

类星体 3C345 的光变周期特性^{*}

董富通 张 雄[†]

(云南师范大学物理与电子信息学院,昆明 650092)

(2008 年 4 月 23 日收到,2008 年 12 月 6 日收到修改稿)

收集了类星体 3C345 光学 B 波段 100 多年来较为完备的观测数据,获得了其长期光变曲线.利用小波分析的方法对其中 B 波段 28 年的数据进行了多时间尺度分析,并用小波变换系数图展示了 3C345 光学 B 波段的爆发过程.通过研究发现了其中存在有 450 天,780 天,1830 天和 3540 天的近似光变周期.利用小波逆变换可以反映其光变在不同时间尺度上的演变特征,进而预测类星体 3C345 未来可能的光学爆发时间为 2010 年左右.

关键词:小波分析方法,光变曲线,多时间尺度,小波变换系数图

PACC:9870J

1. 引 言

类星体是活动星系核(AGNs)中有极端性质的一个子类.长周期光变是其中一个显著特征^[1],为了研究类星体的长周期光变现象,近年来人们提出了许多种估算非线性长周期的方法^[2-3].通过这些方法准确的寻求光变的长周期,从而标度出天体的中心黑洞质量,辐射区域,吸积率,内部结构等.

3C345 是一颗变化非常剧烈的射电类星体,它有 100 多年的光学波段的观测数据.自从 1965 年以来,光学 B 波段便有着非常详细的观测资料,因此便于对其进行光变周期分析.很多人都做过它的光变周期研究,其中,Kidger 等在 1985 年用傅里叶分析的方法得到了 714 天和 1670 天的周期^[4].Zhang 等在 1998 年用 Jurkevich 的方法得到 10.1 ± 0.8 年的周期^[5].

小波分析是一种时频分析的方法^[14],它的核心是多分辨率周期性分析,主要特点是通过变换可以充分突出问题在某方面的特征.该方法已经被广泛应用于水文序列,气象学等方面的周期性研究.

本文利用小波分析的多分辨率分析功能,对类星体 3C345 光学 B 波段 28 年的观测数据进行了研

究,揭示了在不同的时间尺度上 3C345 的光变周期特性.

2. 小波分析的原理

2.1. 小波函数

小波母函数 $\psi(t)$ 是一种长度有限,平均值为 0 的波形,它具有快速衰减的特性.通过平移和伸缩它可以变成一族函数系^[6-8]

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (1)$$

称为小波函数.其中 a 为伸缩尺度, b 为平移参数,是与时间变量对应的参数.

小波变换是由傅里叶变换发展而来的一种理论,傅里叶变换所采用的基函数是一定的,具有 $e^{i\omega t}$ 的形式,而小波变换的基函数不具有唯一性,通常用到的小波母函数有 Mexican hat 小波, Morlet 小波, Gauss 小波, Meyer 小波等.本文所用的是 Morlet 小波,这是一种复小波,它是高斯包络下的单频复正弦函数. Morlet 小波的表达式为^[7]

$$\psi(t) = (\pi f_B)^{0.5} e^{i2\pi f_c t} e^{-\frac{t^2}{T_B^2}}, \quad (2)$$

其中 f_B 为带宽, f_c 为中心频率, j 表示虚数.令 $f_B =$

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10663002,10763002)资助的课题.

[†] 通讯联系人, E-mail: kmzhangx@yahoo.com

2, $\omega = 2\pi f_C$, 为满足容许性条件, ω 的取值应满足: $\omega \geq 5$. 另外由于 Morlet 小波的伸缩尺度 a 与周期 T 有如下关系^[9]:

$$T = \frac{4\pi}{\omega + \sqrt{2 + \omega^2}} \times a, \quad (3)$$

因此, 文中令 $\omega = 6.2$, 使得 $T \approx a$.

2.2. 连续小波变换及其逆变换

连续小波变换的定义式为^[10]: 将任意 $L^2(R)$ 空间中的函数 $f(t)$ 在小波基下展开, 称这种展开为函数 $f(t)$ 的连续小波变换, 其表达式为

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (4)$$

其中 $W_f(a, b)$ 称为小波变换系数, $*$ 表示复共轭.

在天体周期分析中所采用的数据多为离散形式的, 则离散的小波变换的表达式为

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{k=1}^N f(k\Delta t) \psi^* \left(\frac{k\Delta t - b}{a} \right), \quad (5)$$

其中, $f(k\Delta t)$ 为所用的数据点, Δt 为时间采样间隔.

小波变换系数 $W_f(a, b)$ 反映了该小波和处在分析时段内的信号的相似程度. $|W_f(a, b)|$ 越大, 表示相似程度越高. $W_f(a, b)$ 为 a 和 b 的二维函数, 它关于 a, b 的图形是一个曲面, 可以将它以等值线的形式投影到以 a 为纵坐标, b 为横坐标的平面内. 由于这里采用的 Morlet 小波为复小波, 因此它的变换系数包括实部和虚部两部分. 通过变换系数的实部等值线图可以反映出变换系数 $W_f(a, b)$ 随 a 和 b 的变化而波动的情况.

小波逆变换的表达式为

$$f(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (W_f(a, b) \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) / a^2) da db, \quad (6)$$

C 为常数.

2.3. 小波方差

在时间域上对不同尺度 a 的所有小波系数积分就得到了小波方差. 其离散形式的表达式为^[11]

$$\text{Va}(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} |W_f(a, b)|^2 db. \quad (7)$$

其离散形式的表达式为

$$\text{Va}(a) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |W_f(a, b_k)|^2. \quad (8)$$

其 $\text{Va}(a)$ 关于 a 的图形称为小波方差图. 通过该图可以对一些复杂的非线性过程进行解释, 从而确定其中的主要周期.

2.4. 天文观测周期信号的模拟检验

为了检验小波分析方法的可靠性, 我们用一个模拟的周期信号来检验. 在这里给出的模拟信号是由一个以 2π 为周期的正弦函数 $y = \sin(t)$, 用 Matlab 软件来编程计算验证.

如图 1(a) 所示, 为我们所选的正弦函数在 $[0, 29\pi/6]$ 之间的图像. 在这条线上取点, 采样间隔为 $\pi/6$, 然后将其所对应的 y 值点利用 (5) 式进行小波变换, 得到小波变换系数 $W_f(a, b)$, 其实部如图 1(b) 所示. 不同等值线所代表的值已经在图中标出. 通过等值线数值的变化可以看出在不同周期尺度上小波变换系数随时间 b 而波动的情况. 对应不同尺度上, 如果变换系数的实部有明显的高低振动的情况, 说明在该尺度上存在周期性, 该尺度与周期对应. 从图中可以看出在周期尺度 $a = 10-16$ 之间变换系数的实部有明显的波动情形, 其值的变化为 $0.75-0.94-1.03-0.94-0.75$, 在整个时间域上呈现出高低相间的变化趋势, 说明在这一尺度间隔之中存在周期性.

通过小波方差图就可以确定其中的主要周期, 小波方差的各个极大值分别对应着显著周期. 根据已算出的小波变换系数 $W_f(a, b)$, 代入 (8) 式, 就可以得到其小波变换方差, 并以方差 $\text{Va}(a)$ 为纵坐标, 尺度 a 为横坐标, 画出其小波方差图. 如图 1(c) 所示, 在尺度 $a = 12$ 时, 方差取到极值. 由于在程序中我们所采用的采样间隔为 1, 得出数据中存在 $a = 12$ 的周期, 将它对应到时间轴上, 采样间隔为 $\pi/6$, 则其周期为 2π .

利用小波逆变换可以重构不同尺度上的新序列, 来分析数据在不同时间尺度上的演变趋势. 选取主要周期对应的 a 值, 反演得到的时间序列如图 1(d) 所示. 从图中可以看出, 所得的反演曲线是一条近似正弦函数的曲线, 其峰值之间的数值间隔为

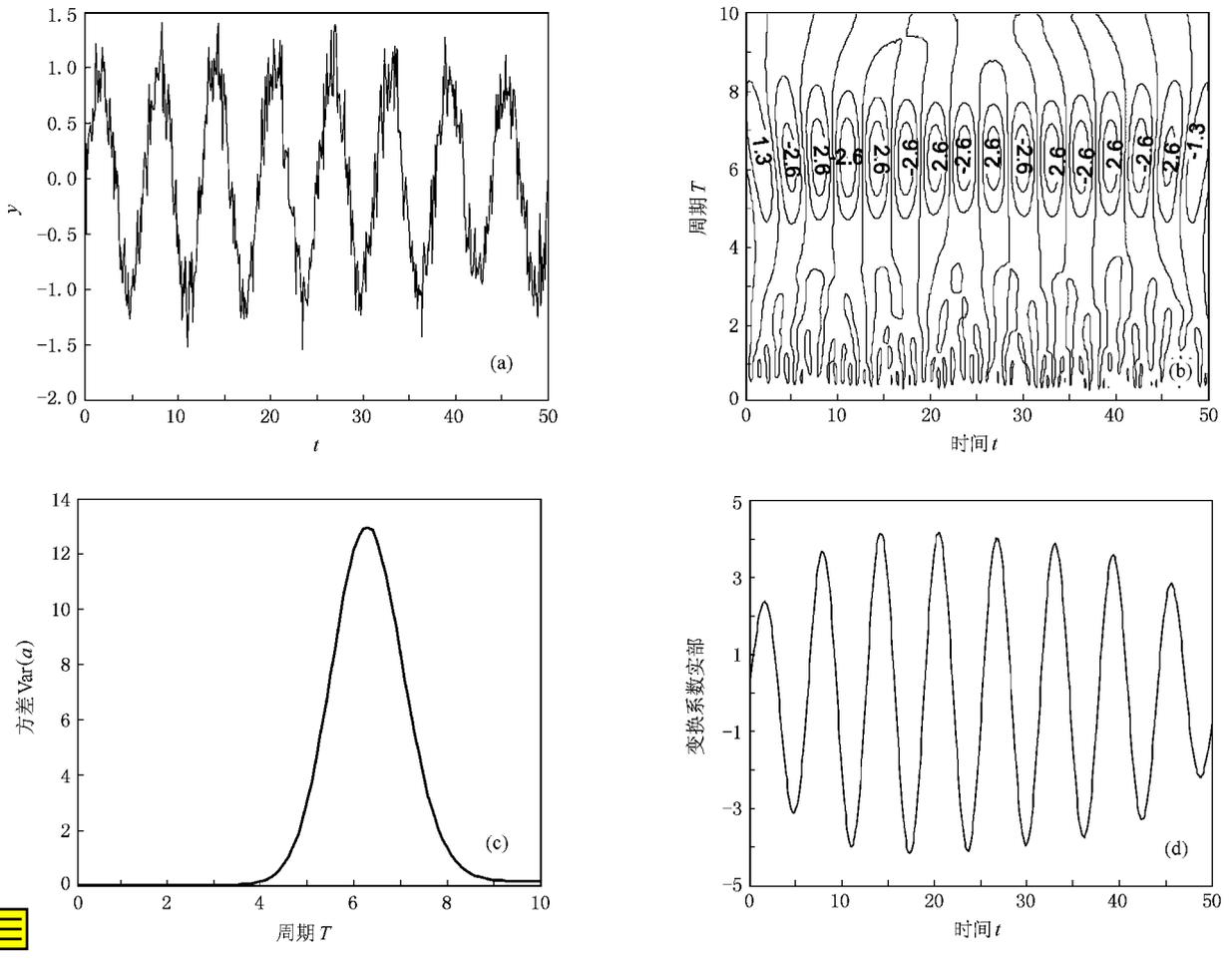


图 1 (a)正弦函数的图像 (b)小波变换系统的实部等值线图 (c)变换系数的小波方差图 (d)正弦函数 $a = 12$ 时的反演时间序列

12 根据上面的说明,将它对应到时间轴上,则峰值之间的时间间隔为 2π ,说明它是一条周期为 2π 的曲线.图中曲线的演变趋势与图 1(a)中正弦函数基本一致,即在时间 $t = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}$ 取到最大值,在 $t = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$ 取到最小值,说明用反演曲线分析信号的演变趋势是非常准确的.因此用小波分析的方法找天文观测中的信号周期是一种可行的方法.

3. 计算并分析射电类星体 3C345 的光变周期

3.1. 光变曲线

在本文中我们收集整理了 3C345 B 波段从 1896 年到 2002 年 100 多年的光变数据,其中大部分数据

已经由 Zhang 等给出^[5].最近十年的数据主要通过 Villata^[12], Mihov^[13]等人的文献中得出.其光变曲线如图 2 所示.从图中可以看出 3C345 的爆发历史上主要在 1937 年,1948 年,1967 年,1971 年,1982 年,1991—1992 年等几个时间上.从图上很难看出其中的周期性.因此我们对数据进行了小波变换.由于 1965 年之前和 1992 年之后的数据很少所以我们只取了 1965 年到 1992 年之间的数据进行分析.

3.2. B 波段光变数据的小波变换

为了运算方便,我们又对该时间段中 1393 个数据进行了 30 天平均处理.另外由于天气和其他方面的原因,天文观测数据中经常出现间隔,小到几天,大到几年.因此,我们利用线性插值的方法对不足的数据进行填充.图 3 给出了处理后的数据图形.

由于所处理的数据长度有限,会产生边界效

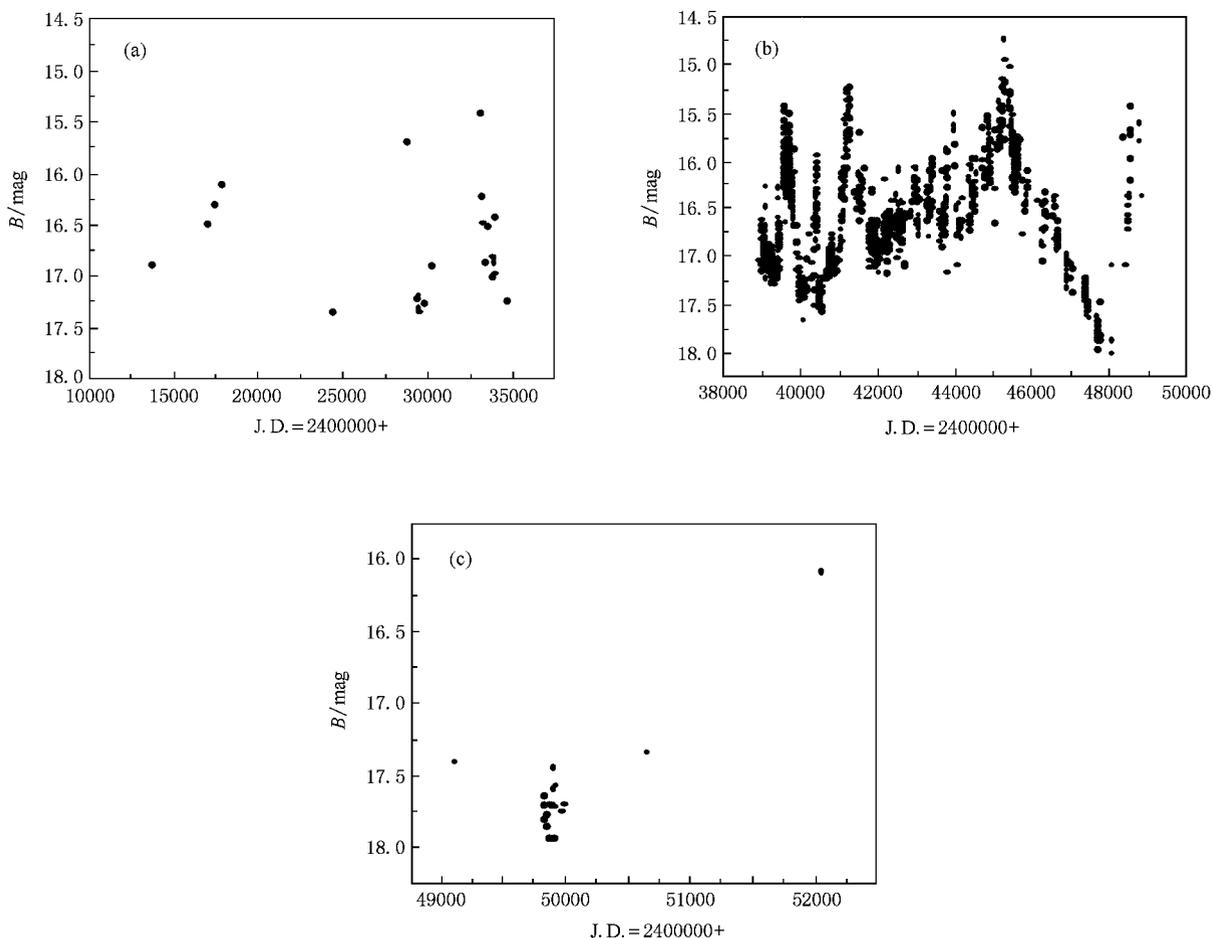


图2 (a)(b)(c)为 3C345 1896 年到 2002 年的光变曲线

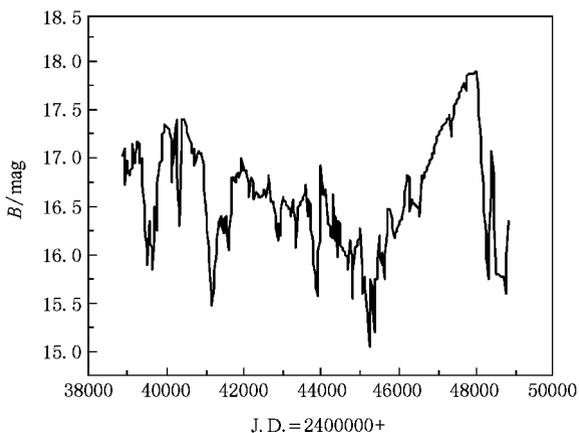


图3 C345 B 波段数据取 30 天平均并插值后的光变曲线

向后延伸 n 个点：

$$f(i+n) = f(n+1-i), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (10)$$

这样资料序列就变为

$$f(1-n), f(2-n), \dots, f(2n).$$

用这一序列进行小波变换,将得到的结果去掉前后两部分,只保留原来序列的小波系数.

小波变换系数 $W_j(a, b)$, 其实部如图 4 所示. 图中显示星等值在小波变换域中高低起伏的变化情况,进而可以反映出 3C345 在时间域上的总体光变过程.从图中通过等值线值的变化可以看出在大尺度 $a = 100-150$ 之间和中等尺度 $a = 40-80$ 之间在整个时间域上都有明显波动.在较小尺度上 $a = 20-40$, $a = 10-20$ 之间也有波动情形,其波动都是局部出现的,即此周期在某一时间段内比较明显.为了确定其中的主要周期,我们作出其小波方差图.

应^[14].因此我们对数据进行如下处理：

设原数据点共有 n 个,为 $f(1), f(2), \dots, f(n)$.

向前延伸 n 个点：

$$f(-i) = f(i+1), \quad i = 0, 1, \dots, m-1, \quad (9)$$

在此也有一次爆发过程, 进而利用第一主周期推测

其下一次爆发时间应该在 2010 年左右.

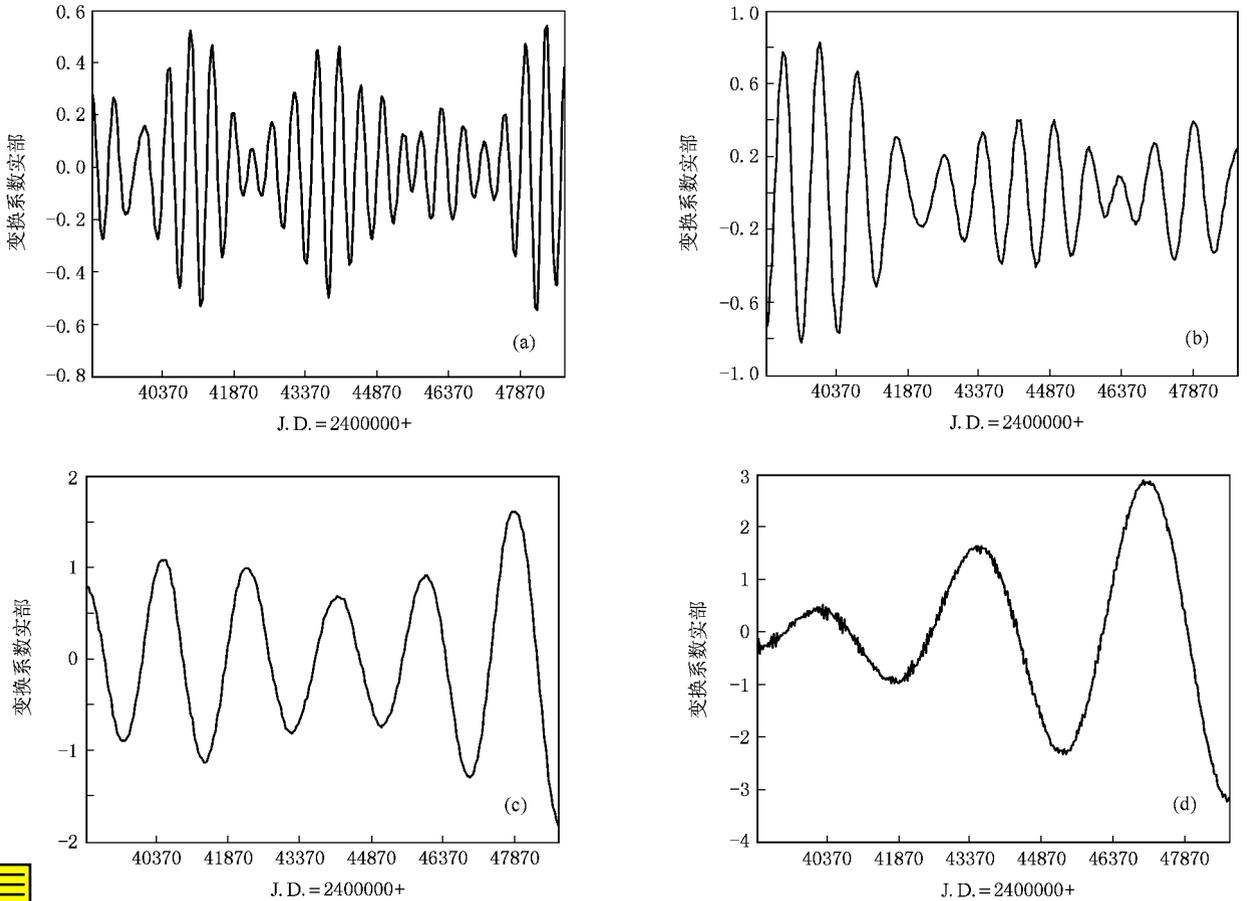


图 6 (a) $a = 15$ 时的反演时间序列 (b) $a = 26$ 时的反演时间序列 (c) $a = 61$ 时的反演时间序列 (d) $a = 118$ 时的反演时间序列

4. 结 论

小波变换的方法适用于研究天体的光变周期的研究. 本文用小波分析的方法对类星体 3C345 B 波段 28 年的光变数据进行了多时间尺度分析, 研究结果主要有: 1)

通过对 3C345 B 波段 1965 年—1992 年数据的小波分析我们得到了其中存在有 450 天, 780 天, 1830 天和 3540 天的周期波动. 其中, $T = 780$ 天与 Kidger 等得出的 714 天相当^[14], $T = 3540$ 天和 Zhang 等的 10.1 ± 0.8 年相当^[5]. 2) 用特定 a 值的反演时间序列描述了 3C345 星等值随时间变化的趋势, 并预测了其将来可能的爆发时间.

[1] Zhang X et al 2000 *APSS* **271** 1
 [2] Zhang H J, Zhang X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4305 (in Chinese)
 [张皓晶、张 雄 2007 物理学报 **56** 4305]
 [3] He J, Xie G Z 1997 *APSS* **254** 211
 [4] Kidger M R, Beckman J E 1986 *A&A* **154** 288
 [5] Zhang X, Xie G Z, Bai J M 1998 *A&A* **330** 469
 [6] Peng Y H 2002 *Wavelet Transform and its Application in Engineering* (Beijing Science Press) 2—12 (in Chinese) [彭玉华 2002 小波变换与工程应用(北京:科学出版社)第 2—12 页]

[7] Cheng L Z, Guo H W 2005 *Wavelet and discrete transform* (Beijing: Qinghua University Press) 1—27 (in Chinese) [成礼智、郭汉伟 2005 小波与离散变换(北京:清华大学出版社)第 1—27 页]
 [8] Stéphane Mallat 1999 *A Wavelet Tour of Signal Processing* (USA: Academic Press) 22—101
 [9] Meyers S D, Kelly B G, Brien J J O 1993 *Mon. Wen. Rev.* **121** 2858
 [10] Liao J L, Zhang J et al 2005 *The theoretics of Wavelet and its Operation on MATLAB* (Beijing: Electronic Industry Press) 29—37 (in Chinese) [廖剑利、张 建等 2005 小波分析理论与

- MATLAB 实现 (北京:电子工业出版社)第 29—37 页]
- [11] Collineau S ,Brunet Y 1993 *Boundary-Layer Meteorology* **65** 357
- [12] Villata M ,Raiteri C M ,Ghisellini G *et al* 1997 *Astron Astrophys Supp Ser.* **121** 119
- [13] Mihov B ,Bachev R ,Slavcheva-Mihova L ,Strigachev A ,Semkov E ,Petrov G 2007 *arXiv* **0707** 4556v1
- [14] Christopher Torrence ,Gilbert P Compo 1998 *Bulletin of the American Meteorological Society* **79** 1

Analysis of the variability periodicities of quasar 3C345^{*}

Dong Fu-Tong Zhang Xiong[†]

(Department of Physics , Yunnan Normal University , Kunming 650092 , China)

(Received 23 April 2008 ; revised manuscript received 6 December 2008)

Abstract

This paper has collected all available optical B magnitudes of quasar 3C345 of more than 100 years , and acquired it 's long-term light curve. We make a multi-time scale analysis to it 's B band data with the wavelet analysis method , and get the wavelet transform coefficient plots to demonstrate the explosion process of the optical B band of 3C345. From the analysis , we have found that there exist approximate periods of 450 d , 780 d , 1830 d and 3540 d. The inverse wavelet transform shows the light curve variability of 3C345 on different time scales , so we can predict it 's possible explosion time is the year of 2010.

Keywords : wavelet analysis method , light curve , multi-time scale , wavelet transform coefficient plot

PACC : 9870J

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10663002 ,10763002).

[†] Corresponding author. E-mail : kmzhangx@yahoo.com