

# 带有 $2+1$ 味道 Wilson 费米子的格点量子色动力学 在有限温度、有限密度下的相变 \*

陈贺胜<sup>†</sup>

( 扬州大学物理科学与技术学院 扬州 225009 )  
( 2008 年 8 月 26 日收到 , 2009 年 1 月 28 日收到修改稿 )

利用格点规范理论研究了带有  $2+1$  味道费米子的量子色动力学在有限密度及温度下的相变问题 , 研究了去禁闭相变与化学势和裸质量参数之间的依赖关系 , 并利用有限体积效应分析以及 Monte Carlo 模拟的演化序列所反映出的特点对相变的类型做了确认 , 给出了相结构图 .

关键词 : 格点量子色动力学 , 相变

PACC : 0370 , 1110N , 1110W

## 1. 引言

研究夸克禁闭-去禁闭相变和手征相变问题一直是高能物理领域探讨的热点 , 这对人们了解宇宙起源以及高密度星体内部的物质形态都有重要的现实意义 , 而伴随国内外高能重离子对撞实验领域的不断进展 , 在高能强子对撞实验中有可能直接观察到夸克从禁闭相转变为去禁闭相 , 变成夸克胶子等离子体 ( QGP ) 和其他新的物质形态<sup>[1,2]</sup> , 这方面的工作在理论上和实验的进展 , 必然将我们对物质的基本结构的研究推向新的高度 .

量子色动力学 ( QCD ) 是描述强相互作用成功的理论 , 由于 QCD 是非阿贝尔规范理论 , 具有渐近自由性 , 这使得它在高能区的应用较为成功 , 而在低能区为非微扰区域 , 传统的微扰理论不再适用 . 格点规范理论 ( LQCD ) 是一种研究 QCD 非微扰现象的有效工具 , 随着超级计算机技术的迅猛发展以及数值计算理论的改进 , 该理论已经成为现阶段研究 QCD 非微扰现象被广泛采用的工具 . 在利用格点规范理论研究 QCD 时 , 由于要将时间、空间离散化为格子 , 这个过程中会破坏空间原有的对称性 , 并引入了新的立方点对称性 . 在格子上 , 费米子作用量不仅破坏了 QCD 的手征对称性 , 而且产生了多余种类的费米子 , 即所谓的费米子加倍问题 . 为了消除这些问题 , 在格点空间 , 一些新的修正费米子作用量被提了出来 .

来 Staggered 费米子和 Wilson 费米子是两种最常用作用量 . Staggered 费米子解决了手征对称破坏的问题 , 但没有完全解决费米子加倍问题 , 所以计算时 , 一般人为地对费米子味道数简单地作除 4 处理 , 从而达到解决费米子加倍问题 , 但对这样的操作很难进行理论解释 , 且当费米子味道数并非 4 的倍数时 , 这种操作根本就无法进行 , 这种操作还会带来费米子作用量局域化问题<sup>[3]</sup> , 这给采用 Monte Carlo ( MC ) 方法模拟带来困难 . Wilson 费米子作用量不存在费米子加倍问题 , 但没有解决手征对称破坏问题 , 所以 , 在研究手征相变时 , 国际上习惯采用 Staggered 费米子作用量 , 而计算粒子质量谱时 , 一般习惯采用 Wilson 费米子作用量 . 由于 Staggered 费米子存在的问题 , 我们尝试采用 Wilson 费米子作用量来研究 QCD 相变问题 . 过去的研究结果一般认为 , QCD 的手征相变点与禁闭-去禁闭相变点是一致的 , 利用 Wilson 费米子作用量方案 , 通过研究 QCD 的禁闭-去禁闭相变来确定手征相变点应该是可行的 . 我们最初利用这种思路研究了 4 个味道的 QCD 相变问题 , 结果与采用 Staggered 费米子作用量方案得到的手征相变的性质完全一致<sup>[4]</sup> . 我们也做过两个味道的 QCD 相变问题的研究 , 结果也基本与用 Staggered 费米子作用量方案的结果一致<sup>[5]</sup> .

上述研究 , 为了计算上的方便以及简化计算量 , 一般忽略  $s$  夸克的影响 , 将  $s$  夸克的质量理解为无限大 , 从而使得在热力学配分函数中  $s$  夸克的权重

\* 扬州大学校基金资助的课题 .

† E-mail : chenjs@yzu.edu.cn

因子趋于0,但严格来说,  $u, d$  夸克的质量相差不大,而  $s$  夸克的质量要比  $u, d$  夸克大一个数量级以上,但却是有限的,它对费米子作用量贡献不能忽略,所以就产生了所谓的  $n+1$  味道,  $n$  代表  $u, d$  夸克的味道数, 1 代表  $s$  夸克的味道数,  $u, d$  夸克质量参数一般取值相同, 而  $s$  夸克的质量参数取值要大于  $u, d$  夸克. 本文主要就是针对  $2+1$  味道的 QCD 的相变性质加以讨论, 并给出初步的相结构示意图. 给出了格点 QCD 理论下 Polyakov 圈和手征凝聚的表达式和在不同化学势能和不同裸夸克质量条件下的计算结果, 并对计算结果进行了讨论.

## 2 理论模型

在规范场理论中, 对于正则系统, 正则配分函数  $\mathcal{Z}(V, T)$  表示为

$$Z = \int [dA\nu \mathbb{I} d\psi] [d\bar{\psi}] e^{-[S_G(A\nu) + S_F(A\nu, \psi, \bar{\psi})]}, \quad (1)$$

式中  $S_G$  为规范作用量

$$S_G(A\nu) = \frac{1}{2} \int_0^{1/T} d\tau \int_V d^3x F_{\mu\nu} F_{\mu\nu},$$

$S_F$  为费米子作用量

$$S_F(A\nu, \psi, \bar{\psi}) = \int_0^{1/T} d\tau \int_V d^3x \sum_{i=1}^{N_F} \bar{\psi}_i (\gamma_\mu D_\mu + m_i - \mu \gamma_4) \psi_i,$$

这里  $m_i$  为费米子质量,  $D_\mu$  为规范场协变导数. 在格点上, 正则配分函数  $Z$  被重新表示为

$$Z = \int [dU] \prod_{i=1}^{N_F} \det M(U) e^{-\beta S_G(U)}, \quad (2)$$

这里  $\kappa_i = 1/(8 + 2am_i)$  为裸夸克质量参数,  $a$  为格点的格距,  $\mu$  为化学势. 而规范作用量  $S_G$  表示为

$$S_G(U) = -\beta \sum_{\mu, \nu < \mu} P_{\mu, \nu}(U), \quad (3)$$

式中  $\beta$  是含有耦合常数的因子,  $\beta = 6/g^2$ ,  $P_{\mu, \nu}(U)$  为格子空间中链变量沿一个方格子有序的闭合乘积,

$$P_{\mu, \nu}(U) = \frac{1}{3} \text{Tr} \text{Re} [U_\mu(x) U_\nu(x + \hat{\mu}) \times U_\nu^\dagger(x + \hat{\mu}) U_\mu^\dagger(x)], \quad (4)$$

$\hat{\mu}, \hat{\nu}$  为格子空间中一个方格上两个垂直边的方向矢量. 对于带有 Wilson 费米子的 QCD, 费米子作用量  $S_F$  表示为

$$S_F(U, \psi, \bar{\psi}) = \bar{\psi} M \psi, \quad (5)$$

这里  $M$  为费米子矩阵

$$\begin{aligned} M(U)_{xy} = & \delta_{xy} - \kappa \left\{ \sum_{j=1}^3 [(1 - \gamma_j) U_j(x) \delta_{x, y-j} + \right. \\ & (1 + \gamma_j) U_j^\dagger(x - \hat{j}) \delta_{x, y+\hat{j}}] \\ & + [(1 - \gamma_4) e^{i\mu} U_4(x) \delta_{x, y-4} \right. \\ & \left. \left. + (1 + \gamma_4) e^{-i\mu} U_4^\dagger(x - \hat{4}) \delta_{x, y+\hat{4}}] \right\}, \quad (6) \end{aligned}$$

当  $\mu = 0$  时,  $\det M(U)$  是实正定的, 我们可以采用 MC 重点抽样法模拟 QCD 的热力学性质; 而当  $\mu \neq 0$  时,  $\det M(U)$  是复数, 标准的 MC 重点抽样法不再适用. 为此, 一些改进方法被提了出来, 常用的有加权 MC 重点抽样法和纯虚化学势方法, 由于纯虚化学势方法相对其他方法计算量较小, 本文采用此方法研究有限温度、有限密度 QCD 相变, 但此方法存在无法计算大化学势的问题.

QCD 是一种渐近自由的非阿贝尔规范理论, 两个静态夸克之间的作用强度反映出夸克所处的状态, 而在格点上, 一般采用 Polyakov 圈来定量表示静态夸克之间的作用强度. Polyakov 圈定义为

$$P(x) = \text{Tr} \left[ \prod_{t=0}^{N_t-1} U_4(x, t) \right], \quad (7)$$

通过测量 Polyakov 圈, 可以研究夸克所处的状态: 当夸克处于禁闭相时  $P(x) \approx 0$ , 当夸克处于去禁闭相时  $P(x) \neq 0$ , 因此, Polyakov 圈一般被用作 QCD 禁闭-去禁闭相变的序参量. 另外, 手征对称是 QCD 的重要对称性, 在低温下, QCD 发生自发破缺, 而在高温下, 手征对称得以恢复. 在格点上, 一般用手征凝聚作为度量手征对称破缺的序参量, 手征凝聚定义为

$$\begin{aligned} \bar{\psi} \psi &= \frac{1}{Z} \int [dU] \mathbb{I} d\bar{\psi} \mathbb{I} d\psi \bar{\psi} \psi e^{-S_G - S_F} \\ &= \frac{1}{ZVN_t} \int [dU] \text{Tr}(M^{-1}(U)) \\ &\quad \times (\text{Det } M(U))^{\frac{N_F}{2}} e^{-S_G}, \quad (8) \end{aligned}$$

在连续极限下(格距  $a \rightarrow 0$ ), 若  $\bar{\psi} \psi \neq 0$  意味着 QCD 发生手征对称自发破缺. 而根据现在的理解, 发生手征自发破缺的同时发生夸克色禁闭态的转变. 现在所有结果说明, 处于禁闭相的夸克是手征自发破缺的, 而在去禁闭相, 手征对称恢复.

对于相变点及相变类型的判别, 本文主要采用以下几个方法: 一个是扫描序参量, 通过观察序参量的突然变化来确定相变的发生点; 第二个利用序参量在相变点涨落很大的性质, 通过测量序参量的涨落, 将序参量的涨落的峰值点确定为相之间的转变点. 在确定了转变点后, 接下来要确定转变的类型, 一个直接的办法采用有限体积效应分析, 而对于一

级相变,还可以通过观察序参量的演化序列是否出现明显的平台来判断一级相变的发生。

### 3. 计算结果及讨论

由于计算条件限制,为了减少计算量,我们采用了标准的 R 算法来作 QCD 的模拟计算<sup>[6]</sup>。将格点大小定为  $V \times N_t = 8^3 \times 4$ , 在利用有限体积效应确定相变类型时, 我们还选取了  $10^3 \times 4, 12^3 \times 4, 16^3 \times 4$ , 由于计算量的限制, 再大的格点我们没有再尝试计算。 $u, d$  夸克的质量参数  $\kappa_1$  在  $0.16\text{--}0.20$  范围做了扫描, 以确定相变在不同质量参数下的发生点。 $s$  夸克的质量参数  $\kappa_2$  定为  $0.08$ (下面的讨论中就不再强调  $\kappa_2$  的取值), 在计算过程中, 这个值远比  $u, d$  夸克的质量参数  $\kappa_1$  小得多。也就是说,  $s$  夸克的质量被定得比  $u, d$  夸克的质量大得多, 这样的结果有可能会比较接近两个味道的情况。另外, 由于 R 算法计算结果与微正则步长  $\Delta\tau$  有关, 在对计算量与精度折中后, 我们定  $\Delta\tau = 0.02$ 。当  $\kappa_1$  远离手征点时, 一般作 40000 次模拟, 每 20 次测量一个组态, 在转变点附近, 对模拟次数和测量组态数都做了加倍, 而当  $\kappa_1$  靠近手征点时, 由于测量的涨落很大, 测量组态数还要再加倍。

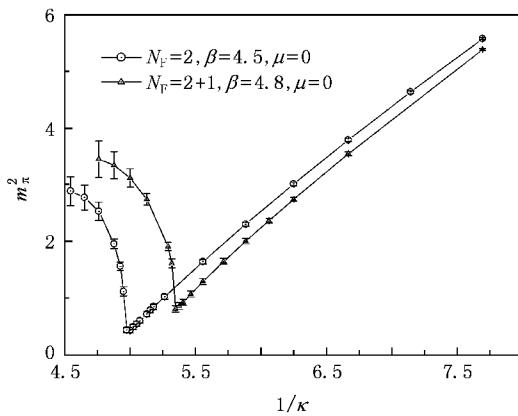


图 1 0 化学势时,  $V \times N_t = 8^3 \times 10 \times 4$  格子空间上  $\pi$  介子屏蔽质量谱

我们在  $\beta$  靠近相变点时计算了 0 化学势下的  $\pi$  介子的屏蔽质量谱, 参数定为  $a\mu_1 = 0, \beta = 4.8$ , 结果如图 1。在此参数下, 手征对称性自发破缺和恢复的相变点(简称手征点)的质量参数  $\kappa_{\text{chiral}} \approx 0.20$ 。

我们将  $\kappa_{\text{chiral}} \approx 0.20$  作为手征点的参考值。在远离手征点时, 取  $\kappa_1 = 0.16$ , 对不同的虚化学势  $a\mu_1$  时, 我们测量了 Polyakov 圈  $|P(x)|$  以及其相应的涨落  $\chi_{|P(x)|}$  随参数  $\beta$  的变化, 如图 2, 3 所示。随着  $\beta$

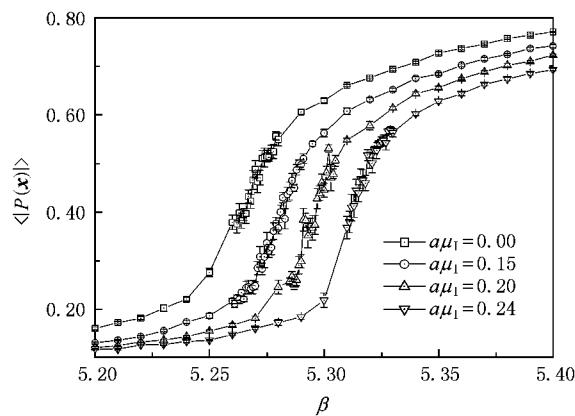


图 2 不同化学势时  $|P(x)|$  随参数  $\beta$  的变化  $\kappa_1 = 0.16$

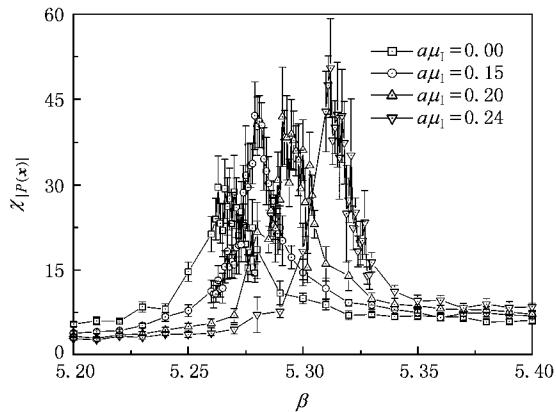


图 3 不同化学势时  $\chi_{|P(x)|}$  随参数  $\beta$  变化  $\kappa_1 = 0.16$

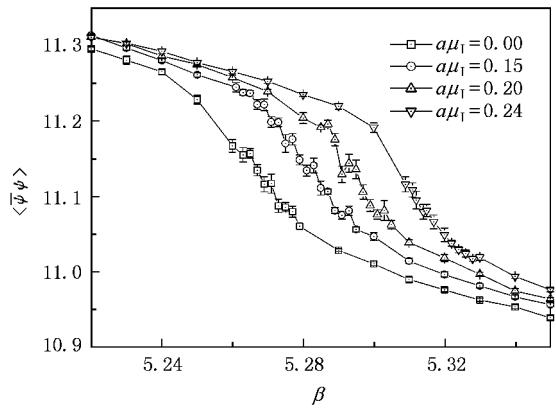
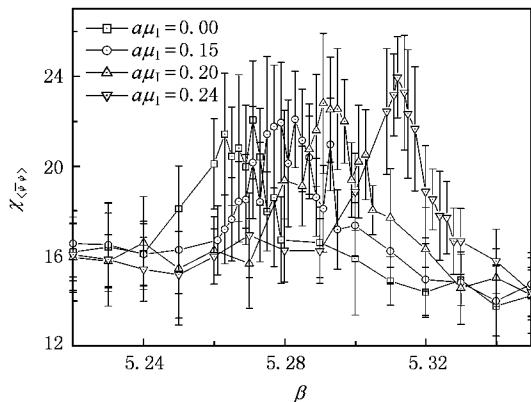


图 4 不同化学势时  $\bar{\psi}\psi$  随参数  $\beta$  的变化  $\kappa_1 = 0.16$

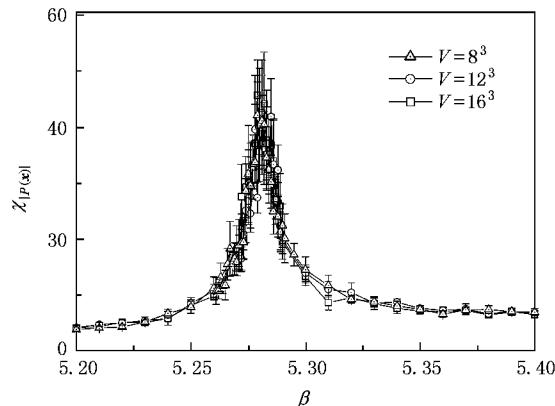
增加,  $|P(x)|$  单调递增, 当  $\beta \rightarrow 0$ ,  $|P(x)| \rightarrow 0$ , 当  $\beta \approx 5.25\text{--}5.35$ ,  $|P(x)|$  出现突然地快速攀升, 然后平稳增加, 由此判断, 在  $\beta \approx 5.25\text{--}5.35$  附近, QCD 有可能发生了热力学性质的转变, 同时,  $\chi_{|P(x)|}$  在  $\beta \approx 5.25\text{--}5.35$  附近出现明显的尖峰, 这

图5 不同化学势时  $\chi_{\bar{\psi}\psi}$  随  $\beta$  的变化  $\kappa_1 = 0.16$ 

说明夸克在此参数点附近应该存在着相互作用形式的突变。另外，我们测量手征凝聚以及相应的涨落（见图4.5）。结果很明显，当  $\beta$  增加时，手征凝聚  $\bar{\psi}\psi$  单调减小，在  $\beta \approx 5.25$ — $5.35$  附近出现明显的陡落，比较图5，很明显， $\chi_{\bar{\psi}\psi}$  也在这个参数附近出现明显峰值。显然，在此参数附近，QCD 发生了禁闭-去禁闭相以及手征相的转变，根据序参量的结果可以判断，在  $\beta$  较小时，系统是手征自发破缺的，且费米子处于禁闭态，而在  $\beta$  较大时，夸克禁闭被解除，同时手征对称恢复。另外，比较  $|P(x)|$  和  $\bar{\psi}\psi$  的结果，虽然两者都在同样的参数域出现突变，但  $\bar{\psi}\psi$  的变化要平缓得多，且  $\chi_{\bar{\psi}\psi}$  的峰值的高度也要小许多，且当  $\beta \gg 5.35$  时， $\bar{\psi}\psi$  明显远远偏离0点，这与 Staggered 费米子作用量模拟的结果不同。这是由于在格点空间 Wilson 费米子作用量破坏了手征对称性，在有限格距下，Wilson 费米子作用量没有手征对称性，所以，即使在高温时 QCD 的手征对称性已经恢复，但表征手征对称的序参量  $\bar{\psi}\psi$  也不为0，但利用 Staggered 费米子作用量得到的结果却近似为0，所以，对于 Wilson 费米子作用量， $\bar{\psi}\psi$  并不是衡量手征对称性相变的好序参量，但通过观察  $\bar{\psi}\psi$  的突变，依然可以利用它来研究手征对称性的突变。

为了确定相变类型，最直接的方法是在相变点作有限体积效应分析，但计算量比较大。这里，我们分别选取了格点体积为  $8^3 \times 4, 12^3 \times 4, 16^3 \times 4$ ，然后，我们将参数  $\kappa_1$  固定为 0.16，使之远离手征点，然后计算在不同格点体积时，转变点处的序参量的涨落与格点体积之间的关联关系。由图6可以看出， $\chi_{|P(x)|}$  与格点体积之间没有明显的关联，而相变点

的位置也没有随格点体积不同发生明显的飘移，计算结果表明，在虚化学势能为零、 $\kappa_1 = 0.16$  时，发生的转变应该只是连续型过渡。

图6 不同格点体积时  $\chi_{|P(x)|}$  随参数  $\beta$  的变化  $\kappa_1 = 0.16$ 

接下来，我们增加参数  $\kappa_1$  的取值，逐渐使其靠近手征点，并将虚化学势  $a\mu_1$  固定为 0.15，从 0.16 到 0.19 分别选取不同的  $\kappa_1$ ，然后扫描参数  $\beta$ ，计算  $P(x)$ （见图7.8）。可以看出，当  $\kappa_1$  趋近手征点时，序参量  $|P(x)|$  和  $\chi_{|P(x)|}$  的变化规律与  $\kappa_1 = 0.16$  时的情形类同。对比图7.8，很明显， $\kappa_1$  越靠近手征点，序参量  $|P(x)|$  变化的速率就越快，而涨落  $\chi_{|P(x)|}$  在相变点的峰值也就越尖锐、陡峭。为了进一步确定相变类型，首先对  $\kappa_1 = 0.17, a\mu_1 = 0.15$  时做了体积效应分析，图9为序参量  $P(x)$  的涨落值  $\chi_{|P(x)|}$  随  $\beta$  的变化，从图中可以看出， $\chi_{|P(x)|}$  的峰值处很尖锐，而且位置随不同的体积发生漂移。在有限体积下，对于二级相变， $\chi_{\max} \propto V^\alpha, \alpha < 1$ 。而我们的结果拟合  $\chi_{\max} \propto V^\alpha, \alpha < 1$  得  $\alpha \approx 0.5$ 。这说明，在此参数下，禁闭-去禁闭相的转变接近于二级相变。

增加参数  $\kappa_1$  的取值，取  $\kappa_1 = 0.175$  和  $\beta = 5.10$ ，图10是序参量  $|P(x)|$  的 MC 模拟演化序列，图11为相应的分布密度图，在图10中可以看到在  $|P(x)| \approx 0.25$  和  $|P(x)| \approx 0.55$  两个平台交替出现，并在分布密度图上出现明显的双峰结构，这预示着在这个参数点，QCD 出现一级相变的特点。我们的模拟计算说明，越靠近手征点，MC 模拟的演化序列图上的平台会越宽，而分布密度的双峰结构也会越尖锐明显。这说明，当小的虚化学势下，增加  $\kappa_1$  使之从远小于手征点的参数趋近手征点，我们可以观察到 QCD 的禁闭-去禁闭转变会从连续性过渡历经二级相变转变为一级相变。

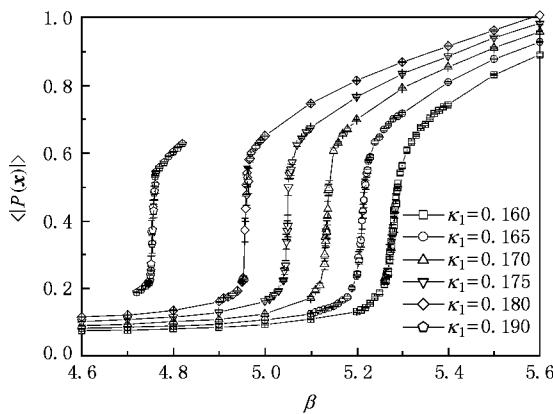


图 7  $\kappa_1$  不同取值时,  $|P(x)|$  随参数  $\beta$  的变化  $a\mu_1 = 0.15$

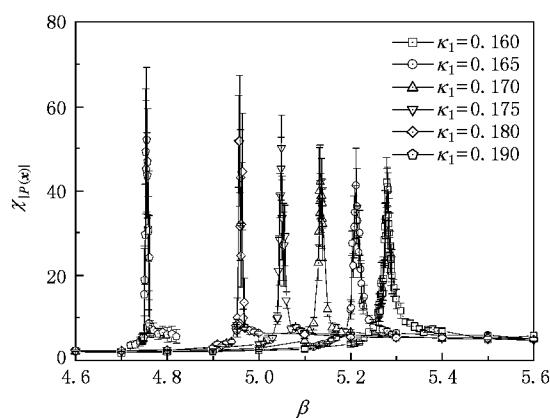


图 8  $\kappa_1$  不同取值时,  $\chi_{|P(x)|}$  随参数  $\beta$  的变化  $a\mu_1 = 0.15$

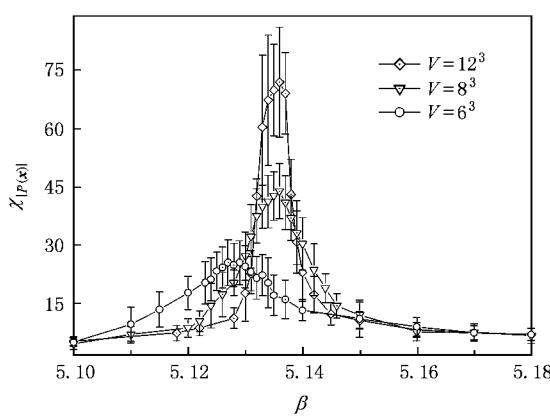


图 9 不同格点体积时  $\chi_{|P(x)|}$  随参数  $\beta$  的变化  $\kappa_1 = 0.17$ ,  $a\mu_1 = 0.15$

对于不同的虚化学势,利用  $|P(x)|$  函数的突变以及  $\chi_{|P(x)|}$  的峰值点(见图 3, 5),可以比较精确地确定转变点的位置,将不同虚化学势下得到的转变点标注于参数空间( $a\mu_1, \beta$ )上,就给出了在参数空间( $a\mu_1, \beta$ )上的转变线  $\beta_c(a\mu_1)$ ,这条转变线对应

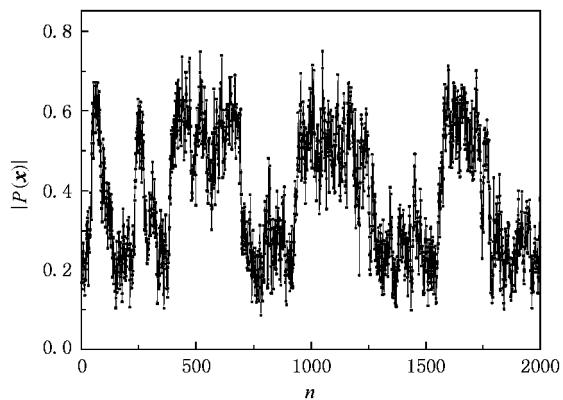


图 10  $a\mu_1 = 0.15$ ,  $\kappa_1 = 0.175$  时,  $|P(x)|$  的 MC 模拟的演化序列

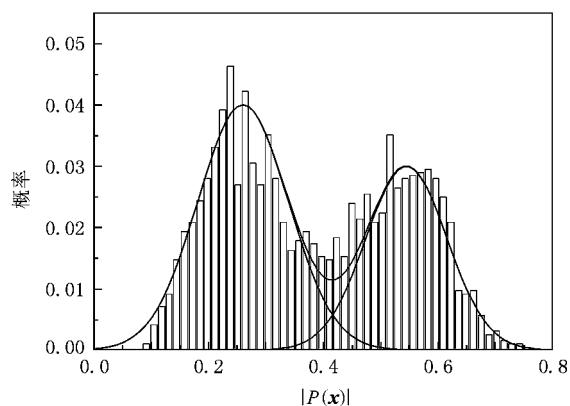


图 11 对应于图 10 MC 模拟序列的  $|P(x)|$  的分布密度 实线为高斯拟合曲线

于虚化学势下的转变线.对于小的虚化学势,可以将虚化学势下的转变线作 Taylor 展开并保留到二阶项后得

$$\beta_c = C_0 + C_1(a\mu_1)^2 + O(a^4\mu_1^4), \quad (9)$$

展开系数  $C_0, C_1$  可以由测量结果拟合得到.然后,对 Taylor 展开式中的虚化学势  $\mu_1$  替换为实化学势  $-i\mu$  就可以将虚化学势下的相变曲线外推到实化学势下的相变曲线

$$\beta_c = C_0 - C_1(a\mu)^2 + O(a^4\mu^4). \quad (10)$$

在手征点附近  $\kappa_1 = 0.19$ ,由我们的计算结果拟合得  $C_0 = 4.746(5)$ ,  $C_1 = 0.406(21)$ .根据格距  $a$  和参数  $\beta$  之间的重整化关系,格距  $a$  的两圈微扰展开可以表示为

$$a\Lambda_L = \exp \left[ -\frac{4\pi^2}{33 - 2N_F} \beta + \frac{459 - 57N_F}{(33 - 2N_F)^2} \ln \left( \frac{8\pi^2}{33 - 2N_F} \beta \right) \right]. \quad (11)$$

这里  $\Lambda_L$  为标度常量.在格点中,温度  $T$  为  $T = 1/$

( $aN_T$ )这样,在( $\mu, \beta$ )参数空间中的转变线就转变为( $\mu, T$ )参数平面上的转变线。若 $T_c$ 为0化学势时的转变点,则图12显示了靠近手征限时的转变线。图中的实心圆为一级相变的临界点 $\mu_B^c$ ,若取 $T_c \approx 163$  MeV,则 $\mu_B^c \approx (270 \pm 20)$  MeV,当 $\mu_B < \mu_B^c$ 时,QCD禁闭-去禁闭态的转变为连续性过渡,而 $\mu_B > \mu_B^c$ 时的转变线为一级相变线。

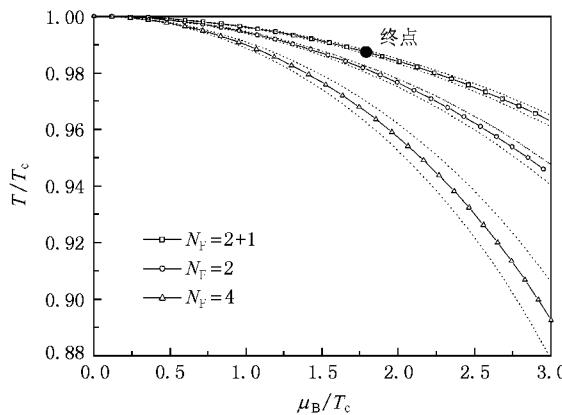


图12 在( $\mu_B, T$ )参数空间上的转变线图 两条虚线之间为误差带 空心方格线对应于 $\kappa_1 = 0.16$ 的2+1味道Wilson费米子QCD转变线 实心圆点为一级相变与连续性过渡之间的临界点;空心三角线对应于质量 $m_q = 0.05$ 的4个味道QCD的转变线<sup>[7]</sup>;空心圆线为质量 $m_q = 0.025$ 的2个味道Staggered费米子QCD的转变线<sup>[8]</sup>

## 4. 结 论

本文利用格点规范理论讨论了带有一个超重s夸克和两个u,d轻夸克的QCD在有限温度、有限密度下的相变问题。由于选取的s夸克的质量很大,这种情形给出的定量结果有许多类似于2个味道的QCD的结果,但其禁闭-去禁闭相变行为与2个味道的QCD有着明显的差别。首先,在小化学势下,当参数 $\kappa_1$ 远小于手征点时,2+1味道的QCD只存在连续性过渡,在增加参数 $\kappa_1$ 使之从远离手征点逐渐靠近手征点的过程中,可以观察到2+1味道QCD的禁闭-去禁闭相变由连续性过渡历经二级相变转变为一级相变,这说明,在小化学势、高温下,强子到QGP相变可能为一级相变,而2味道QCD只发现二级相变的存在<sup>[5]</sup>。

由于计算量的问题,首先在体积效应分析时,我们没有对特别大的格点体积作计算,而小体积的结果对格点体积的变化较为敏感。另外,标准R算法与微正则步长相关,虽然我们选择的步长已经很小,但在趋近手征限时误差还是比较大的。所以,我们对相变性质下的结论还只能说是参考,进一步的确认还需要做更多的计算加以确定。

- 
- [1] Murray M J 2004 *J. Phys. G* **30** S667
  - [2] Arsene I 2005 *Nucl. Phys. A* **757** 1
  - [3] Neuberger H 2004 *Phys. Rev. D* **70** 097504
  - [4] Chen H S, Luo X Q 2005 *Phys. Rev. D* **72** 034504
  - [5] Wu L K, Luo X Q, Chen H S 2007 *Phys. Rev. D* **76** 034505
  - [6] Gottlieb S A, Liu W, Toussaint D, Renken R L, Sugar R L 1987 *Phys. Rev. D* **35** 2531
  - [7] D'Elia M, Lombardo M P 2003 *Phys. Rev. D* **67** 014505
  - [8] de Forcrand P, Philipsen O 2002 *Nucl. Phys. B* **642** 290

# Phase transition of lattice quantum chromodynamics with $2+1$ flavor fermions at finite temperature and finite density<sup>\*</sup>

Chen He-Sheng<sup>†</sup>

( College of Physics Science and Technology , Yangzhou University ,Yangzhou 225009 ,China )

( Received 26 August 2008 ; revised manuscript received 28 January 2009 )

## Abstract

Quantum chromodynamics with  $2+1$  flavor fermions at finite temperature and finite density was studied. Polyakov loop and chiral condensate were used to determine the dependence of the phase transition on the chemical potential and hop parameter. Finite volume scaling and Monte Carlo simulation were adopted to determine the type of phase transition. It was found that the transition between confined phase and deconfined phase varied from crossover to a first order one while the hop parameter  $\kappa_1$  increased from a small value to nearly the chiral limit. The phase diagram was also presented.

**Keywords** : lattice quantum chromodynamics , phase transition

**PACC** : 0370 , 1110N , 1110W

\* Project supported by the Foundation of Yangzhou University , China.

† E-mail :chenjs@yzu.edu.cn