extension of selective theory for power law phenomena^{*}

Wei Wei-Feng[†]

(*School of Electronic and Information Engineering , Beijing Jiaotong University , Beijing 100044 , China*)

(Received 11 November 2008 ; revised manuscript received 19 December 2008)

Abstract

Power law phenomena generated by human activity can be explained by selective theory. More mechanisms are brought forward to generate power law phenomena through the extension of threshold probability. It was demonstrated that selective theory is universal in deducing the power law mechanisms. Therefore , it is significant to extend the theory for further research on the power law phenomena .

Keywords : selective theory , power law distribution , threshold probability

PACC : 0250 , 0500

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos . 60772043 , 60672069) and the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No . 2007CB307101) .

[†] E-mail : norax@sina.com