

一维漂移空间内强流电子束的稳态传输特性

张永鹏^{1,2)†} 刘国治²⁾ 邵 浩²⁾ 杨占峰²⁾ 宋志敏²⁾ 林郁正¹⁾

1) 清华大学工程物理系, 高能辐射成像国防重点学科实验室, 北京 100084)

2) 西北核技术研究所, 西安 710024)

(2009 年 1 月 7 日收到, 2009 年 3 月 23 日收到修改稿)

在计算了一维平板和同轴结构漂移空间的空间电荷限制流的基础上, 对其中超过空间电荷限制流状态下强流电子束的稳态传输特性进行了理论分析. 分析给出了确定束流稳定传输时形成虚阴极的位置和虚阴极处电子束透过滤的表达式, 求解了束流电子在漂移空间内的渡越时间, 平板结构漂移空间内得到了通用的解析结果, 同轴结构漂移空间内得到了适合一定结构参数条件下的近似结果.

关键词: 强流电子束, 虚阴极, 一维漂移空间, 传输特性

PACC: 4180D, 5260

1. 引 言

强流电子束广泛应用于加速器物理、真空微电子学、等离子体物理以及高功率微波产生等领域^[1,2]. 在高功率微波产生领域, 强流电子束在束波相互作用区内与空间射频场耦合产生电磁辐射, 为了准确描述其间的相互作用, 束流在束波相互作用区内的稳态传输特性分析是必不可少的^[3-5]. 最简单的束波相互作用区结构就是虚阴极振荡器的漂移区结构, 研究强流电子束在虚阴极振荡器漂移区内的稳态传输特性, 是定量分析虚阴极振荡器束波耦合过程的前提. 由于虚阴极振荡器是空间电荷器件, 注入漂移区内的强流电子束超过了空间电荷限制流, 因此会有虚阴极形成^[6]. 虚阴极振荡器束波耦合过程的定性分析早有研究^[7-13], 但由于虚阴极位置、虚阴极处束流电子的透过率和束流电子在漂移空间的渡越时间难以简单确定或求解, 使得定量分析虚阴极振荡器的束波转换效率和准确给出产生微波的频率成为难题^[8-11]. 本文在求解了虚阴极振荡器漂移区内空间电荷限制流的基础上, 对虚阴极位置、虚阴极处束流电子的透过率和束流电子在漂移区内的渡越时间进行了理论分析. 为了简化模型并使其结果具有更普遍的借鉴意义, 分析中采用了一维漂移空间模型对虚阴极振荡器的漂移区进行等效, 同时由于

在虚阴极振荡器的漂移区内, 束流电子的运动一般为轴向或者径向两种形式, 因此文中对平板结构和同轴结构(如图 1 所示)两种漂移空间进行了分析.

2. 一维平板漂移空间的束流传输特性

对于一维平板漂移空间模型, 如图 1(a)所示, 两无限大平板电极接地, 间距为 D , 束流密度绝对值为 j_{in} , 束流电子初始相对论因子为 γ_0 的均匀电子束由其中一个电极(注入极)注入, 在漂移空间内传输. 由于考虑的是过空间电荷限制流状态, 束流电子注入漂移区稳定后会有虚阴极形成, 在虚阴极处部分电子被反射并返回注入极, 剩余部分电子将透过虚阴极并运动到收集极被吸收. 下面将对其稳态情况下的束流特性进行分析.

2.1. 一维平板漂移空间的空间电荷限制流

假设电子在 $z = 0$ 处的无限大注入极上均匀注入, 并在一维平板漂移空间内沿 z 向均匀传输. 当束流恰好达到空间电荷限制流时, 在漂移空间内会存在一个位置 z_0 . 电势最低, 电子的运动速度为零. 由于恰好达到空间电荷限制流的状态也是刚好要形成虚阴极的状态, 因此可以把电势最低的位置视为电

† E-mail: zhy00@mails.tsinghua.edu.cn

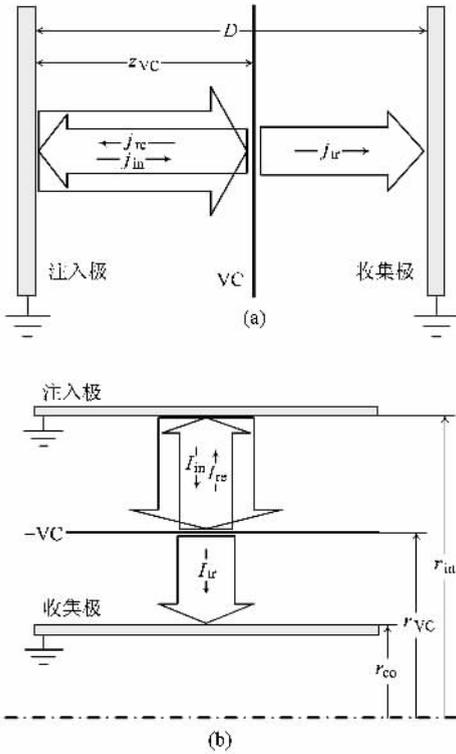


图 1 一维漂移空间及其束流分布简单示意图 (a) 平板结构, (b) 同轴结构

场为零来处理. 这样, 在漂移空间内以 z_0 为界, 可以等效为两个二极管结构, z_0 位置对应的薄层为阴极, 注入极和收集极 (见图 1) 各为阳极, 阴极两侧传输的束流对应两个二极管的空间电荷限制流. 那么两等效二极管的电压相等, 为

$$V_0 = \frac{mc^2}{e}(\gamma_0 - 1), \quad (1)$$

其中 m, e 分别为电子的静止质量和电量, c 为真空中的光速. 已经得到相对论情况下电压为 V_0 的一维稳态平板二极管的空间电荷限制流为^[14]

$$j_p = \frac{2\varepsilon_0 mc^3}{ed^2} \frac{(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}}{(\sqrt{3} - 1)\gamma_0^{-0.392} + 1}, \quad (2)$$

其中 j_p 为一维稳态平板二极管内的电流密度, ε_0 为真空介电常数, d 为二极管间距. 一维平板漂移空间内恰好传输空间电荷限制流时两等效二极管的间距分别为 z_0 和 $D - z_0$. 把它们分别代入(2)式, 并根据两二极管空间电荷限制流相等的条件, 可得

$$z_0 = \frac{D}{2}. \quad (3)$$

这样再把 z_0 反代回(2)式也就可以求得一维平板结构漂移空间的空间电荷限制流为

$$j_{cr} = \frac{8\varepsilon_0 mc^3}{eD^2} \frac{(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}}{(\sqrt{3} - 1)\gamma_0^{-0.392} + 1}, \quad (4)$$

其中 j_{cr} 为电流密度的绝对值.

2.2. 稳态虚阴极特性分析

只有注入束流大于空间电荷限制流时才会有虚阴极形成, 因此虚阴极形成的条件为 $j_{in} > j_{cr}$. 为了能够简单而有效地研究形成的虚阴极的特性, 在一维稳态情况下, 再做如下假设: 1) 形成的虚阴极没有体积, 可以等效为没有厚度的薄层; 2) 反射电子与入射电子没有碰撞, 只存在空间电荷场的相互作用; 3) 反射电子被注入极吸收, 不再返回漂移空间. 那么此时虚阴极两侧也可以等效为两个二极管. 根据(2)式可得在两个等效二极管区, 有

$$j_{tr} = \frac{D^2 j_{cr}}{4(D - z_{VC})^2}, \quad (5)$$

$$j_{in} + j_{re} = \frac{D^2 j_{cr}}{4z_{VC}^2}, \quad (6)$$

这里, z_{VC} 为形成虚阴极的位置, j_{tr} 和 j_{re} 分别为透射束流和反射束流密度的大小, 与 j_{in} 和 j_{cr} 一样表示的都是电流密度的绝对值, 因此有 $j_{in} = j_{tr} + j_{re}$. 把(5)和(6)式相加可得

$$\frac{1}{(D - z_{VC})^2} + \frac{1}{z_{VC}^2} = \frac{8j_{in}}{D^2 j_{cr}}. \quad (7)$$

由(7)式即可确定形成虚阴极的位置 z_{VC} . 再把 z_{VC} 反代回(5)和(6)式, 即可得到透射束流 j_{tr} 和反射束流 j_{re} , 进而求得虚阴极处的透射率为

$$\alpha = \frac{j_{tr}}{j_{in}} = \frac{D^2 j_{cr}}{4(D - z_{VC})^2 j_{in}}. \quad (8)$$

综合一维平板结构漂移空间的空间电荷限制流的求解和稳态虚阴极特性的分析过程可知: 一维平板结构漂移空间内刚好开始形成虚阴极时, 虚阴极位于漂移空间的中间位置, 但此时还没有反射电子, 透射率仍可认为是 100%; 但随着注入电子数密度的增加, 开始出现反射电子并逐渐增加, 透射电子减少, 透射率减小, 形成虚阴极的位置向注入极逐渐靠近, 当注入电子数密度无穷大时虚阴极与注入极重合, 透过率趋向于 0. 因此有

$$0 < z_{VC} \leq \frac{D}{2}, \frac{j_{cr}}{4} < j_{tr} \leq j_{cr}. \quad (9)$$

2.3. 束流电子的渡越时间

应用分析稳态虚阴极特性时在一维稳态情况下

又给出的三个假设,根据一维平板结构漂移空间内的泊松方程可得

$$\frac{dE}{dz} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{D^2 j_{cr}}{4c \epsilon_0 z_{vc}^2} \begin{cases} (1 - \gamma^{-2})^{-1/2} & (0 < z < z_{vc}), \\ \frac{\alpha}{2 - \alpha} (1 - \gamma^{-2})^{-1/2} & (z_{vc} < z < D), \end{cases} \quad (10)$$

其中 γ 为电子的相对论因子,可以表示为

$$\gamma = 1 + \frac{e(V_0 + \phi)}{mc^2}, \quad (11)$$

这里 ϕ 为电子所在位置的电势.对(11)式两边在 z 方向上求导可得

$$dz = -\frac{mc^2}{e} \frac{d\gamma}{E}. \quad (12)$$

把(12)式代入(10)式,并积分可得

$$E = \left(\frac{mcD^2 j_{cr}}{2e\epsilon_0 z_{vc}^2} \right)^{1/2} \times \begin{cases} (\gamma^2 - 1)^{3/4} & (0 < z < z_{vc}), \\ -\left(\frac{\alpha}{2 - \alpha} \right)^{1/2} (\gamma^2 - 1)^{3/4} & (z_{vc} < z < D), \end{cases} \quad (13)$$

这里应用了虚阴极处电场为零和束流电子相对论因子为 1 的边界条件.

一维平板结构漂移空间内,被虚阴极反射和透射的电子,渡越时间并不一样,需要分别求解.电子由注入极向虚阴极运动时,有

$$dt = \frac{dz}{\alpha(1 - \gamma^{-2})^{1/2}} = -\frac{4\epsilon_0 z_{vc}^2 dE}{D^2 j_{cr}}, \quad (14)$$

积分两侧并把 j_{cr} 值代入,可以得到电子由注入极到达虚阴极所需时间为

$$\tau_1 = \frac{z_{vc}}{c} ((\sqrt{3} - 1)\gamma_0^{-0.392} + 1)^{1/2} (\gamma_0^{2/3} - 1)^{-3/4} (\gamma_0^2 - 1)^{1/4}. \quad (15)$$

依同样方法可以求得透射电子由虚阴极到达收集极所需的时间为

$$\tau_2 = \left(\frac{2 - \alpha}{\alpha} \right)^{1/2} \tau_1. \quad (16)$$

而反射电子由虚阴极重新返回注入极所需的时间与注入电子由注入极到达虚阴极所需的时间相等,即为 τ_1 ,因此被反射的电子在漂移空间内的渡越时间为

$$\begin{aligned} \tau_{re} &= 2\tau_1 \\ &= \frac{2z_{vc}}{c} ((\sqrt{3} - 1)\gamma_0^{-0.392} + 1)^{1/2} \end{aligned}$$

$$\times (\gamma_0^{2/3} - 1)^{-3/4} (\gamma_0^2 - 1)^{1/4}, \quad (17)$$

被透射的电子在漂移空间的渡越时间为

$$\begin{aligned} \tau_{tr} &= \tau_1 + \tau_2 \\ &= \frac{z_{vc}}{c} \left(1 + \left(\frac{2 - \alpha}{\alpha} \right)^{1/2} \right) ((\sqrt{3} - 1)\gamma_0^{-0.392} + 1)^{1/2} \\ &\quad \times (\gamma_0^{2/3} - 1)^{-3/4} (\gamma_0^2 - 1)^{1/4}. \end{aligned} \quad (18)$$

3. 一维同轴漂移空间的束流传输特性

对于一维同轴结构漂移空间模型,如图 1(b)所示,两无限长圆筒电极接地,内外电极半径分别为 r_{co} 和 r_{in} ,轴向单位长度上的束流大小为 I_m ,束流电子初始相对论因子为 γ_0 的均匀电子束由其中一个电极(注入极)注入,在漂移空间内传输.束流在漂移空间内达到稳定时具有和一维平板结构漂移空间内类似的状态,且向内注入和向外注入又无本质区别,分析过程一致,因此这里以向内注入为例对一维同轴漂移空间做简单分析.

3.1. 一维同轴漂移空间的空间电荷限制流

考虑向内注入即注入极在外侧的情况,与一维平板结构漂移空间类似,同样可以把一维同轴结构漂移空间等效为两个二极管进行分析.已经得到相对论情况下一维稳态平板二极管的空间电荷限制流为^[14]

$$I_c = \frac{2\epsilon_0 \pi mc^3}{er_a A(r_a/r_c)} \frac{(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}}{(\sqrt{3} H(r_a/r_c) 2 - 1) \gamma_0^{-0.392} + 1}, \quad (19)$$

式中,函数

$$A(x) = 1 - x^{-1} - x^{-1} \ln x,$$

$$H(x) = 2 + 0.2617 \ln x + 0.0091 \ln^2 x - 0.0014 \ln^3 x \quad (1/500 < x < 500),$$

这里 I_c 为一维稳态同轴二极管轴向单位长度上的电流大小, r_a, r_c 分别为同轴二极管的阳极半径和阴极半径, γ_0 为同轴二极管内电子到达阳极时的相对论因子.

按照与一维平板结构漂移空间同样的处理方法,把一维同轴结构漂移空间内刚好达到空间电荷限制流时电势最低点位置两侧等效为两个同轴二极管,根据两二极管的空间电荷限制流相等,就可以求得电势最低点的位置 r_0 ,再根据(19)式即可求得一维同轴结构漂移空间的空间电荷限制流.但是由(19)式给出的形式可以看出,直接求得 r_0 并不容

易,需要数值计算.那么空间电荷限制流的求解也就需要数值计算,因此应用起来很不方便.这里给出了在同轴虚阴极振荡器的工作状态(二极管电压小于 2 MV, $\gamma_0 \leq 5$)下,计算一维同轴结构漂移空间向内注入径向束流的空间电荷限制流的近似表达式

$$I_{cr} \approx I_0(4 - 0.14(1 + \ln \gamma_0) \ln(r_{co}/r_{in})), \quad (20)$$

式中,

$$I_0 = \frac{2\epsilon_0 \pi m c^3}{er_{co} A(r_{co}/r_{in}) (\sqrt{3} H(r_{co}/r_{in}) (2-1) \gamma_0^{-0.392} + 1)}, \quad (21)$$

这里 I_{cr} 指的是一维稳态同轴结构漂移空间内单位长度上的电流大小.(20)式给出的近似结果与数值计算得到的结果相对误差很小,在小于 2 MV 二极管电压下都能控制在 5% 以内,由图 2 所示的不同 γ_0 下(20)式给出的近似结果与数值计算结果的比较,可以发现两者相符得很好.

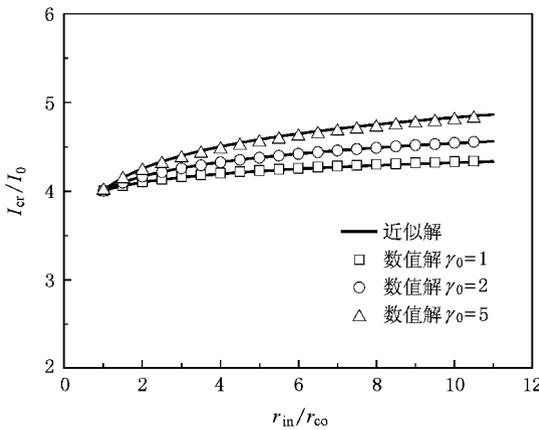


图 2 (20) 式给出的不同 γ_0 下一维稳态同轴漂移空间内径向注入情况下 I_{cr}/I_0 与 r_{in}/r_{co} 关系的近似解与数值解的比较

3.2. 稳态虚阴极特性分析

与平板漂移空间一样,给定同样的假设,并利用二极管模型进行等效,可得

$$I_{tr} = \frac{2\epsilon_0 \pi m c^3}{er_{co} A(r_{co}/r_{VC})} \times \frac{(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}}{(\sqrt{3} H(r_{co}/r_{VC}) (2-1) \gamma_0^{-0.392} + 1)}, \quad (21)$$

$$I_{re} + I_{in} = \frac{2\epsilon_0 \pi m c^3}{er_{in} A(r_{in}/r_{VC})} \times \frac{(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}}{(\sqrt{3} H(r_{in}/r_{VC}) (2-1) \gamma_0^{-0.392} + 1)}, \quad (22)$$

其中 I_{tr} 和 I_{re} 分别为透射束流、反射束流轴向单位长度上的束流大小, r_{VC} 为虚阴极所在位置.把(21)和

(22)式相加即可求得 r_{VC} ,把 r_{VC} 反代回(21)和(22)式即可求得 I_{tr} 和 I_{re} ,进而可以求得透射率 α_c .

3.3. 束流电子的渡越时间

在一维同轴漂移空间内,根据泊松方程可以写出

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r \cdot E) \\ &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ &= -\frac{I}{2\pi r c \epsilon_0} \begin{cases} (1 - \gamma^{-2})^{-1/2}, & (r_{VC} < r < r_{in}), \\ \frac{\alpha_c}{2 - \alpha_c} (1 - \gamma^{-2})^{-1/2}, & (r_{co} < r < r_{VC}), \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $I = I_{re} + I_{in}$.方程(23)式很难求得简单解,令 $F = r \cdot E$,并把 $dr = -\frac{mc^2}{e} \frac{d\gamma}{E}$ 代入(23)式可得

$$\frac{F}{r} dF = \frac{m c I}{2\pi r c \epsilon_0} \begin{cases} (1 - \gamma^{-2})^{-1/2} d\gamma & (r_{VC} < r < r_{in}), \\ \frac{\alpha_c}{2 - \alpha_c} (1 - \gamma^{-2})^{-1/2} d\gamma & (r_{co} < r < r_{VC}). \end{cases} \quad (24)$$

这里假设 r 相对于 F 是一个缓慢变化的量,并对(24)式两端积分可得

$$E \approx \left(\frac{m c I}{\pi r c \epsilon_0} \right)^{1/2} \begin{cases} -(\gamma^2 - 1)^{3/4} & (r_{VC} < r < r_{in}), \\ \left(\frac{\alpha_c}{2 - \alpha_c} \right)^{1/2} (\gamma^2 - 1)^{3/4} & (r_{co} < r < r_{VC}). \end{cases} \quad (25)$$

为验证(25)式的适用范围,图3给出了内外半径分别为 10 和 20 cm,电压为 2 MV 的一维同轴电子束二极管向内和向外发射空间电荷限制流时,通过编程直接数值求解方程(25)得到的电场与(25)式给出的近似值的比照图.由图3不难看出,当同轴二极管内外半径相当,即二极管的内外电极半径没有成倍的差距时,(25)式能够很好地描述其内部的电场分布.

因此,在一维同轴结构空间内,如果 r_{co} 与 r_{VC} , r_{VC} 与 r_{in} 没有成倍的差距时,应用关系式 $dt = dr/v$,并结合(23)和(25)式,可得被虚阴极反射的电子在漂移空间的渡越时间为

$$\begin{aligned} \tau_{re} &= \frac{2\sqrt{2} r_{in}}{c} A\left(\frac{r_{in}}{r_{VC}}\right) \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2} H\left(\frac{r_{in}}{r_{VC}}\right) - 1 \right) \gamma_0^{-0.392} + 1 \right) \\ &\quad \times (\gamma_0^{2/3} - 1)^{-3/2} (\gamma_0^2 - 1)^{1/4}, \end{aligned} \quad (26)$$

被虚阴极透射的电子的渡越时间为

$$\tau_{tr} = \frac{\sqrt{2}}{c} \left(r_{in} + \left(\frac{2 - \alpha_c}{\alpha_c} r_{co} r_{in} \right)^{1/2} \right)$$

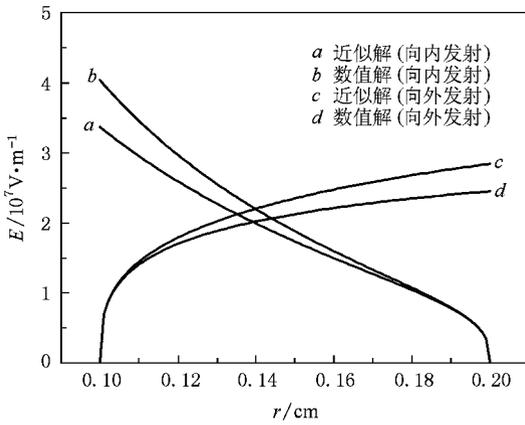


图3 (25)式给出的一维稳态同轴二极管发射空间电荷限制流时其内部电场分布的近似解与数值解的比较 内外电极半径分别为10和20 cm,二极管电压为2 MV

$$\begin{aligned} & \times A \left(\frac{r_{\text{in}}}{r_{\text{VC}}} \right) \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2} H \left(\frac{r_{\text{in}}}{r_{\text{VC}}} \right) - 1 \right) \gamma_0^{-0.392} + 1 \right) \\ & \times (\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2} (\gamma_0^2 - 1)^{1/4}. \end{aligned} \quad (27)$$

4. 结 论

对于一维漂移空间,采用等效二极管的方法可以很容易求出其空间电荷限制流.而在过空间电荷限制流状态形成虚阴极的情况下,等效二极管的方法依然可以应用于虚阴极位置的确定和虚阴极处束流电子透过率的求解.本文采用此方法先是求解了平板结构和同轴结构一维漂移空间的空间电荷限制流,然后对其中过空间电荷限制流状态下的强流电子束传输特性进行了分析,得到了确定其虚阴极位置和虚阴极处透过率的表达式,并在此基础上求得了束流电子在漂移空间内的渡越时间,平板结构得到了通用的解析解,同轴结构由于求解比较复杂得到了适用于内外电极半径相差不大条件下的近似解.

- [1] Lawson J D 1988 *The Physics of Charged Particle Beams* (Oxford : Clarendon Press)
- [2] Miller R B 1982 *An Introduction to the Physics of Intense Charged Particle Beams* (New York : Plenum Press)
- [3] Song W , Lin Y Z , Liu G Z , Shao H 2008 *Chin . Phys . B* **17** 939
- [4] Xiao R Z , Liu G Z , Chen C H 2008 *Chin . Phys . B* **17** 3807
- [5] Huang H , Meng F B , Fan Z K , Li Z H , Fang X 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 5344 (in Chinese) [黄 华、孟凡宝、范植开、李正红、方 向 2006 物理学报 **55** 5344]
- [6] Benford J , Swgle J 1992 *High-Power Microwaves* (MA : Artech House)
- [7] Woo W 1987 *Phys . Fluids* **30** 239

- [8] Jiang W , Masugata K , Yatsui K 1995 *Phys . Plasmas* **2** 982
- [9] Jiang W , Kristiansen M 2001 *Phys . Plasmas* **8** 3781
- [10] Kitsanov S A , Klimov A I , Korovin S D , Kurkan I K , Pegel I V , Polevin S D 2002 *IEEE Trans . Plasma Sci .* **30** 274
- [11] Shao H , Liu G Z , Yang Z F 2005 *J . Plasma Phys .* **71** 563
- [12] Xing Q Z , Wang D , Huang F , Deng J K 2006 *IEEE Trans . Plasma Sci .* **34** 584
- [13] Shao H , Liu G Z 2001 *Acta Phys . Sin .* **50** 2387 (in Chinese) [邵 浩、刘国治 2001 物理学报 **50** 2387]
- [14] Zhang Y P , Liu G Z , Yang Z F , Xing Q Z , Shao H , Xiao R Z , Zhong H Q , Lin Y Z 2009 *Phys . Plasma* **16** 044511

Steady transmission characteristics of intense electron beams in one-dimensional drift spaces

Zhang Yong-Peng^{1,2)†} Liu Guo-Zhi²⁾ Shao Hao²⁾ Yang Zhan-Feng²⁾ Song Zhi-Min²⁾ Lin Yu-Zheng¹⁾

¹ *Key Laboratory of High Energy Radiation Imaging Fundamental Science for National Defense ,
Department of Engineering Physics , Tsinghua University , Beijing 100084 , China)*

² *Northwest Institute of Nuclear Technology , Xi 'an 710024 , China)*

(Received 7 January 2009 ; revised manuscript received 23 March 2009)

Abstract

For one-dimensional drift spaces with parallel and cylindrical structures , space-charge-limited currents are calculated , and the steady transmission of intense electron beams exceeding the currents with virtual cathodes are studied theoretically . The transmission characteristics , such as the position of virtual cathode , the transmission rate of electrons at virtual cathode , and the transit-time of electrons in the spaces , are given analytically .

Keywords : intense electron beam , virtual cathode , one-dimensional drift space , transmission characteristics

PACC : 4180D , 5260

† E-mail : zhy00@mails.tsinghua.edu.cn