

双频磁绝缘线振荡器二维周期结构研究*

王冬† 陈代兵 秦 奋 范植开

(中国工程物理研究院应用电子学研究所 绵阳 621900)

(2008 年 12 月 31 日收到 2009 年 2 月 8 日收到修改稿)

推导了双频磁绝缘线振荡器(BFMILO)慢波结构的本征方程,并研究了其色散特性和场分布.通过研究发现,通过引入角向分区,使BFMILO慢波结构表现出二维周期性的特点,在该慢波结构中,不同电磁模式集中在角向不同区域,传统磁绝缘线振荡器(MILO)中呈现竞争关系的两个不同电磁模式可以同时独立稳定地参与束-波换能,从而产生双频输出.该分析方法可以适用于多频磁绝缘线振荡器的研究.

关键词:磁绝缘线振荡器,高频特性,双频,高功率微波

PACC:4110H,4190,2900

1. 引 言

磁绝缘线振荡器(MILO)是GW水平的正交场器件,不需要外加磁场,其直流磁场由管子内部电流提供.因此,器件比较紧凑、重量轻,并允许较高的外加电压和较高的输入功率.因此该器件在实用化方面具有较广阔的前景.

结合MILO结构紧凑的特点以及高功率微波研究中潜在的应用需求,文献[1—4]提出了一种紧凑型的双频高功率微波器件——双频磁绝缘线振荡器(BFMILO)并对其开展了粒子模拟和实验研究.一般来讲,在同一个窄带高功率微波器件中产生两个频率微波信号的情况可细分为以下几种情况:1)微波信号的中心频率及其二倍频,但是这两个信号频率与幅度相差较大,二倍频几乎可以忽略;2)由于模式竞争引起的主模与高次非对称模;3)结构设计不当引起的微波频谱分叉;4)可调谐微波器件,即通过机械调谐或者电调谐改变微波信号频率.以上四种情况皆不能实现同时稳定双频微波信号的输出,因此不是真正的双频微波器件,与这几种情况不同,在文献[1—4]中作者提出了通过慢波结构角向分区实现不同频率微波信号在角向分区分布的想法,并以此设计出一种双频磁绝缘线振荡器.

与角向均匀周期系统^[5,6]不同,在这种新型磁

绝缘线振荡器中,由于慢波结构角向非均匀性的引入,其电磁场角向分布表现出周期性的特点^[7,8](无穷多次角向空间谐波),并且单独的TM或者TE模不再满足边界条件,电磁场本征模为六个分量的混合模式^[5](HEM模).本文采用场匹配法求解双频磁绝缘线振荡器慢波结构本征方程,并详细研究了该慢波结构的色散特性和场分布.通过研究发现,BFMILO的两个频率分别属于基模与另外一个高阶本征模,与模式竞争现象类似,BFMILO的工作原理仍然是一种双模双频现象.然而,与轴向周期结构引起电磁场轴向集中分布类似,由于角向周期结构的引入,慢波结构的两个工作模式(基模与高阶模)沿角向表现出分区分布的特点,两个模式分区工作,可以输出稳定的高频振荡,符合双频磁绝缘线振荡器的设计思路,合理选择角向分区结构参数,正是BFMILO设计的关键.

2. 理论分析

角向分区的MILO同轴波导结构如图1所示, r_c , r_{ai} , r_{ao} 分别为阴极半径,阳极叶片内半径和外半径,其中 r_{ao1} , r_{ao2} 分别与谐振腔的两个角向分区对应, L 为慢波结构周期长度, d 为两个相邻叶片间距.

研究无限长周期性结构,根据Floquet定理,第

* 中国工程物理研究院科学技术发展基金(批准号 2008B0402046)资助的课题.

† E-mail: mr20001@sina.com

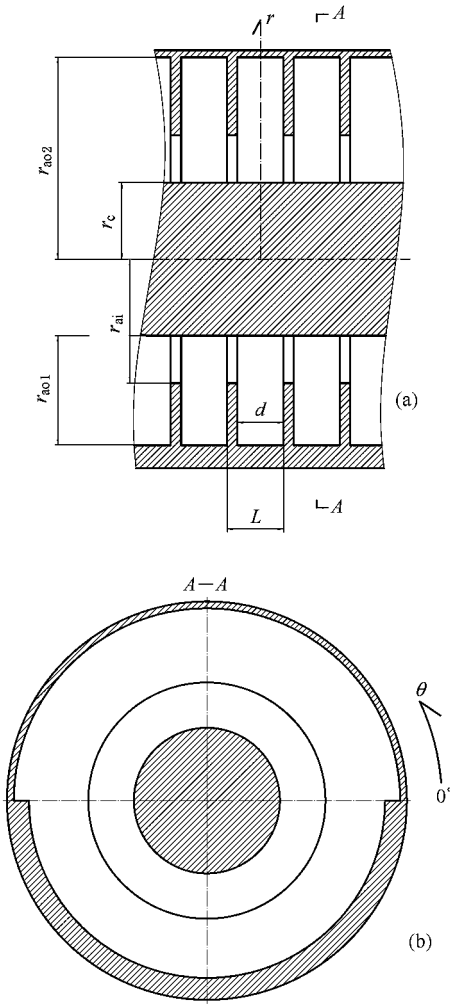


图 1 MILO 同轴慢波结构示意图 (a)侧面图 (b)剖面图

n 个周期内电磁场强度与第 0 个周期内电磁场强度之间仅差一个与距离有关的复数 $\exp(-ik_n nL)$ 。因此,这里只研究第 0 个周期内的电磁场。同时考虑 TM 场和 TE 场,由于我们研究的系统不仅在 z 方向具有周期性,在 θ 方向也具有周期性,根据 Maxwell 方程组和 Floquet 定理,可以将场分量表示为

$$\text{I 区} : r_c \leq r \leq r_{ai},$$

$$E_r^I = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-ik_n \Gamma_n U'_{pn}(r) A_{pn} \right.$$

$$\left. - \frac{(l+p)\omega\mu}{r} V_{pn}(r) B_{pn} \right] \times \exp[-ik_n z] \exp[-\zeta(l+p)\theta], \quad (1)$$

$$E_{\theta}^I = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{(l+p)k_n}{r} U_{pn}(r) A_{pn} + i\omega\mu \Gamma_n V'_{pn}(r) B_{pn} \right] \times \exp[-ik_n z] \exp[-\zeta(l+p)\theta], \quad (2)$$

$$E_z^I = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (k^2 - k_n^2) U_{pn}(r) A_{pn} \times \exp[-ik_n z] \exp[-\zeta(l+p)\theta], \quad (3)$$

$$H_r^I = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-ik_n \Gamma_n V'_{pn}(r) B_{pn} + \frac{(l+p)\omega\epsilon}{r} U_{pn}(r) A_{pn} \right] \times \exp[-ik_n z] \exp[-\zeta(l+p)\theta], \quad (4)$$

$$H_{\theta}^I = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{-(l+p)k_n}{r} V_{pn}(r) B_{pn} - i\omega\epsilon \Gamma_n U'_{pn}(r) A_{pn} \right] \times \exp[-ik_n z] \exp[-\zeta(l+p)\theta], \quad (5)$$

$$H_z^I = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (k^2 - k_n^2) V_{pn}(r) B_{pn} \times \exp[-ik_n z] \exp[-\zeta(l+p)\theta], \quad (6)$$

其中 $k_n = k_0 + nh_0$, $h_0 = 2\pi/L$; $\Gamma_n^2 = k^2 - k_n^2$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; l 为角向模式数; A_{pn}, B_{pn} 为待定系数; $U_{pn}(r), V_{pn}(r), U'_{pn}(r), V'_{pn}(r)$ 由贝塞尔函数表示为

$$U_{pn}(r) = N_{l+p}(\Gamma_n r_c) J_{l+p}(\Gamma_n r) - J_{l+p}(\Gamma_n r_c) N_{l+p}(\Gamma_n r), \quad (7)$$

$$V_{pn}(r) = N'_{l+p}(\Gamma_n r_c) J_{l+p}(\Gamma_n r) - J'_{l+p}(\Gamma_n r_c) N_{l+p}(\Gamma_n r), \quad (8)$$

$$U'_{pn}(r) = N_{l+p}(\Gamma_n r_c) J'_{l+p}(\Gamma_n r) - J_{l+p}(\Gamma_n r_c) N'_{l+p}(\Gamma_n r), \quad (9)$$

$$V'_{pn}(r) = N'_{l+p}(\Gamma_n r_c) J'_{l+p}(\Gamma_n r) - J'_{l+p}(\Gamma_n r_c) N'_{l+p}(\Gamma_n r). \quad (10)$$

$$\text{II 区} : r_{ai} \leq r \leq r_{ao1},$$

$$E_r^{II} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ -\beta_m T_m [J'_{l+s}(T_m r) C_{sm} + N'_{l+s}(T_m r) D_{sm}] - \frac{(l+s)\omega\mu}{r} [J_{l+s}(T_m r) E_{sm} + N_{l+s}(T_m r) F_{sm}] \right\} \times \sin \left[\beta_m \left(z + \frac{d}{2} \right) \right] \exp[-\zeta(l+s)\theta], \quad (11)$$

$$E_{\theta}^{II} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\zeta(l+s)\beta_m}{r} [J_{l+s}(T_m r) C_{sm} + N_{l+s}(T_m r) D_{sm}] + i\omega\mu T_m [J'_{l+s}(T_m r) E_{sm} + N'_{l+s}(T_m r) F_{sm}] \right\}$$

$$\times \sin\left[\beta_m\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (12)$$

$$E_z^{\text{II}} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (k^2 - \beta_m^2) [J_{l+s}(T_m r) C_{sm} + N_{l+s}(T_m r) D_{sm}] \cos\left[\beta_m\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (13)$$

$$H_r^{\text{II}} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \beta_m T_m [J'_{l+s}(T_m r) E_{sm} + N'_{l+s}(T_m r) F_{sm}] + \frac{(l+s)\omega\epsilon}{r} [J_{l+s}(T_m r) C_{sm} + N_{l+s}(T_m r) D_{sm}] \right\} \times \cos\left[\beta_m\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (14)$$

$$H_\theta^{\text{II}} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{-\chi(l+s)\beta_m}{r} [J_{l+s}(T_m r) E_{sm} + N_{l+s}(T_m r) F_{sm}] - i\omega\epsilon T_m [J'_{l+s}(T_m r) C_{sm} + N'_{l+s}(T_m r) D_{sm}] \right\} \times \cos\left[\beta_m\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (15)$$

$$H_z^{\text{II}} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (k^2 - \beta_m^2) [J_{l+s}(T_m r) E_{sm} + N_{l+s}(T_m r) F_{sm}] \sin\left[\beta_m\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (16)$$

其中 $\beta_m = m\pi/d$; $T_m^2 = k^2 - \beta_m^2$; $m = 0, 1, 2, \dots$; $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; l 为角向模式数; $C_{sm}, D_{sm}, E_{sm}, F_{sm}$ 为待定系数.

Ⅲ 区: $r_{a01} \leq r \leq r_{a02}$, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, 函数在角向成为全驻波.

$$E_r^{\text{III}} = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \left[-\beta_t T_t U_q(r) G_{qt} + \frac{i\omega\mu q}{r} V_q(r) L_{qt} \right] \times \sin\left[\beta_t\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \sin(q\theta), \quad (17)$$

$$E_\theta^{\text{III}} = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \left[\frac{-q\beta_t}{r} U_q(r) G_{qt} + i\omega\mu T_t V_q(r) L_{qt} \right] \times \sin\left[\beta_t\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \cos(q\theta), \quad (18)$$

$$E_z^{\text{III}} = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} (k^2 - \beta_t^2) U_q(r) G_{qt} \times \cos\left[\beta_t\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \sin(q\theta), \quad (19)$$

$$H_r^{\text{III}} = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \left[\frac{i\omega\epsilon q}{r} U_q(r) G_{qt} + \beta_t T_t V_q(r) L_{qt} \right] \times \cos\left[\beta_t\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \cos(q\theta), \quad (20)$$

$$H_\theta^{\text{III}} = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \left[-i\omega\epsilon T_t U_q(r) G_{qt} - \frac{q\beta_t}{r} V_q(r) L_{qt} \right] \times \cos\left[\beta_t\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \sin(q\theta), \quad (21)$$

$$H_z^{\text{III}} = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} (k^2 - \beta_t^2) V_q(r) L_{qt} \times \sin\left[\beta_t\left(z + \frac{d}{2}\right)\right] \cos(q\theta), \quad (22)$$

其中 $\beta_t = t\pi/d$; $T_t^2 = k^2 - \beta_t^2$; $t = 0, 1, 2, \dots$; $q = 0,$

$1, 2, \dots$; G_{qt}, L_{qt} 为待定系数; $U_q(r), V_q(r), U'_q(r), V'_q(r)$ 由贝塞尔函数表示为

$$U_q(r) = N_q(T_t r_{a02}) J_q(T_t r) - J_q(T_t r_{a02}) N_q(T_t r), \quad (23)$$

$$V_q(r) = N'_q(T_t r_{a02}) J_q(T_t r) - J'_q(T_t r_{a02}) N_q(T_t r), \quad (24)$$

$$U'_q(r) = N_q(T_t r_{a02}) J'_q(T_t r) - J_q(T_t r_{a02}) N'_q(T_t r), \quad (25)$$

$$V'_q(r) = N'_q(T_t r_{a02}) J'_q(T_t r) - J'_q(T_t r_{a02}) N'_q(T_t r). \quad (26)$$

电磁场在 I 区和 II 区的分界面上满足的边界条件为

$$E_z^{\text{I}} = \begin{cases} E_z^{\text{II}} & \left(-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}\right), \\ 0 & \left(\frac{d}{2} \leq |z| \leq \frac{L}{2}\right), \end{cases} \quad (27)$$

$$E_\theta^{\text{I}} = \begin{cases} E_\theta^{\text{II}} & \left(-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}\right), \\ 0 & \left(\frac{d}{2} \leq |z| \leq \frac{L}{2}\right), \end{cases}$$

$$H_z^{\text{I}} = H_z^{\text{II}} \quad \left(-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}\right),$$

$$H_\theta^{\text{I}} = H_\theta^{\text{II}} \quad \left(-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}\right).$$

电磁场在 II 区和 III 区的分界面上满足的边界条件为

$$E_z^{\text{II}} = \begin{cases} E_z^{\text{III}} & (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ), \\ 0 & (180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ), \end{cases} \quad (28)$$

$$E_\theta^{\text{II}} = \begin{cases} E_\theta^{\text{III}} & (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ), \\ 0 & (180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ), \end{cases}$$

$$H_z^{\text{II}} = H_z^{\text{III}} \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ),$$

$$H_\theta^{\text{II}} = H_\theta^{\text{III}} \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ).$$

将(2)(3)(5)(6)(12)(13)(15)(16)代入(27) 并化简可得

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (S_{smqn}^{\text{CDEF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},C} + S_{smqn}^{\text{CDEF},A} S_{pms'm'}^{\text{A},C}) + \delta_{sm,s'm'} i\omega \varepsilon T_m J'_{l+s}(T_m r_{\text{ai}}) \right] C_{s'm'} \\
 & + \left[\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (S_{smqn}^{\text{CDEF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},D} + S_{smqn}^{\text{CDEF},A} S_{pms'm'}^{\text{A},D}) + \delta_{sm,s'm'} i\omega \varepsilon T_m N'_{l+s}(T_m r_{\text{ai}}) \right] D_{s'm'} \\
 & + \left[\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{smqn}^{\text{CDEF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},E} + \delta_{sm,s'm'} \frac{\chi(l+s)\beta_m}{r_{\text{ai}}} J_{l+s}(T_m r_{\text{ai}}) \right] E_{s'm'} \\
 & + \left[\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{smqn}^{\text{CDEF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},F} + \delta_{sm,s'm'} \frac{\chi(l+s)\beta_m}{r_{\text{ai}}} N_{l+s}(T_m r_{\text{ai}}) \right] F_{s'm'} = 0, \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{smqn}^{\text{EF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},C} C_{s'm'} + \sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{smqn}^{\text{EF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},D} D_{s'm'} \\
 & + \left[\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{smqn}^{\text{EF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},E} - \delta_{sm,s'm'} (k^2 - \beta_m^2) J_{l+s}(T_m r_{\text{ai}}) \right] E_{s'm'} \\
 & + \left[\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{smqn}^{\text{EF},B} S_{pms'm'}^{\text{B},F} - \delta_{sm,s'm'} (k^2 - \beta_m^2) N_{l+s}(T_m r_{\text{ai}}) \right] F_{s'm'} = 0, \quad (30)
 \end{aligned}$$

其中,

$$S_{pmsn}^{\text{A},C} = \frac{-ik_n \delta_{p,s} (k^2 - \beta_m^2) J_{l+s}(T_m r_{\text{ai}})}{(k^2 - k_n^2) \chi(k_n^2 - \beta_m^2) U_{pn}(r_{\text{ai}})} \cdot \frac{(-1)^m \exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right)}{L}, \quad (31)$$

$$S_{pmsn}^{\text{A},D} = \frac{-ik_n \delta_{p,s} (k^2 - \beta_m^2) N_{l+s}(T_m r_{\text{ai}})}{(k^2 - k_n^2) \chi(k_n^2 - \beta_m^2) U_{pn}(r_{\text{ai}})} \cdot \frac{(-1)^m \exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right)}{L}, \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
 S_{pmsn}^{\text{B},C} &= \frac{\delta_{p,s} J_{l+s}(T_m r_{\text{ai}})}{\omega \mu \Gamma_n r_{\text{ai}} V'_{pn}(r_{\text{ai}}) \chi(k_n^2 - \beta_m^2)} \left[\frac{-k_n^2 (l+p) \chi(k^2 - \beta_m^2)}{(k^2 - k_n^2)} + \beta_m^2 (l+s) \right] \\
 & \times \frac{(-1)^m \exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right)}{L}, \quad (33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{pmsn}^{\text{B},D} &= \frac{\delta_{p,s} N_{l+s}(T_m r_{\text{ai}})}{\omega \mu \Gamma_n r_{\text{ai}} V'_{pn}(r_{\text{ai}}) \chi(k_n^2 - \beta_m^2)} \left[\frac{-k_n^2 (l+p) \chi(k^2 - \beta_m^2)}{(k^2 - k_n^2)} + \beta_m^2 (l+s) \right] \\
 & \times \frac{(-1)^m \exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right)}{L}, \quad (34)
 \end{aligned}$$

$$S_{pmsn}^{\text{B},E} = \frac{\delta_{p,s} T_m \beta_m J'_{l+s}(T_m r_{\text{ai}})}{\Gamma_n (k_n^2 - \beta_m^2) V'_{pn}(r_{\text{ai}})} \cdot \frac{(-1)^m \exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right)}{L}, \quad (35)$$

$$S_{pmsn}^{\text{B},F} = \frac{\delta_{p,s} T_m \beta_m N'_{l+s}(T_m r_{\text{ai}})}{\Gamma_n (k_n^2 - \beta_m^2) V'_{pn}(r_{\text{ai}})} \cdot \frac{(-1)^m \exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right)}{L}, \quad (36)$$

$$S_{smqn}^{\text{CDEF},A} = \frac{-4\delta_{p,s} \omega \varepsilon \Gamma_n k_n U'_{pn}(r_{\text{ai}})}{(1 + \delta_{m,0}) \chi(k_n^2 - \beta_m^2)} \cdot \frac{\left[\exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - (-1)^m \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right) \right]}{d}, \quad (37)$$

$$S_{smqn}^{\text{CDEF},B} = \frac{4ik_n^2 \delta_{p,s} (l+p) V_{pn}(r_{\text{ai}})}{(1 + \delta_{m,0})^2 r_{\text{ai}} (k_n^2 - \beta_m^2)} \cdot \frac{\left[\exp\left(\frac{ik_n d}{2}\right) - (-1)^m \exp\left(-\frac{ik_n d}{2}\right) \right]}{d}, \quad (38)$$

$$S_{smqn}^{EF,B} = \frac{-4\delta_{ps}\beta_m(k^2 - k_n^2)V_{pn}(r_{ai})}{k_n^2 - \beta_m^2} \cdot \frac{[\exp(\frac{ik_n d}{2}) - (-1)^n \exp(\frac{-ik_n d}{2})]}{d}, \quad (39)$$

将(12)(13)(15)(16)(18)(19)(21)(22)代入(28)并化简可得

$$\begin{aligned} & [\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} S_{smqt}^{CD,G} S_{qts'm'}^{G,C} - \delta_{sm,s'm'}(k^2 - \beta_m^2)J_{l+s}(T_m r_{aol})C_{s'm'}] \\ & + [\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} S_{smqt}^{CD,G} S_{qts'm'}^{G,D} - \delta_{sm,s'm'}(k^2 - \beta_m^2)N_{l+s}(T_m r_{aol})D_{s'm'}] \\ & + [\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} S_{smqt}^{CD,G} S_{qts'm'}^{G,E} E_{s'm'} + \sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} S_{smqt}^{CD,G} S_{qts'm'}^{G,F} F_{s'm'}] = 0, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & [\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} S_{smqt}^{CDEF,G} S_{qts'm'}^{G,C} - \delta_{sm,s'm'} \frac{\chi(l+s)\beta_m}{r_{aol}} J_{l+s}(T_m r_{aol})] C_{s'm'} \\ & + [\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} S_{smqt}^{CDEF,G} S_{qts'm'}^{G,D} - \delta_{sm,s'm'} \frac{\chi(l+s)\beta_m}{r_{aol}} N_{l+s}(T_m r_{aol})] D_{s'm'} \\ & + [\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} (S_{smqt}^{CDEF,G} S_{qts'm'}^{G,E} + S_{smqt}^{CDEF,L} S_{qts'm'}^{L,E}) - \delta_{sm,s'm'} i\omega\mu T_m J'_{l+s}(T_m r_{aol})] E_{s'm'} \\ & + [\sum_{s'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} (S_{smqt}^{CDEF,G} S_{qts'm'}^{G,F} + S_{smqt}^{CDEF,L} S_{qts'm'}^{L,F}) - \delta_{sm,s'm'} i\omega\mu T_m N'_{l+s}(T_m r_{aol})] F_{s'm'} = 0, \end{aligned} \quad (41)$$

其中

$$S_{smqt}^{CD,G} = \frac{\delta_{l,m}(k^2 - \beta_l^2)U_q(r_{aol})}{2\pi} \int_0^{180^\circ} d\theta \sin(q\theta) \exp[\chi(l+s)\theta], \quad (42)$$

$$S_{smqt}^{CDEF,G} = \frac{-\delta_{l,m}(1 - \delta_{m,D})q\beta_l U_q(r_{aol})}{2\pi r_{aol}} \int_0^{180^\circ} d\theta \cos(q\theta) \exp[\chi(l+s)\theta], \quad (43)$$

$$S_{smqt}^{CDEF,L} = \frac{\delta_{l,m}(1 - \delta_{m,D})i\omega\mu T_l V'_q(r_{aol})}{2\pi} \int_0^{180^\circ} d\theta \cos(q\theta) \exp[\chi(l+s)\theta], \quad (44)$$

$$S_{qtsm}^{L,E} = \frac{2\delta_{l,m}(1 - \delta_{m,D})\chi(k^2 - \beta_m^2)J_{l+s}(T_m r_{aol})}{\pi(k^2 - \beta_l^2)V_{qt}(r_{aol})} \int_0^{180^\circ} d\theta \cos(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (45)$$

$$S_{qtsm}^{L,F} = \frac{2\delta_{l,m}(1 - \delta_{m,D})\chi(k^2 - \beta_m^2)N_{l+s}(T_m r_{aol})}{\pi(k^2 - \beta_l^2)V_{qt}(r_{aol})} \int_0^{180^\circ} d\theta \cos(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (46)$$

$$S_{qtsm}^{G,C} = \frac{2\delta_{l,m}T_m J'_{l+s}(T_m r_{aol})}{\pi T_l U'_q(r_{aol})} \int_0^{180^\circ} d\theta \sin(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (47)$$

$$S_{qtsm}^{G,D} = \frac{2\delta_{l,m}T_m N'_{l+s}(T_m r_{aol})}{\pi T_l U'_q(r_{aol})} \int_0^{180^\circ} d\theta \sin(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta], \quad (48)$$

$$\begin{aligned} S_{qtsm}^{G,E} &= \frac{-2\delta_{l,m}J_{l+s}(T_m r_{aol})[(1 - \delta_{m,D})q\beta_l(k^2 - \beta_m^2)]}{i\omega\epsilon r_{aol} T_l U'_q(r_{aol})\pi} \int_0^{180^\circ} d\theta \cos(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta] \\ &\quad - \chi(l+s)\beta_m \int_0^{180^\circ} d\theta \sin(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta] \}, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} S_{qtsm}^{G,F} &= \frac{-\delta_{l,m}N_{l+s}(T_m r_{aol})[(1 - \delta_{m,D})q\beta_l(k^2 - \beta_m^2)]}{i\omega\epsilon r_{aol} T_l U'_q(r_{aol})\pi} \int_0^{180^\circ} d\theta \cos(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta] \\ &\quad - \chi(l+s)\beta_m \int_0^{180^\circ} d\theta \sin(q\theta) \exp[-\chi(l+s)\theta] \}. \end{aligned} \quad (50)$$

理论上,方程组(29)(30)(40)和(41)是包含无穷多项求和的矩阵方程组.为了方便讨论,我们假定 s, m, s', m' 都有一个上限值,如 $0 \leq m, m' \leq m_{\max}, -s_{\max} \leq s, s' \leq s_{\max}$,其中 m_{\max} 和 s_{\max} 为正整数,那么方程组(29)(30)(40)和(41)将分别代表 $(2s_{\max} + 1)(m_{\max} + 1)$ 个方程,且每个方程组包含 $4(2s_{\max} + 1)(m_{\max} + 1)$ 个变量.连立以上 4 个方程组,我们可以得到形如(51)式的矩阵方程组

$$\begin{bmatrix} P1 & P2 & P3 & P4 \\ Q1 & Q2 & Q3 & Q4 \\ R1 & R2 & R3 & R4 \\ S1 & S2 & S3 & S4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \\ E \\ F \end{bmatrix} = 0, \quad (51)$$

其中 $P1-P4, Q1-Q4, R1-R4, S1-S4$ 分别代表一个 $(2s_{\max} + 1)(m_{\max} + 1)$ 行和 $(2s_{\max} + 1)(m_{\max} + 1)$ 列的矩阵.例如,当取 $-1 \leq s, s' \leq 1, 0 \leq m, m' \leq 1$ 时, $P1$ 具有如下形式:

$$\begin{bmatrix} P1_{-10-10} & P1_{-10-11} & P1_{-1000} & P1_{-1001} & P1_{-1010} & P1_{-1011} \\ P1_{-11-10} & P1_{-11-11} & P1_{-1100} & P1_{-1101} & P1_{-1110} & P1_{-1111} \\ P1_{00-10} & P1_{00-11} & P1_{0000} & P1_{0001} & P1_{0010} & P1_{0011} \\ P1_{01-10} & P1_{01-11} & P1_{0100} & P1_{0101} & P1_{0110} & P1_{0111} \\ P1_{10-10} & P1_{10-11} & P1_{1000} & P1_{1001} & P1_{1010} & P1_{1011} \\ P1_{11-10} & P1_{11-11} & P1_{1100} & P1_{1101} & P1_{1110} & P1_{1111} \end{bmatrix}. \quad (52)$$

相应地, C 具有如下形式

$$\begin{bmatrix} C_{-10} \\ C_{-11} \\ C_{00} \\ C_{01} \\ C_{10} \\ C_{11} \end{bmatrix}. \quad (53)$$

3. 色散方程和高频场分析

方程(31)–(39)为 I 区与 II 区分界面上 $A_{pn}, B_{pn}, C_{sm}, D_{sm}, E_{sm}, F_{sm}$ 之间的转换系数,从(31)–(39)可以看出,由于 $\{\exp[is\theta]\}$ 函数集的正交性, I 区与 II 区电磁场之间耦合只发生在同次角向谐波之间,即 $p = s$ 时;同理,从方程(42)–(50)可见,在 II 区与 III 区分界面上,电磁场的耦合只发生在同次轴向谐波之间,即 $t = m$ 时;故当 $r_{a2} = r_{a1}$ 即系统成为角向均匀系统时,由于 I 区与 II 区各次角向空间谐波之间的正交性,理论分析可以仅限于某一次角向空间谐波,则色散方程与文献[5,6]一致.

进一步分析方程(42)–(50)我们发现,在 $0^\circ-180^\circ$ 范围内,三角函数与指数函数不具备正交性,因此 II 区与 III 区之间各次角向空间谐波之间发生耦合,使本征方程具有如(51)式的形式,且各次角向空间谐波叠加的结果使慢波结构电磁场角向分布与角向均匀系统有所不同.

根据文献[5,6]研究结果,在角向均匀系统中,根据电磁场角向模式数 l 取值是否为零可以将本征模式分为 TM 模、TE 模以及 HEM 模;然而在双频磁绝缘线慢波结构中,根据电磁场表达式(1)–(6), (11)–(16),无论 l 取值是否为零,除了角向零次空间谐波以外,其余各次空间谐波皆为角向非均匀模式,因此双频磁绝缘线系统中不存在单独的 TM 模或者 TE 模式.

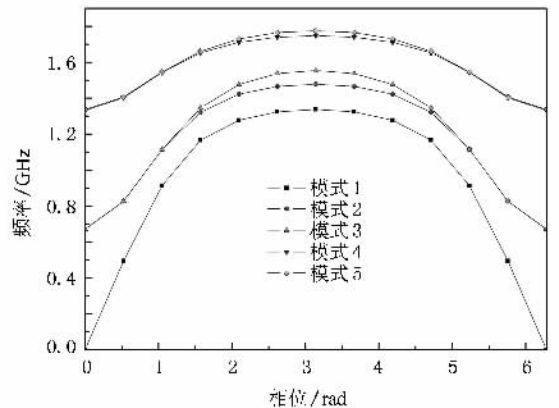


图2 双频系统色散曲线 $r_c = 53 \text{ mm}, r_{ai} = 86 \text{ mm}, r_{a1} = 129 \text{ mm}, r_{a2} = 140 \text{ mm}$

图2为双频慢波结构色散关系,所采用结构参数与文献[1–3]一致.为了便于对比研究我们在图3中列出了角向均匀系统的色散曲线,相应结构参数^[9]为 $r_c = 53 \text{ mm}, r_{ai} = 86 \text{ mm}, r_{a0} = 140 \text{ mm}$.从图3

可见,前五个模式中模式 2 与模式 3 为简并模式,模式 4 与模式 5 为简并模式,分别对应于 HEM_{11} 模和 HEM_{21} 模,第一个模式为角向均匀的 TM_{00} 模。

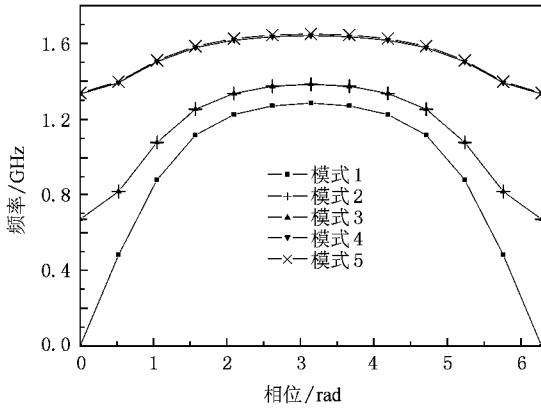


图 3 角向均匀系统色散曲线 $r_c = 53 \text{ mm}$, $r_{ai} = 86 \text{ mm}$, $r_{ao} = 140 \text{ mm}$

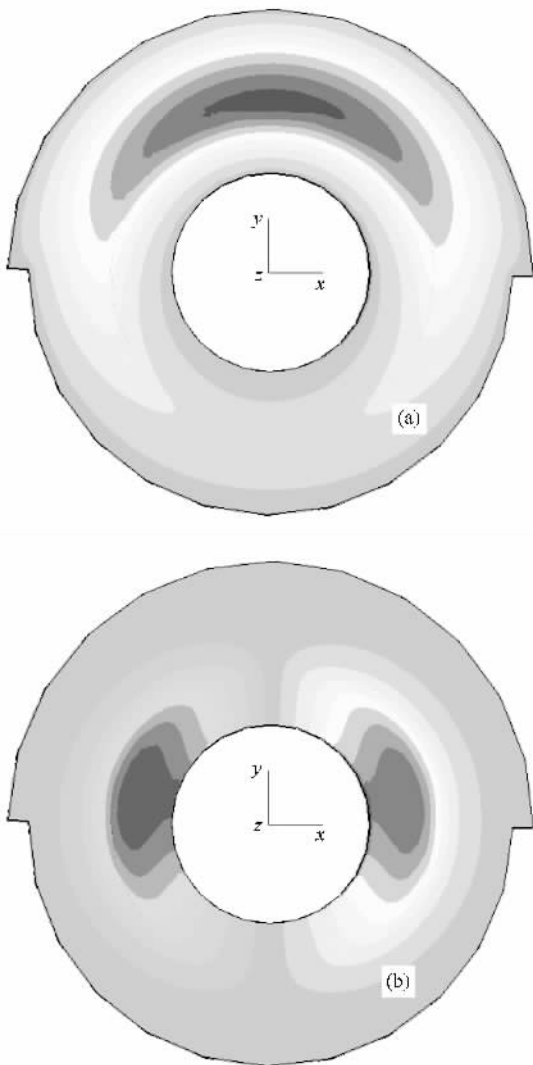


图 4 模式 1 的电磁场分布 (a) 电场 (b) 磁场

在双频磁绝缘线系统中,由于角向均匀性的破坏,原来简并的 HEM_{11} 模分别成为两个独立的模式, HEM_{21} 模也成为两个独立的模式;并且第一个模式也与图 3 中 TM_{00} 模不同,其角向磁场表现出类 TE_{11} 模的特点(图 4),该模式为一个混合模式.因此,在本文的分析中,我们不再以 TM 或者 TE 来区分电磁模式,而统一将各个模式命名为模式 1,模式 2,模式 3,...

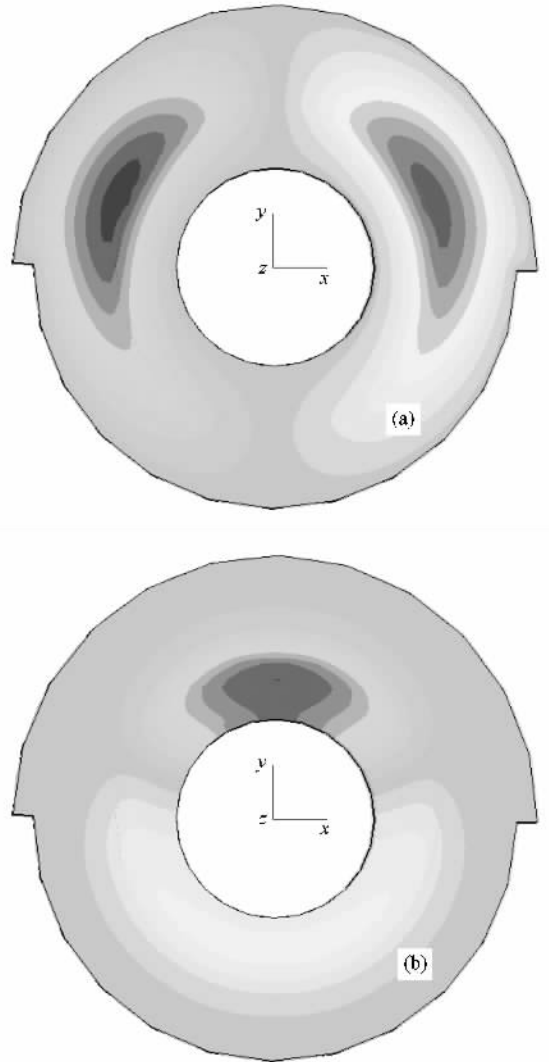


图 5 模式 2 的电磁场分布 (a) 电场 (b) 磁场

图 4—6 为慢波结构前三个模式横截面上电磁场分布.其中图 4 为模式 1 电磁场分布,从图上可见,其电场主要集中在 $0^\circ-180^\circ$ 范围,磁场具有类似 TE_{11} 模的分布形式,该模式在色散曲线上与角向均匀系统的 TM_{00} 模对应,是双频系统的基模.图 5 为模式 2 电磁场分布,其电场主要集中在 $0^\circ-180^\circ$ 范围,

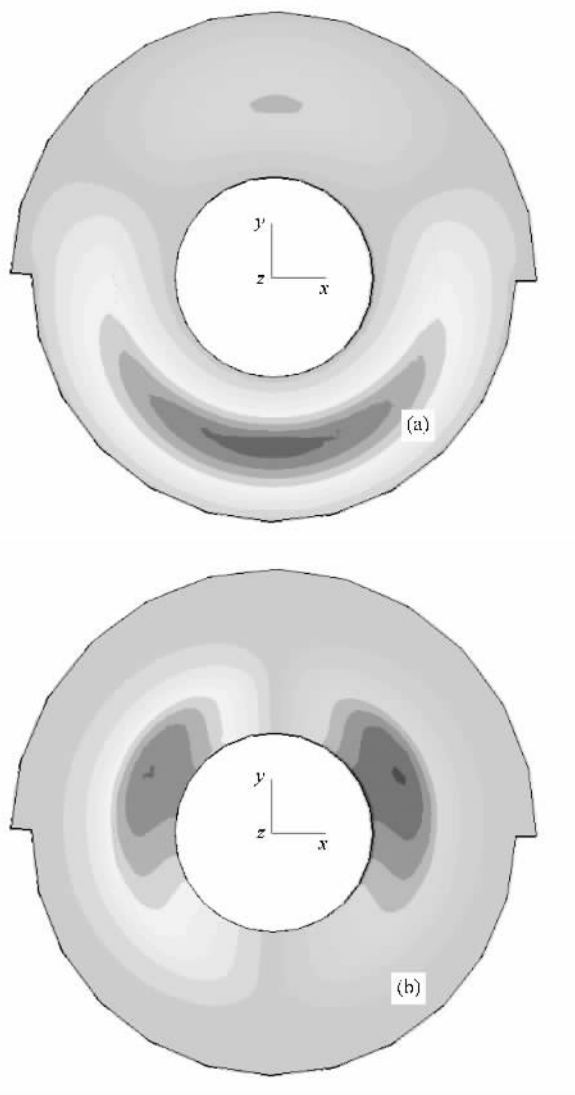


图6 模式3的电磁场分布 (a)电场 (b)磁场

且最大值分别靠近 0° 和 180° ,该模式为 HEM_{11} 模去简并后的其中一个模式.图6为模式3电磁场分布,该模式电场主要集中在 $180^\circ\text{--}360^\circ$ 范围, $0^\circ\text{--}180^\circ$ 范围内有一反向分布,但幅值较小;与模式2类似,该模式是 HEM_{11} 模去简并后的另一个模式.

对比图4 5 6可以发现,双频慢波结构中电磁场分布具有角向分区的特点,在所选的结构参数条件下,模式1为 $0^\circ\text{--}180^\circ$ 范围内的基模,模式3可以看作 $180^\circ\text{--}360^\circ$ 范围内的基模,而模式2则可以视为 $0^\circ\text{--}180^\circ$ 范围内的第一个高阶模.MILO为同轴正交场器件,电子从阴极发射出来后在正交的径向电场与角向磁场作用下沿轴向作 $E \times B$ 漂移,与慢波结构本征模相互作用使微波场得到放大输出.由于电子沿轴向运动,理想情况下,位于角向不同位置处

的电子参与束-波互作用的过程是相对独立的过程^[10].因此,双频磁绝缘线振荡器中,模式1和模式3将会相对独立地振荡起来;而模式2由于场分布的关系,是模式1的竞争模式,在合适的同轴度以及电子发射均匀度^[9]条件下,将不能起振.

4. 粒子模拟验证

在文献[1,2,4]中,作者对BFMILO进行了粒子模拟,为了验证本文高频分析结果,我们重新开展了粒子模拟,并引用部分模拟结果对高频分析结果进行验证.图7为444 kV,39.8 kA条件下器件输出功率及其频谱.从图上可见,器件中存在明显的双频振荡,其中 $f_1 = 1.27$ GHz, $f_2 = 1.5$ GHz, $f_2 - f_1$ 为两个频率的差频分量, $f_1 + f_2$ 为和频分量,频谱分析结果与文献[1,2,4]一致.

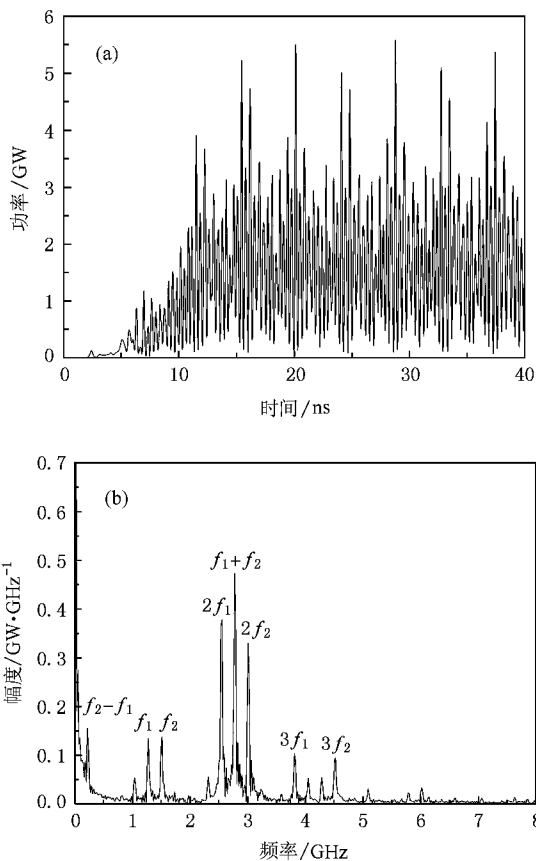


图7 输出功率及其频谱 (a)瞬时功率图 (b)功率频谱

图8为电场轴向分量在谐振腔内沿角向的分布,图9为电场径向分量在输出口处沿角向的分布情况,与高频分析结果一致,谐振腔内两个频率分量沿角向

分分布 其中 f_1 主要集中在 0° — 180° 范围内, 在 90° 位置处达到最大值; f_2 主要集中在 180° — 360° 范围内, 在

270° 位置处达到最大值, 对于 f_2 分量, 在电磁场在 0° — 180° 范围内有一反向分布, 但峰值较小.

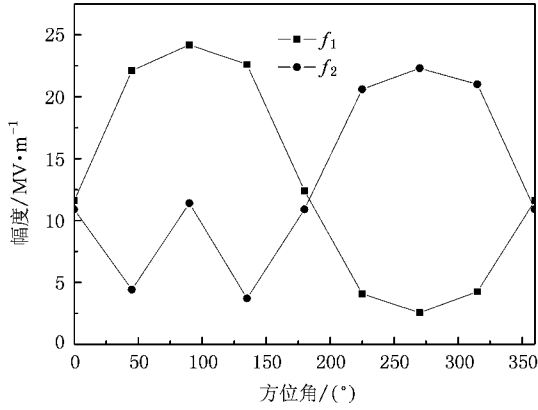


图 8 电场轴向分量在谐振腔内沿角向分布

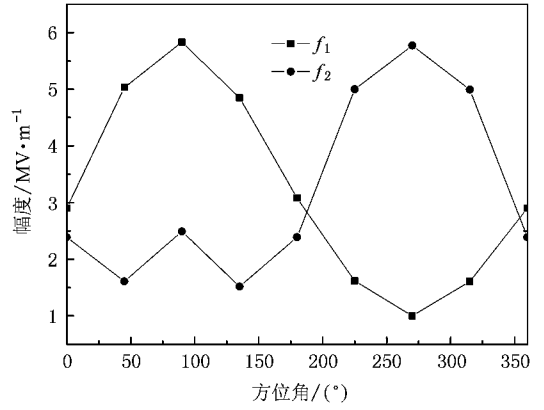


图 9 电场径向分量在输出口处沿角向分布

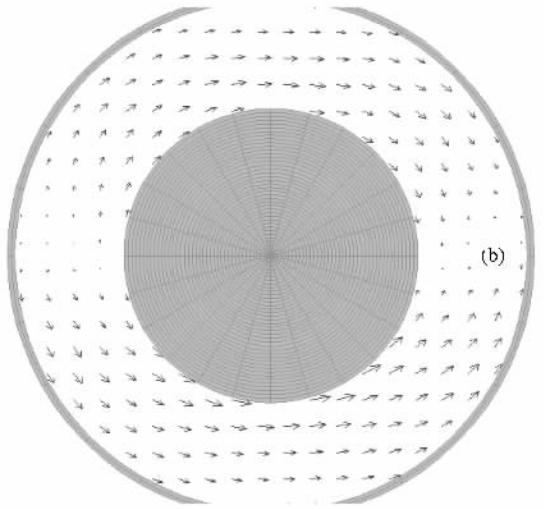
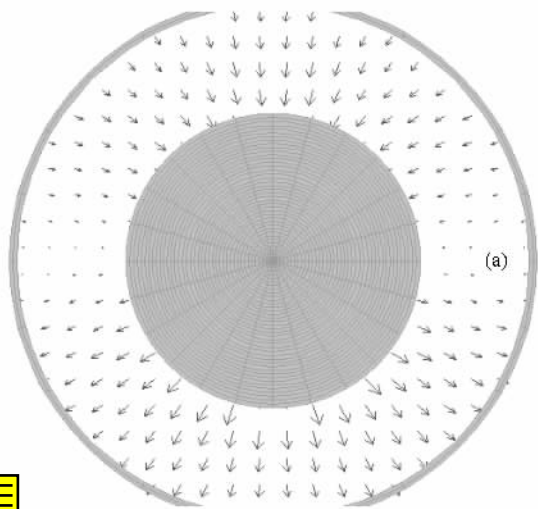


图 10 输出口电磁场分布(22.4 ns) (a) 电场 (b) 磁场

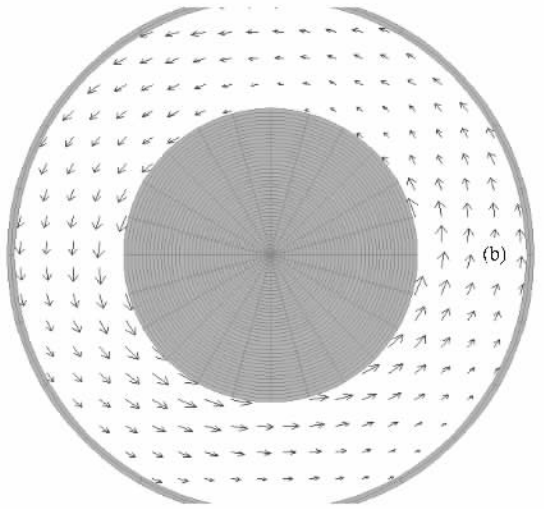
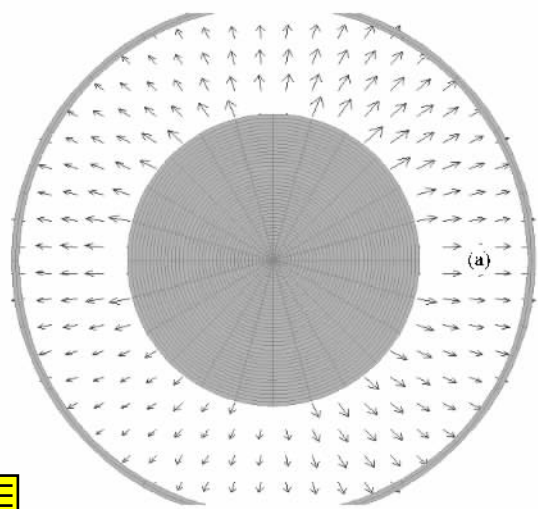


图 11 输出口电磁场分布(24.6 ns) (a) 电场 (b) 磁场

在同轴输出段,由于电磁场角向分区集中分布,两个频率信号分别形成半个 TE_{11} 模的分布形式,如图 10 和图 11 所示,当两个电磁信号方向相反时,输出端口处电磁场总的分布形式具有类 TE_{11} 模的特点(图 10);当两个电磁信号方向相同时,输出端口处电磁场总的分布形式具有类 TEM 模的特点(图 11)。

由于输出端口处电磁场分别属于两个不同频率的微波信号,因此器件辐射场分布既不同于 TEM 波辐射场分布,也不同于 TE_{11} 模的辐射场分布,实验结果可参见文献 [3],其中辐射场功率密度分布测量结果与本文关于同轴输出段微波模式的判断符合。

5. 结 论

本文采用场匹配法求解双频磁绝缘线振荡器慢

波结构本征方程,并详细研究了该慢波结构的色散特性和场分布.通过研究得出以下结论:1)角向分区的引入,使 BFMILO 慢波结构表现出二维周期性的特点,在该慢波结构中,单独的 TM 或者 TE 模式不满足边界条件,电磁模式成为混合模(HEM 模);2)由于角向非均匀性引入,与均匀结构对应的两个简并模式不再简并,成为两个分立模式;3)角向分区的引入,不同电磁模式集中在角向不同区域,传统 MILO 中的高阶模可以在一定角度范围内看作该区域的基模,因此不同电磁模式可以同时独立稳定地参与束-波换能,从而产生双频甚至多频^[1]输出;4)对 L 波段 BFMILO 进行了粒子模拟研究,模拟所得高频场分布与理论分析结果一致。

- [1] Chen D B, Meng F B, Wang D, Fan Z K 2007 *High Power Microwave Technology* **15** 1 (in Chinese) [陈代兵、孟凡宝、王冬、范植开 2007 高功率微波技术 **15** 1]
- [2] Chen D B, Wang D, Meng F B, Fan Z K 2009 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **37** 23
- [3] Chen D B, Wang D, Fan Z K, Meng F B, An H S, Gong H T, Qin F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4548 (in Chinese) [陈代兵、王冬、范植开、孟凡宝、安海狮、龚海涛、秦 奋 2009 物理学报 **58** 4548]
- [4] Chen D B, Wang D, Meng F B, Fan Z K 2008 *Proceedings of the 17th International Conferences on High-Power Particle Beams* p231
- [5] Wang D, Fan Z K, Chen D B, Deng J K 2007 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **35** 1070
- [6] Wang D, Chen D B, Fan Z K, Deng J K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4875 (in Chinese) [王 冬、陈代兵、范植开、邓景康 2008 物理学报 **57** 4875]
- [7] Liu S G 1985 *Introduction to Microwave Electronics* (Beijing: National Defence Industry Press) (in Chinese) [刘盛纲 1985 微波电子学导论(北京:国防工业出版社)]
- [8] Zhang Y, Mo Y L, Xu R M, Yan B, Xie X Q 2005 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **33** 2017
- [9] Chen D B, Fan Z K, Dong Z W, Wu Z, Zhou H J, Guo Y H, He H, Gong H T, An H S 2006 *Proc. EAPPC* 549
- [10] Wang D 2008 (Ph. D Dissertation) (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [王 冬 2008 (博士学位论文)(北京:清华大学)]
- [11] Chen D B, Wang D, Fan Z K, Meng F B 2007 *High Power Laser and Particle Beams* **19** 1702 (in Chinese) [陈代兵、王 冬、范植开、孟凡宝 2007 强激光与粒子束 **19** 1702]

The two-dimensional periodic structure in a bifrequency magnetically insulated transmission line oscillator^{*}

Wang Dong[†] Chen Dai-Bing Qin Fen Fan Zhi-Kai

(*Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China*)

(Received 31 December 2008 ; revised manuscript received 8 February 2009)

Abstract

The eigen function of a bifrequency magnetically insulated transmission line oscillator (BFMILO) is deduced, and the dispersion characteristics and the field distribution are analyzed in detail. By dividing a traditional symmetrical coaxial disk loaded slow wave structures (SWS) into two different azimuthal partitions, the SWS of BFMILO becomes a two-dimensional SWS. In this structure, different electromagnetic modes are distributed in different azimuthal partitions, so that two different electromagnetic modes, which are competition modes in a traditional MILO, can interact with electrons separately and stably. This special SWS is the key point in designing a BFMILO. The proposed method can also be used in analyzing a multi-frequency MILO.

Keywords: magnetically insulated transmission line oscillator, high frequency characteristics, bifrequency, high power microwave

PACC: 4110H, 4190, 2900

^{*} Project supported by the Science and Technology Development Foundation of China Academy of Engineering Physics (Grant No. 2008B0402046).

[†] E-mail: mr20001@sina.com