

原子-异核-三聚物分子转化系统 暗态的动力学不稳定性*

孟少英^{1)†} 吴 炜²⁾ 刘 彬¹⁾

1) 中国工程物理研究院北京研究生部, 北京 100088)

2) 辽宁大学物理学院, 沈阳 110036)

(2008 年 12 月 18 日收到, 2009 年 1 月 12 日收到修改稿)

研究了受激拉曼绝热过程中原子-异核-三聚物分子转化系统暗态的动力学稳定性. 通过将量子哈密顿对应到经典哈密顿, 并求解和分析线性化经典运动方程后得到的哈密顿-雅克比矩阵本征值, 解析地得到了原子-三聚物暗态的动力学不稳定性发生的条件. 并以异核原子⁸⁷Rb 和⁴¹K 混合凝聚体为例, 数值地给出了系统发生动力学不稳定性的区域. 研究发现, 这种动力学不稳定性是由粒子之间的相互作用带来的. 此外, 还发现系统动力学不稳定性的发生不仅与哈密顿-雅克比矩阵是否出现实数或复数的本征值有关, 还与外场扫描速率有关.

关键词: 原子-异核-三聚物分子转化系统, 暗态, 受激拉曼绝热过程, 动力学不稳定性

PACC: 3280P, 3380P, 4250

1. 引 言

超冷分子的产生对研究分子物质波^[1-4]、强相互作用超流^[5]、高精分子谱^[6]及相干分子光学^[7]等具有重要的意义. 利用 Feshbach 共振^[8,9]和光缔合^[10]这两种技术可以将原子玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)转化为双原子分子或者是更复杂的分子凝聚体^[11,12]. 为了使冷原子以更高的效率转化成稳定束缚分子, 受激拉曼绝热过程(STIRAP)即暗态技术^[13-19]作为一种更加有效的方法被提了出来.

然而, 在原子-分子混合 BEC 的 STIRAP 过程中, 粒子之间的非线性碰撞在某些参量区域会使系统的动力学发生不稳定性^[20]. 这种动力学不稳定性会使得系统在 STIRAP 过程中不能跟随暗态绝热演化, 从而降低原子-分子转化效率. 因此, 要想成功地实施 STIRAP 技术, 避免这种动力学不稳定性的发生变得至关重要. 文献[18,19]基于原子-二聚物分子转化系统暗态的集体激发谱是否出现复数频率, 研究了该系统的动力学不稳定性. 最近, 文献[21]将 STIRAP 技术推广用于产生更加复杂的异核三聚物分子凝聚体, 并讨论了该系统暗态的动力学. 然而,

作者忽略了一个非常重要的问题, 即对该系统暗态的动力学稳定性加以讨论.

本文对原子-异核-三聚物分子转化系统暗态的动力学稳定性加以分析. 通过将该系统量子哈密顿对应到经典哈密顿, 并求解和分析线性化经典运动方程后得到的哈密顿-雅克比矩阵本征值, 解析地得到了原子-三聚物暗态的动力学不稳定性发生的条件. 并以⁸⁷Rb 和⁴¹K 混合凝聚体系统为例, 数值地给出了该系统发生动力学不稳定性的区域. 研究发现, 与原子-二聚物分子转化系统^[18,19]相似, 原子-异核-三聚物分子转化系统的动力学不稳定性也是由粒子之间的相互作用带来的. 此外, 还发现系统动力学不稳定性的发生不仅与哈密顿-雅克比矩阵是否出现实数或复数的本征值有关, 还与外场扫描速率有关.

2. 模 型

考虑原子-三聚物分子转化系统^[21]. 其中, 异核三聚物分子 A_2B 通过两种不同的反应路径(AA-通道和 AB-通道)形成. 两种路径分别先通过 Feshbach 共振将两个原子结合成二聚物分子(A_2 或 AB), 二

* 国家自然科学基金(批准号: 30674174, 10604009)和辽宁省自然科学基金(批准号: 20072054)资助的课题.

† E-mail: shaoyingmeng@yahoo.com.cn

聚物分子再与另外一个原子通过光缔合成三聚物分子 A_2B . 若定义原子-二聚物的 Feshbach 耦合强度和二聚物-三聚物的耦合 Rabi 频率分别为 λ' 和 Ω' , 失谐量分别为 δ 和 Δ , 那么考虑 s-波散射后, 系统在旋波近似下的二次量子化哈密顿量可以表示成

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}} + \hat{H}_{\text{couple}}, \quad (1)$$

其中

$$\hat{H}_0 = -\hbar[\delta\hat{\phi}_d^\dagger\hat{\phi}_d + (\delta + \Delta)\hat{\phi}_g^\dagger\hat{\phi}_g], \quad (2)$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hbar\sum_{i,j}\chi'_{ij}\hat{\phi}_i^\dagger\hat{\phi}_j^\dagger\hat{\phi}_i\hat{\phi}_j. \quad (3)$$

对于两种不同的反应路径, 耦合哈密顿量分别表示为

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{couple}}^{\text{AA}} = & -\hbar[\lambda'_1(\hat{\phi}_d^\dagger\hat{\phi}_a\hat{\phi}_a + h.c.) \\ & - \Omega'_1(\hat{\phi}_g^\dagger\hat{\phi}_d\hat{\phi}_b + h.c.)], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{couple}}^{\text{AB}} = & -\hbar[\lambda'_2(\hat{\phi}_d^\dagger\hat{\phi}_a\hat{\phi}_b + h.c.) \\ & - \Omega'_2(\hat{\phi}_g^\dagger\hat{\phi}_d\hat{\phi}_a + h.c.)]. \end{aligned}$$

上面的方程中, 上标 AA 和 AB 用来区别两种反应路径, $\hat{\phi}_i$ 和 $\hat{\phi}_i^\dagger$ 分别为态 $|i\rangle$ 的湮灭和产生算符, χ_{ij} 表示粒子间的两体相互作用强度. $\chi'_{ii} = 4\pi\hbar a_i/m_i$, $\chi'_{ij} = \chi'_{ji} = 2\pi\hbar a_{ij}/m_{ij}$ ($i \neq j$, χ_{a_i} , a_{ij} 为 s-波散射长度, m_i 为粒子质量, m_{ij} 为约化质量). 同文献 [15], 为了两种原子(原子 A 和原子 B)的粒子数守恒, 引入系统的巨正则哈密顿量 \hat{K} ,

$$\hat{K} = \hat{H} - \hbar\mu_a\hat{N}_a - \hbar\mu_b\hat{N}_b, \quad (5)$$

其中 $\hbar\mu_a$, $\hbar\mu_b$ 分别为原子 A 和原子 B 的化学势, 而 \hat{N}_a , \hat{N}_b 分别为原子 A 和原子 B 的总粒子数算符.

对于 AA-通道,

$$\begin{aligned} \hat{N}_a &= \hat{\phi}_a^\dagger\hat{\phi}_a + 2\hat{\phi}_d^\dagger\hat{\phi}_d + 2\hat{\phi}_g^\dagger\hat{\phi}_g, \\ \hat{N}_b &= \hat{\phi}_b^\dagger\hat{\phi}_b + \hat{\phi}_g^\dagger\hat{\phi}_g. \end{aligned} \quad (6)$$

对于 AB-通道,

$$\begin{aligned} \hat{N}_a &= \hat{\phi}_a^\dagger\hat{\phi}_a + \hat{\phi}_d^\dagger\hat{\phi}_d + 2\hat{\phi}_g^\dagger\hat{\phi}_g, \\ \hat{N}_b &= \hat{\phi}_b^\dagger\hat{\phi}_b + \hat{\phi}_d^\dagger\hat{\phi}_d + \hat{\phi}_g^\dagger\hat{\phi}_g. \end{aligned} \quad (7)$$

由巨正则哈密顿 \hat{K} , 可以很容易得到算符的运动方程. 利用平均场近似, 即将算符 $\hat{\phi}_i$ ($\hat{\phi}_i^\dagger$) 替换为 $c\sqrt{n}\phi_i$ ($\sqrt{n}\phi_i^*$). 其中, n 为总粒子数密度. 对于 AA-通道, 可以得到下面的一组平均场 Gross-Pitaevskii (G-P) 方程 ($\hbar = 1$),

$$\begin{aligned} i\dot{\phi}_a &= (\omega_a - \mu_a)\phi_a - 2\lambda_1\phi_a^*\phi_d, \\ i\dot{\phi}_b &= (\omega_b - \mu_b)\phi_b + \Omega_1\phi_d^*\phi_g, \\ i\dot{\phi}_d &= (\omega_d - 2\mu_a - i\gamma - \delta)\phi_d \\ &\quad - \lambda_1\phi_a^2 + \Omega_1\phi_b^*\phi_g, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\dot{\phi}_g &= (\omega_g - 2\mu_a - \mu_b)\phi_g \\ &\quad - (\Delta + \delta)\phi_g + \Omega_1\phi_d\phi_b. \end{aligned} \quad (8)$$

对于 AB-通道, 平均场 G-P 方程变为

$$\begin{aligned} i\dot{\phi}_a &= (\omega_a - \mu_a)\phi_a - \lambda_2\phi_b^*\phi_d + \Omega_2\phi_d^*\phi_g, \\ i\dot{\phi}_b &= (\omega_b - \mu_b)\phi_b - \lambda_2\phi_a^*\phi_d, \\ i\dot{\phi}_d &= (\omega_d - \mu_a - \mu_b - i\gamma - \delta)\phi_d \\ &\quad - \lambda_2\phi_a\phi_b + \Omega_2\phi_a^*\phi_g, \\ i\dot{\phi}_g &= (\omega_g - 2\mu_a - \mu_b)\phi_g \\ &\quad - (\Delta + \delta)\phi_g + \Omega_2\phi_d\phi_a. \end{aligned} \quad (9)$$

在方程 (8) 和 (9) 中, $\omega_i = -2\sum_j\chi_{ij}|\psi_j|^2$, 而 $\chi_i = \chi'_i n$, $\chi_{ij} = \chi'_{ij} n$, $\lambda_i = \lambda'_i\sqrt{n}$, $\Omega_i = \Omega'_i\sqrt{n}$ 分别为重整化的量. 此外, 方程中的正比于 γ 的项用来表示二聚物分子的粒子数损失.

为了得到暗态解 (CPT state 解), 令 $\dot{x} \approx 0$ ($x = \phi_a, \phi_b, \phi_d, \phi_g$), $\phi_d = 0$. 同时利用两种粒子的粒子数守恒条件, 并令 $N_a = 2N_b = 2/3$, 可以得到如下的暗态解:

$$\begin{aligned} |\phi_g^0|^2 &= \frac{k\lambda_i/\Omega_i}{\mathfrak{I}[1 + k\lambda_i/\Omega_i]}, \\ |\phi_a^0|^2 &= 2|\phi_b^0|^2 = \frac{2}{3}(1 - 3|\phi_g^0|^2), \end{aligned} \quad (10)$$

其中, 对于 AA (AB-) 通道, $k = 4$, $i = 1$ ($k = 1$, $i = 2$). 两种通道对应于暗态解的化学势和双光子共振条件均为

$$\begin{aligned} \mu_a &= -\mathfrak{X}(\chi_{aa}|\phi_a^0|^2 + \chi_{ab}|\phi_b^0|^2 + \chi_{ag}|\phi_g^0|^2), \\ \mu_b &= -\mathfrak{X}(\chi_{ab}|\phi_a^0|^2 + \chi_{bb}|\phi_b^0|^2 + \chi_{bg}|\phi_g^0|^2), \\ \Delta_{\text{AA}} &= \Delta_{\text{AB}} = -\delta + \mathfrak{X}(2\chi_{ag} + \chi_{bg} - \chi_{gg})|\phi_g^0|^2 \\ &\quad + (4\chi_{aa} - 2\chi_{ag} + 4\chi_{ab} - \chi_{bg})|\phi_a^0|^2. \end{aligned} \quad (11)$$

由方程 (10) 和 (11), 可以得到如下结论: 通过动力学保持双光子共振条件, 并使 $t \rightarrow 0$, $\lambda/\Omega \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$, $\lambda/\Omega \rightarrow \infty$, 那么通过绝热演化过程, 就可将最开始处于原子态的粒子全部输运到三聚物分子束缚态上, 从而实现原子到异核三聚物分子的绝热转化.

3. 暗态的动力学稳定性

粒子间的非线性碰撞在某些参量区域会给系统动力学带来不稳定性, 使得最开始处于暗态上的真实演化态在绝热演化过程中很快地偏离暗态, 从而导致原子-分子转化效率降低. 因此, 在实施 STIRAP 技术时, 避免暗态上的动力学不稳定性的发生变得

至关重要.下面,我们将量子哈密顿对应到经典哈密顿^[22-29],并求解和分析线性化经典运动方程后得到的哈密顿-雅克比矩阵本征值^[30],来研究原子-三聚物分子转化系统暗态的动力学不稳定性.

首先,对于 AA-通道,利用正则变换: $\psi_a = x_a + iy_a$, $\psi_b = x_b + iy_b$, $\psi_d = x_d + iy_d$, $\psi_g = x_g + iy_g$.将方程(5)中的巨正则量子哈密顿量对应到下面的经典哈密顿量:

$$K = -\{\chi_{aa}(x_a^4 + 2x_a^2y_a^2 + y_a^4) + \chi_{bb}(x_b^4 + 2x_b^2y_b^2 + y_b^4) + \chi_{dd}(x_d^4 + 2x_d^2y_d^2 + y_d^4) + \chi_{gg}(x_g^4 + 2x_g^2y_g^2 + y_g^4) + 2\chi_{ab}(x_a^2 + y_a^2)(x_b^2 + y_b^2) + 2\chi_{ad}(x_a^2 + y_a^2)(x_d^2 + y_d^2) + 2\chi_{ag}(x_a^2 + y_a^2)(x_g^2 + y_g^2) + 2\chi_{bd}(x_b^2 + y_b^2)(x_d^2 + y_d^2) + 2\chi_{bg}(x_b^2 + y_b^2)(x_g^2 + y_g^2) + 2\chi_{dg}(x_d^2 + y_d^2)(x_g^2 + y_g^2) + \delta(x_d^2 + y_d^2) + (\Delta + \delta)(x_g^2 + y_g^2) + 2\lambda(x_d(x_a^2 + y_a^2) + 2x_a y_a y_d) - 2\Omega(x_g(x_b x_d - y_b y_d) + x_g(x_b y_d + y_b x_d))\} - \mu_a[x_a^2 + y_a^2 + \mathcal{X}(x_d^2 + y_d^2) + \mathcal{X}(x_g^2 + y_g^2)] - \mu_b(x_b^2 + y_b^2 + x_g^2 + y_g^2), \quad (12)$$

其中 x_i 表示正则动量, y_i 表示正则坐标,并满足偏微分方程: $\dot{x}_i = \frac{\partial K}{\partial y_i}$, $\dot{y}_i = -\frac{\partial K}{\partial x_i}$.由文献[21]可知,量子哈密顿的本征态对应经典哈密顿的不动点.那么令 $\dot{x}_i = 0$, $\dot{y}_i = 0$,可以解得对应于方程(10)中原子-三聚物暗态的不动点 $x_a = |\psi_a^0|^2$, $y_a = 0$, $x_b = |\psi_b^0|^2$, $y_b = 0$, $x_d = 0$, $y_d = 0$, $x_g = |\psi_g^0|^2$, $y_g = 0$.同时得到与方程(11)相同的化学势与双光子共振条件.对于 AB-通道,采用与上面相同的方法处理.这里不再给出.

不动点的动力学稳定性依赖于哈密顿-雅克比矩阵的本征值^[30].当哈密顿-雅克比矩阵的本征值为纯虚数时,系统的动力学是稳定的.否则,系统的动力学是不稳定的.令 $\chi_a = z_1$, $y_a = z_2$, $\chi_b = z_3$, $y_b = z_4$, $\chi_d = z_5$, $y_d = z_6$, $\chi_g = z_7$, $y_g = z_8$.那么,哈密顿-雅克比矩阵 J 的矩阵元可以简单地表示成: $J_{ij} = \frac{(-1)^j}{2} \frac{\partial^2 K}{\partial z_i \partial z_{j \pm 1}} \Big|_{\text{CPT}}$ 其中, i, j 分别是行指标和列指标,当 j 是奇数时,取“+”号;当 j 是偶数时,取“-”号.于是可以得到原子-三聚物转化系统与暗态对应的不动点附近的哈密顿-雅克比矩阵 J

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 4\chi_{aa}|\psi_a^0|^2 & 0 & 4\chi_{ab}|\psi_a^0||\psi_b^0| & 0 & \alpha & 0 & 4\chi_{ag}|\psi_a^0||\psi_g^0| \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4\chi_{ab}|\psi_a^0||\psi_b^0| & 0 & 4\chi_{bb}|\psi_b^0|^2 & 0 & \sigma & 0 & 4\chi_{bg}|\psi_b^0||\psi_g^0| \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & \sigma & 0 & -\zeta & 0 & -\nu \\ \beta & 0 & \eta & 0 & \zeta & 0 & \nu & 0 \\ 0 & 4\chi_{ag}|\psi_a^0||\psi_g^0| & 0 & 4\chi_{bg}|\psi_b^0||\psi_g^0| & 0 & -\nu & 0 & 4\chi_{gg}|\psi_g^0|^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \nu & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

其中对于 AA-通道, $\alpha = -\beta = 2\lambda_1|\psi_a^0|$, $\sigma = \eta = -\Omega_1|\psi_g^0|$, $\nu = \Omega_1|\psi_b^0|$, $\zeta = (4\chi_{aa} - 2\chi_{ad})|\psi_a^0|^2 + (4\chi_{ab} - 2\chi_{bd})|\psi_b^0|^2 + (4\chi_{ag} - 2\chi_{dg})|\psi_g^0|^2 - \delta$;对于 AB-通道, $\alpha = \lambda_2|\psi_b^0| - \Omega_2|\psi_g^0|$, $\beta = -\lambda_2|\psi_b^0| - \Omega_2|\psi_g^0|$, $\sigma = -\eta = -\lambda_2|\psi_a^0|$, $\nu = \lambda_2|\psi_a^0|$, $\zeta = -\delta + (\chi_{aa} + \chi_{ab} - 2\chi_{ad})|\psi_a^0|^2 + (\chi_{ab} + \chi_{bb} - 2\chi_{bd})|\psi_b^0|^2 + (\chi_{ag} + \chi_{bg} - 2\chi_{dg})|\psi_g^0|^2$.

通过计算,可以解析地得到哈密顿-雅克比矩阵 J 非零本征值 η_i 为

$$\eta_{1,2\pm} = i\omega_{1,2\pm} = \pm \frac{i}{\sqrt{2}} \sqrt{b \pm \sqrt{b^2 - c}},$$

$$b = \zeta^2 + 2\nu^2 - 2\alpha\beta - 2\sigma\eta$$

$$c = 4(\nu^4 - 2\alpha\beta\nu^2 - 2\sigma\eta\nu^2 + \alpha^2\beta^2 + \sigma^2\eta^2 + 2\alpha\beta\sigma\eta + 4\chi_{aa}\zeta\beta^2|\psi_a^0|^2 + 4\chi_{bb}\zeta\eta^2|\psi_b^0|^2 + 4\chi_{gg}\zeta\nu^2|\psi_g^0|^2 + 8\chi_{ab}\zeta\beta\eta|\psi_a^0||\psi_b^0| + 8\chi_{ag}\zeta\nu|\psi_a^0||\psi_g^0| + 8\chi_{bg}\zeta\eta\nu|\psi_b^0||\psi_g^0|), \quad (14)$$

其中 $\omega_{1,2\pm}$ 表示系统频率,这些频率与量子系统暗态

的 Bogoliubov 集体激发谱相同^[23,31]. $\eta_{1,2\pm}$ 为纯虚数时, 系统的动力学是稳定的. 而当 $\eta_{1,2\pm}$ 为实数或复数时, 系统的动力学是不稳定的. 对于两种通道, 方程(14)中的 $b = \delta^2 + \frac{2\Omega_j^2}{3} > c$ (对于 AA-通道, $l = 1, j = 1$ 对于 AB-通道, $l = 2, j = 2$). 那么, 系统动力学发生不稳定性的条件为: $c < 0$ 或者 $c > b^2$. 当忽略粒子间的相互作用时, 即 $\chi_{ij} = 0$ 时, $c = \frac{4l^2\Omega_j^4}{9}$, 满足 $b^2 > c$. 此时, $\eta_{1,2\pm}$ 对于两种通道都是纯虚数. 因此, 系统的动力学总是稳定的. 当考虑粒子间的相互作用时, 即 $\chi_{ij} \neq 0$ 时, 某些参量会使得 $c < 0$ 或者 $c > b^2$, 导致系统动力学发生不稳定性. 基于以上分析, 可以得到如下结论: 与原子-二聚物转化系统^[18,49]类似, 原子-三聚物转化系统的动力学不稳定性也是由粒子间的相互作用带来的.

下面考虑具体系统, 并研究这个系统动力学不稳定性发生的区域. 分别取 A 原子和 B 原子为⁴¹K 和⁸⁷Rb. 参见文献[21], 外场参量取为 $\lambda = 4.718 \times$

10^4 s^{-1} , $\Omega = \Omega_0 \text{sech}t/\tau$, $\Omega_0/\lambda = 20$, $\lambda\tau = 20$. 那么, 以 λ/n 为单位, 可以得到碰撞参量: $\chi_{aa} = 0.3214$, $\chi_{bb} = 0.5303$, $\chi_{ab} = 0.8731$. 其他碰撞参量为 0.0938.

图 1(a) 给出了 AA-通道的动力学不稳定性区域, 即哈密顿-雅克比矩阵本征值实部不为零的区域. 其中, 黑色区域为不稳定性区域, 白色区域为稳定性区域. 如图所示, 存在两个不稳定性区域. 其中, 区域 I 是由 $c > b^2$ 带来的不稳定性区域, 这一区域沿 δ 方向很窄 ($-0.4 < \delta < 1.82$), 而沿 Ω 方向很宽 ($\Omega > 0$); 区域 II 是由 $c < 0$ 带来的不稳定性区域, 这一区域沿 Ω 方向很窄 ($0 < \Omega < 5$ (对于 $\delta \leq 10$ 的情况)), 而沿 δ 方向很宽 ($\delta > 0.22$). 在区域 II 中, 当 $\delta = 3$ 时, 参量 Ω 在区间 $(0, 2.75)$ 都会使系统动力学发生不稳定性. 这就解释了为什么文献 21 [图 1) 中粒子数动力学随着 Ω 减小到 2.75 时开始偏离暗态演化.

图 1(b) 和 (c) 给出了 AA-通道不稳定性区域上的任意两点动力学发生不稳定性的例子. 从图 1(b) 可以看到, 动力学不稳定性发生的时间大约在 $t = 260$. 而图 1(c) 中, 动力学不稳定性发生的时间大约在 t

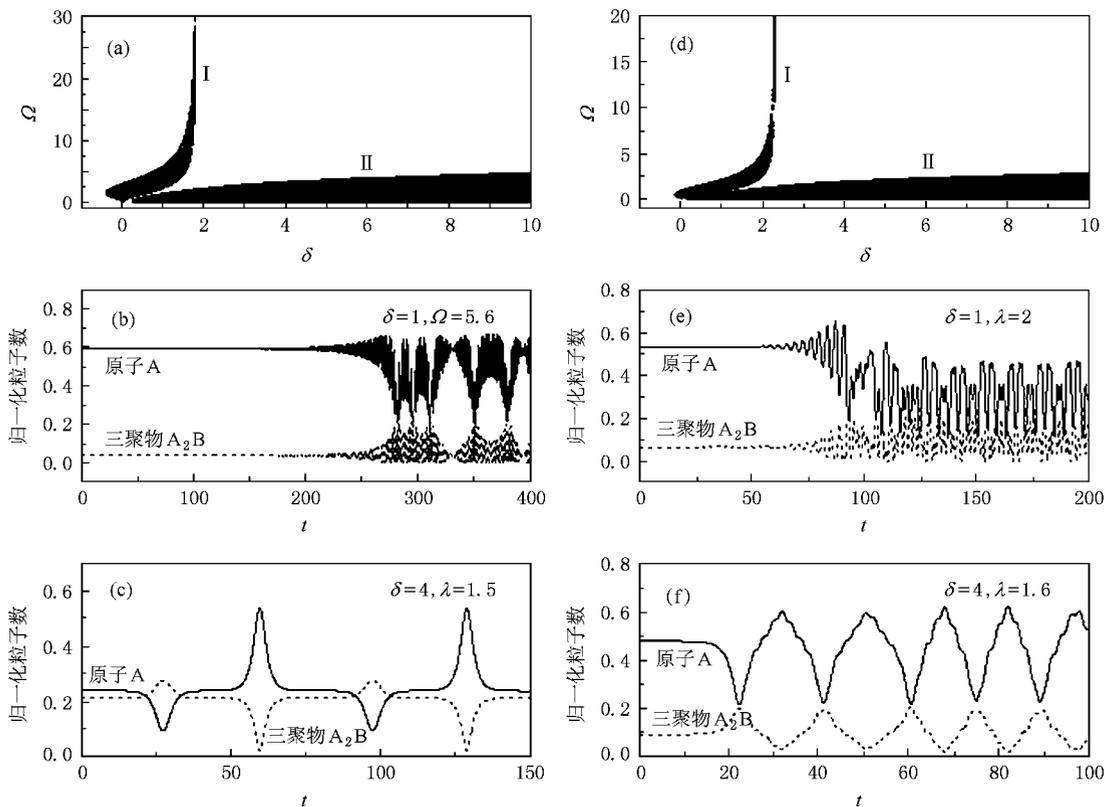


图 1 AA-通道(a)-(c)和 AB-通道(d)-(f)在 δ, Ω 平面上的不稳定性区域以及不稳定性区域上的任意两个点粒子数动力学发生不稳定性的例子. (a)(d)中的黑色区域为不稳定性区域, 白色区域为稳定性区域. 为简便, (b)(c)(e)(f)中只给出了原子 A 和三聚物分子 A_2B 的粒子数动力学, 并未给出原子 B 和二聚物分子的粒子数动力学. (a)(d)中, λ 为 Feshbach 耦合常数, Ω 为随时间变化的 Rabi 频率 $\Omega = \Omega_0 \text{sech}t/\tau$. 时间以 λ^{-1} 为单位 (δ 以 λ 为单位)

= 18. 造成这种差异的原因是由于哈密顿-雅克比矩阵的本征值不同. 由于哈密顿-雅克比矩阵本征值的实部 $\text{Re}[\eta_i]$ 对应 Bogoliubov 集体激发谱的虚部 $\text{Im}[\omega_i]$, 即 $\text{Re}[\eta_i] = \text{Im}[\omega_i] = \alpha_i$, 而集体激发谱的复数频率的出现 ($\alpha_i \neq 0$) 会给集体激发模波函数的几率幅带来指数 ($e^{\alpha_i t}$) 增长, 因此, α_i 越大时, 由这种指数增长造成的动力学不稳定性所需的时间 t 就越短. 图 1(b) 中, η_i 中非纯虚数本征值的实部为 0.03528. 而图 1(c) 中, η_i 中非纯虚数本征值的实部为 0.49665. 前者 α 的值比后者的小一个量级. 因此, 前者发生动力学不稳定性所需的时间要远比后者发生动力学不稳定性所需的时间长. 这就会导致当参量扫描到不稳定区域时, 如果这个区域哈密顿-雅克比矩阵本征值 η_i 的实部很小, 而外场扫描速度很快, 那么系统动力学不稳定性来不及发生, 参量就扫描到了稳定的区域. 这时虽然有复数或实数的 η_i 出现, 系统的动力学不稳定性也不会发生. 基于以上分析, 得到如下结论: 系统动力学不稳定性发生不仅与哈密顿-雅克比矩阵是否出现实数或复数的本征值有关, 还与外场扫描速率有关.

对于 AB-通道, 系统暗态动力学不稳定区域与 AA-通道相似, 如图 1(d) 所示. 不稳定区域上的任意

两点的动力学发生不稳定性的例子见图 1(e)(f). 由图(d)–(f)可见, 对于 AB-通道, 可以得到 AA-通道相似的结论. 略.

4. 结 论

研究了原子-异核-三聚物分子转化系统暗态的动力学稳定性. 通过将量子哈密顿对应到经典哈密顿, 并求解和分析线性化经典运动方程后得到的哈密顿-雅克比矩阵本征值, 解析地得到了原子-三聚物暗态的动力学不稳定性发生的条件, 并以异核原子 ^{87}Rb 和 ^{41}K 混合凝聚体为例, 数值地给出了系统发生动力学不稳定性的区域. 研究发现, 与原子-二聚物混合凝聚体系统相似, 这种动力学不稳定性也是由粒子之间的相互作用带来的. 此外, 研究还发现, 系统动力学不稳定性发生不但与哈密顿-雅克比矩阵本征值是否出现实部有关, 还与外场扫描速度有关. 当哈密顿-雅克比矩阵本征值实部很小, 而外场扫描速度很快时, 将可能导致动力学不稳定性来不及发生, 参量就扫描到了稳定的区域. 这时虽然有复数或实数的出现, 系统的动力学不稳定性也不会发生.

- [1] Heibig J, Kraemer T, Mark M, Weber T, Chin C, Nägerl H C, Grimm R 2003 *Science* **301** 1510
- [2] Xu K, Mukaiyama T, Abo-Shaer J R, Chin J K, Miller D E, Ketterle W 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 210402
- [3] Jochim S, Bartenstein M, Altmeyer A, Hendl G, Riedl S, Chin C, Denschlag J H, Grimm R 2003 *Science* **302** 2101
- [4] Greiner M, Regal C A, Jin D S 2003 *Nature* **426** 537
- [5] Bartenstein M, Altmeyer A, Riedl S, Jochim S, Chin C, Denschlag J H, Grimm R 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 120401
- [6] Bartenstein M, Altmeyer A, Riedl S, Geursen R, Jochim S, Chin C, Denschlag J H, Grimm R, Simoni A, Tiesinga E, Williams C J, Julienne P S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 103201
- [7] Abo-Shaer J R, Miller D E, Chin J K, Xu K, Mukaiyama T, Ketterle W 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 040405
- [8] Feshbach H 1992 *Theoretical Nuclear Physics* (New York: Wiley)
- [9] Liu J, Liu B, Fu L B 2008 *Phys. Rev. A* **78** 013618
- [10] Bergmann K, Theuer H, Shore B W 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1003
- [11] Kraemer T, Mark M, Waldburger P, Danzl J G, Chin C, Engeser B, Lang A D, Pilch K, Jaakkola A, Nägerl H C, Grimm R 2006 *Nature* **440** 315
- [12] Chin C, Kraemer T, Mark M, Herbig J, Waldburger P, Nägerl H C, Grimm R 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 123201
- [13] Gaubatz U, Rudecki P, Becker M, Schiemann S, Kitzl M, Bergmann K 1988 *Chem. Phys. Lett.* **149** 463
- [14] Kuklinski J R, Gaubatz U, Hioe F T, Bergmann K 1989 *Phys. Rev. A* **40** 6741
- [15] Mackie M, Kowalski R, Javanainen J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 3803
- [16] Drummond P D, Kheruntsyan K V, Heinzen D J, Wynar R H 2002 *Phys. Rev. A* **65** 063619
- [17] Meng S Y, Fu L B, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **78** 053410
- [18] Ling H Y, Pu H, Seaman B 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 250403
- [19] Ling H Y, Maenner P, Zhang W P, Pu H 2007 *Phys. Rev. A* **75** 033615
- [20] Wu B, Niu Q 2001 *Phys. Rev. A* **64** 061603(R)
- [21] Jing H, Cheng J, Meystre P 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 133002
- [22] Itin A P, Watanabe S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 223903
- [23] Liu J, Wu B, Niu Q 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 170404
- [24] Ye D F, Fu L B, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013402
- [25] Liu B, Fu L B, Yang S P, Liu J 2007 *Phys. Rev. A* **75** 033601

- [26] Wang G F , Fu L B , Zhao H , Liu J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5003
(in Chinese)[王冠芳、傅立斌、赵 鸿、刘 杰 2005 物理学报 **54** 5003]
- [27] Wang G F , Liu B , Fu L B , Zhao H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3733
(in Chinese)[王冠芳、刘 斌、傅立斌、赵 鸿 2007 物理学报 **56** 3733]
- [28] Ye D F , Fu L B , Zhao H , Liu J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5071
(in Chinese)[叶地发、傅立斌、赵 鸿、刘 杰 2007 物理学报 **56** 5071]
- [29] Wang G F , Fu L B , Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **73** 013619
- [30] Wang G F , Ye D F , Fu L B , Chen X Z , Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **74** 033414
- [31] Li G Q , Fu L B , Xue J K , Chen X Z , Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **74** 055601

Dynamical stability of the dark state in an atom-heteronuclear-trimer conversion system *

Meng Shao-Ying¹ $\text{\textcircled{X}}$ Wu Wei² Liu Bin¹

¹ $\text{\textcircled{X}}$ Beijing Graduate School , China Academy of Engineering Physics , Beijing 100088 , China)

² $\text{\textcircled{X}}$ Department of Physics , Liaoning University , Shenyang 110036 , China)

(Received 18 December 2008 ; revised manuscript received 12 January 2009)

Abstract

We investigate the dynamical stability of a dark state of the atom-heteronuclear-trimer conversion system in a stimulated Raman adiabatic passage process. By casting the quantum Hamiltonian into an effective classical one and analyzing the eigenvalues of the Hamiltonian-Jacobi matrix obtained by linearizing the equations of motion around the fixed point corresponding to the dark state , we analytically obtain the condition for the occurrence of the dynamical instability of the atom-trimer dark state. Taking heteronuclear atoms of ⁸⁷Rb and ⁴¹K as an example , we numerically give the unstable region. We find that the dynamical instability is induced by the interparticle interactions. Moreover ,the occurrence of the dynamical instability depends on not only the emergence of the real or complex eigenvalues of the Hamiltonian-Jacobi matrix but also the scanning rate of the external fields.

Keywords : atom-heteronuclear-trimer conversion system , dark state , stimulated Raman adiabatic passage , dynamical instability

PACC : 3280P , 3380P , 4250

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10674174 ,10604009) and the Natural Science Foundation of Liaoning Province , China (Grant No. 20072054).

† E-mail : shaoyingmeng@yahoo.com.cn