

高频条件下运动边界的电磁场边界条件

谭康伯[†] 梁昌洪

(西安电子科技大学天线与微波国家重点实验室,西安 710071)

(2008 年 11 月 14 日收到,2008 年 12 月 19 日收到修改稿)

在狭义相对论的基础上,对运动媒质界面的高频电磁特性进行了分析,给出了广义折射以及频率的特性关系.

关键词:运动媒质界面,相对性,广义折射,频率

PACC:0350D,0420, A265J

1. 引 言

运动媒质边界的边界条件讨论,在电动力学中是重要的问题^[1,2].一般的基于场量的边界分析虽然准确,但并不直观、清晰.因此为了寻求更为简洁的描述,从高频理论^[3,4]出发来分析运动边界问题是一种有效的途径.在最近的工作中,我们在文献^[5—8]工作的基础上,给出了广义折射率的如下形式:

$$n_c = \nabla L \cdot \hat{n}, \quad (1)$$

其中 \hat{n} 为平均功率流的方向,程函 L 为位置 r 的函数,该形式通过功率流与等相位面之间的方向对比,可以进一步刻画媒质系统中相位传输与能量传输间的内在联系.通过该广义折射率,传统的折射(或正折射)与负折射在高频射线理论中得到了统一.

本文将通过 Minkovski 四维空间将传统的折射(包括反射)特性进一步推广,从而分析运动边界的高频电磁特征.

2. 运动边界的高频电磁特征

从动力学中 Hamilton 分析的角度出发,首先需引入相应的动力学位移和动量形式以构建分析的框架^[9].通过力学类比^[11]可以引入如下形式的一组四维电磁量:

$$r_4 = \begin{bmatrix} r \\ jct \end{bmatrix}, \quad k_4 = \begin{bmatrix} k \\ j\omega/c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_0 n_c \end{bmatrix}. \quad (2)$$

出于文中符号的统一,采用下标 4 来表示四维量.由于分析界面问题涉及散度运算,于是可以定义如下形式的电磁量:

$$\tilde{k}_4 = \begin{bmatrix} \bar{k} & 0 \\ 0 & j\omega/c \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中 $k = k_0(n_c \hat{n}) = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$,同时为了表示形式的简单,上式中已经采用了如下形式的张量:

$$\bar{k} = \begin{bmatrix} 0 & -k_z & k_y \\ k_z & 0 & -k_x \\ -k_y & k_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

于是,对于 Minkovski 四维空间中的相对静止系 S' ,可以通过前面约定的表示来进行分析. S' 系中的单位矢量采用与文献^[2]中相一致的表示形式

$$\tilde{n}'_4 = \begin{bmatrix} \hat{n}_{21} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

于是在 S' 中,运动媒质界面上的高频电磁特性就可以简洁地表示为

$$\tilde{n}'_4 \cdot (\tilde{k}'_{42} - \tilde{k}'_{41}) = 0, \quad (6)$$

其中下标 1,2 标识了界面两边媒质各自的情况.若将上式展开并经过一定的简化则可以得到等式

$$\hat{n}_{12} \times [(n_{c2} \hat{n}_2) - (n_{c1} \hat{n}_1)] = 0, \quad (7a)$$

$$\alpha(\omega'_2 - \omega'_1) = 0, \quad (7b)$$

其中(7a)式为相对静止系中媒质界面上的广义折射定律,其包括了折射和反射的情况,(7b)式为恒等式.

对于 Minkovski 四维空间中的相对运动系 S ,根据相对性原理并且考虑到光速 c 不变,则应具有相同的电磁规律.当考虑运动系中的情况时,需对相关物理量做 Lorentz 变换.则在 S 中,运动媒质界面上的高频特性表示为

$$\tilde{n}_4 \cdot (\tilde{k}_{42} - \tilde{k}_{41}) = 0, \quad (8)$$

其中,

[†] E-mail: kbtan@mail.xidian.edu.cn

$$\tilde{\mathbf{n}}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{n}}_{12} \\ \mathbf{j}\boldsymbol{\beta}^T \cdot \mathbf{n} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

而 $\tilde{\mathbf{k}}_4$ 则可通过其定义形式和如下量 \mathbf{k}_4 来方便确定:

$$\mathbf{k}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ \mathbf{j}\omega/c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha} \cdot \mathbf{k}' + \gamma\boldsymbol{\beta}\omega'/c \\ \mathbf{j}\chi(\omega'/c + \boldsymbol{\beta}^T \cdot \mathbf{k}') \end{bmatrix}. \quad (10)$$

(8)–(10) 式中的参量分别为: $\bar{\alpha} = \bar{\Gamma} + (\gamma - 1)\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\beta}^T/\beta^2$, $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$, $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$. (10) 式包含了通过 Lorentz 变换所联系的折射率以及频率所涉及的关系, 其中第二关系式即为 Doppler 频率关系. 对于第一关系式作进一步变形, 可以通过下式来最终得到 S 系中的折射率

$$\mathbf{k} = k_0 \mathbf{n}_G = (\omega/c) \{ [\bar{\alpha} \cdot \mathbf{n}'_G + \gamma\boldsymbol{\beta}] \chi [1 + \boldsymbol{\beta}^T \cdot \mathbf{n}'_G] \}. \quad (11)$$

于是运动系中的边界电磁特性为

$$\mathbf{n} \times (n_{G2} \hat{\mathbf{n}}_2 - n_{G1} \hat{\mathbf{n}}_1) = 0, \quad (12)$$

$$m(\omega_2 - \omega_1) = 0. \quad (13)$$

其中 (12) 式表示运动系中的高频边界条件, (13) 式表示频率的不变性. 值得注意的是, 在 (12) 式中, \mathbf{n} 已不是单位矢量, 而且折射率则需要通过 (11) 式来确定.

3. 结 论

本文在引入广义折射率的基础上, 对狭义相对论情况下运动媒质边界的电磁特性给出了较为简洁的高频形式.

- [1] Kong J O 2003 *Electromagnetic Wave Theory* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) Chap. 7 (in Chinese) [孔金瓯 2003 电磁波理论(北京:电子工业出版社)第7章]
- [2] Liang C H, Chu Q X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2202 (in Chinese) [梁昌洪、褚庆昕 2002 物理学报 **51** 2202]
- [3] Born M, Wolf E (Translated by Yang J S et al.) 1978 *Principle of Optics* (Beijing: Science Press) Chap. 3 (in Chinese) [波恩 M、沃尔夫 E 著(杨葭荪等译) 1978 光学原理(北京:科学出版社)第3章]
- [4] Wang M G 1994 *Geometrical Theory of Diffraction* (Xi'an: Xidian University Press) Chap. 1 (in Chinese) [汪茂光 1994 几何绕射理论(西安:西安电子科技大学)第1章]
- [5] Guo H, Deng X M 1995 *Sci. China Ser. A* **25** 273 (in Chinese)

- [郭弘、邓锡铭 1995 中国科学, A 辑 **25** 273]
- [6] Cao Q, Deng X M, Guo H 1996 *Sci. China Ser. A* **26** 437 (in Chinese) [曹清、邓锡铭、郭弘 1996 中国科学, A 辑 **26** 437]
- [7] She W L, Wu S S, Guo H, Hu W 1999 *Sci. China Ser. A* **29** 667 (in Chinese) [余卫龙、吴深尚、郭弘、胡巍 1999 中国科学, A 辑 **29** 667]
- [8] Tan K B, Liang C H, Shi X W 2008 *Sci. China Ser. G* **51** 1826 (in Chinese) [谭康伯、梁昌洪、史小卫 2008 中国科学, G 辑 **51** 1826]
- [9] Goldstein H 1950 *Classical Mechanics* (Reading, MA: Addison-Wesley) Chap. 6, 7, 9

Electromagnetic field boundary conditions on moving interfaces in high frequency case

Tan Kang-Bo[†] Liang Chang-Hong

(National Key Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 14 November 2008; revised manuscript received 19 December 2008)

Abstract

The electromagnetic properties of the moving media interface in a high frequency range is analysed and the dependence of generalized refraction on frequency is obtained based on special relativity.

Keywords: moving media interface, special relativity, generalized refraction, frequency

PACC: 0350D, 0420, 4265J

[†] E-mail: kbstan@mail.xidian.edu.cn